

九年级数学

2023.11


学校 _____ 姓名 _____ 准考证号 _____

注	1. 本试卷共7页, 共两部分, 28道题, 满分100分。考试时间120分钟。
意	2. 在试卷和答题纸上准确填写学校名称、姓名和准考证号。
事	3. 试题答案一律填涂或书写在答题纸上, 在试卷上作答无效。
项	4. 在答题纸上, 选择题用2B铅笔作答, 其他题用黑色字迹签字笔作答。

第一部分 选择题

一、选择题 (共16分, 每题2分)

第1-8题均有四个选项, 符合题意的选项只有一个。

- 一元二次方程 $x^2 + 3x - 1 = 0$ 的二次项系数、一次项系数和常数项分别是
(A) 1, 3, 1 (B) 1, 3, -1 (C) 0, -3, 1 (D) 0, -3, -1
- 下列图形中, 是中心对称图形的是

(A) (B) (C) (D)
- 已知点 $A(-1, y_1)$, $B(2, y_2)$ 在抛物线 $y = 3x^2$ 上, 则 y_1, y_2 的大小关系正确的是
(A) $y_1 < y_2$ (B) $y_1 = y_2$ (C) $y_1 > y_2$ (D) 不能确定
- 一元二次方程 $x^2 - 4x + 3 = 0$ 经过配方变形为 $(x - 2)^2 = k$, 则 k 的值是
(A) -3 (B) -7 (C) 1 (D) 7
- 将抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 向下平移, 关于平移前后的抛物线, 下列说法正确的是
(A) 开口方向改变 (B) 开口大小改变 (C) 对称轴不变 (D) 顶点位置不变
- 陀螺是一款常见的玩具. 图1为通过折纸制作的一种陀螺, 图2为这种陀螺的示意图. 若将图2中的图案绕点 O 旋转 x° 可以与自身重合, 则 x 的值可以是
(A) 30 (B) 45
(C) 60 (D) 105

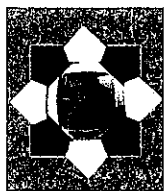


图1

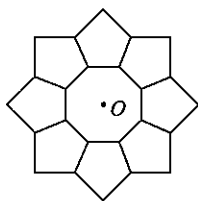


图2

- 小明热爱研究鸟类, 每年定期去北京各个湿地公园观鸟. 从他的观鸟记录年度总结中摘取部分数据如下:

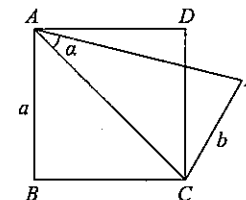
观鸟记录年度总结
2020年: 观测鸟类 150种
2021年: 观测鸟类 _____
2022年: 观测鸟类 216种

设小明从2020年到2022年观测鸟类种类数量的年平均增长率为 x , 则下列方程正确的是

- (A) $2 \times 150x = 216$ (B) $150x^2 = 216$
(C) $150 + 150x^2 = 216$ (D) $150(1+x)^2 = 216$

- 如图, 在正方形 $ABCD$ 中, AC 为对角线, 将 AC 绕点 A 逆时针旋转 α ($0^\circ < \alpha \leq 90^\circ$), 得到线段 AE , 连接 CE . 设 $AB = a$, $CE = b$, 下列说法正确的是

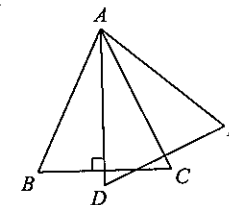
- (A) 若 $\alpha = 30^\circ$, 则 $b = \frac{1}{2}a$
(B) 若 $\alpha = 45^\circ$, 则 $b = \sqrt{2}a$
(C) 若 $\alpha = 60^\circ$, 则 $b = a$
(D) 若 $\alpha = 90^\circ$, 则 $b = 2a$



第二部分 非选择题

二、填空题 (共16分, 每题2分)

- 方程 $x^2 - 4 = 0$ 的解为 _____.
- 在平面直角坐标系 xOy 中, 点 $A(3, 4)$ 与点 B 关于原点对称, 则点 B 的坐标是 _____.
- 写出一个顶点在坐标原点, 开口向下的抛物线的表达式 _____.
- 若关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 2x + m = 0$ 有两个相等的实数根, 则实数 m 的值为 _____.
- 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, $\angle BAC = 50^\circ$, 将 $\triangle ABC$ 绕点 A 逆时针旋转到 $\triangle ADE$. 若 $AD \perp BC$, 则旋转角的度数是 _____.



九年级数学

2023.11

学校 _____ 姓名 _____ 准考证号 _____

注	1. 本试卷共7页, 共两部分, 28道题, 满分100分。考试时间120分钟。
意	2. 在试卷和答题纸上准确填写学校名称、姓名和准考证号。
事	3. 试题答案一律填涂或书写在答题纸上, 在试卷上作答无效。
项	4. 在答题纸上, 选择题用2B铅笔作答, 其他题用黑色字迹签字笔作答。

第一部分 选择题

一、选择题 (共16分, 每题2分)

第1-8题均有四个选项, 符合题意的选项只有一个。

1. 一元二次方程 $x^2 + 3x - 1 = 0$ 的二次项系数、一次项系数和常数项分别是
 (A) 1, 3, 1 (B) 1, 3, -1 (C) 0, -3, 1 (D) 0, -3, -1

2. 下列图形中, 是中心对称图形的是



(A)



(B)



(C)



(D)

3. 已知点 $A(-1, y_1)$, $B(2, y_2)$ 在抛物线 $y = 3x^2$ 上, 则 y_1, y_2 的大小关系正确的是
 (A) $y_1 < y_2$ (B) $y_1 = y_2$ (C) $y_1 > y_2$ (D) 不能确定

4. 一元二次方程 $x^2 - 4x + 3 = 0$ 经过配方变形为 $(x - 2)^2 = k$, 则 k 的值是
 (A) -3 (B) -7 (C) 1 (D) 7

5. 将抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 向下平移, 关于平移前后的抛物线, 下列说法正确的是
 (A) 开口方向改变 (B) 开口大小改变 (C) 对称轴不变 (D) 顶点位置不变

6. 陀螺是一款常见的玩具. 图1为通过折纸制作的一种陀螺, 图2为这种陀螺的示意图. 若将图2中的图案绕点 O 旋转 x° 可以与自身重合, 则 x 的值可以是

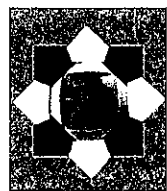


图1

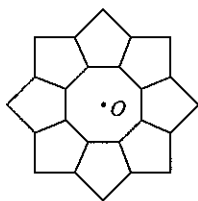


图2

- (A) 30 (B) 45
 (C) 60 (D) 105

7. 小明热爱研究鸟类, 每年定期去北京各个湿地公园观鸟. 从他的观鸟记录年度总结中摘取部分数据如下:

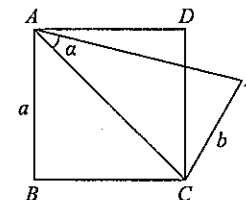
观鸟记录年度总结
2020年: 观测鸟类150种
2021年: 观测鸟类
2022年: 观测鸟类216种

设小明从2020年到2022年观测鸟类种类数量的年平均增长率为 x , 则下列方程正确的是

- (A) $2 \times 150x = 216$ (B) $150x^2 = 216$
 (C) $150 + 150x^2 = 216$ (D) $150(1+x)^2 = 216$

8. 如图, 在正方形 $ABCD$ 中, AC 为对角线, 将 AC 绕点 A 逆时针旋转 α ($0^\circ < \alpha \leq 90^\circ$), 得到线段 AE , 连接 CE . 设 $AB = a$, $CE = b$, 下列说法正确的是

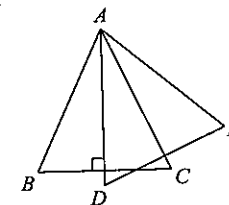
- (A) 若 $\alpha = 30^\circ$, 则 $b = \frac{1}{2}a$
 (B) 若 $\alpha = 45^\circ$, 则 $b = \sqrt{2}a$
 (C) 若 $\alpha = 60^\circ$, 则 $b = a$
 (D) 若 $\alpha = 90^\circ$, 则 $b = 2a$




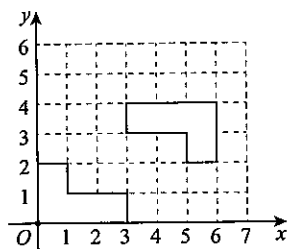
第二部分 非选择题

二、填空题 (共16分, 每题2分)

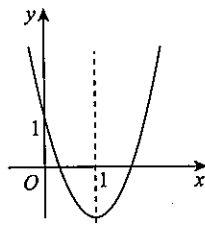
9. 方程 $x^2 - 4 = 0$ 的解为 _____.
10. 在平面直角坐标系 xOy 中, 点 $A(3, 4)$ 与点 B 关于原点对称, 则点 B 的坐标是 _____.
11. 写出一个顶点在坐标原点, 开口向下的抛物线的表达式 _____.
12. 若关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 2x + m = 0$ 有两个相等的实数根, 则实数 m 的值为 _____.
13. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, $\angle BAC = 50^\circ$, 将 $\triangle ABC$ 绕点 A 逆时针旋转到 $\triangle ADE$. 若 $AD \perp BC$, 则旋转角的度数是 _____.



14. 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 以某点为中心, 将右上方图形 “” 旋转到图中左下方的阴影位置, 则旋转中心的坐标是 _____.



15. 如图, 二次函数 $y=2(x-1)^2+k$ 的图象与 y 轴的交点坐标为 $(0, 1)$, 若函数值 $y < 1$, 则自变量 x 的取值范围是 _____.

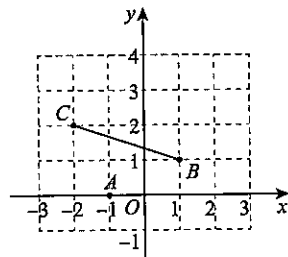


16. 在平面直角坐标系 xOy 中, 点 P 的坐标为 (m, n) , 称关于 x 的方程 $x^2+mx+n=0$ 为点 P 的对应方程. 如图, 点 $A(-1, 0)$, 点 $B(1, 1)$, 点 $C(-2, 2)$.

给出下面三个结论:

- ①点 A 的对应方程有两个相等的实数根;
- ②在图示网格中, 若点 $P(m, n)$ (m, n 均为整数) 的对应方程有两个相等的实数根, 则满足条件的点 P 有 3 个;
- ③线段 BC 上任意点的对应方程都没有实数根.

上述结论中, 所有正确结论的序号是 _____.



三、解答题 (共 68 分, 第 17-20 题, 每题 5 分, 第 21 题 6 分, 第 22-23 题, 每题 5 分, 第 24-26 题, 每题 6 分, 第 27-28 题, 每题 7 分)

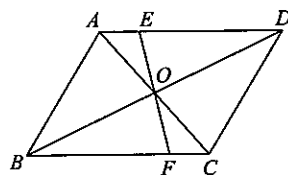
解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. 解方程: $x^2-6x+2=0$.

18. 如图, $\square ABCD$ 的对角线 AC, BD 交于点 O , EF 过点 O 且分别与 AD, BC 交于点 E, F .

(1) 求证: $\triangle AOE \cong \triangle COF$;

(2) 记四边形 $ABFE$ 的面积为 S_1 , $\square ABCD$ 的面积为 S_2 , 用等式表示 S_1 和 S_2 的关系.

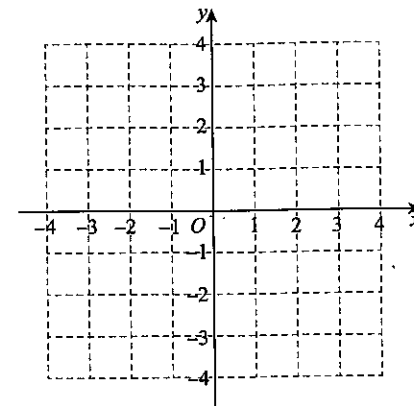


19. 已知 m 是方程 $x^2-x-2=0$ 的根, 求代数式 $m(m-1)+5$ 的值.

20. 已知二次函数 $y=x^2-2x$.

(1) 在下图所示的平面直角坐标系中画出该二次函数的图象;

(2) 点 $P(-2, 7)$ _____ 该函数的图象上 (填 “在” 或 “不在”).



21. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2+(m-1)x+m-2=0$.

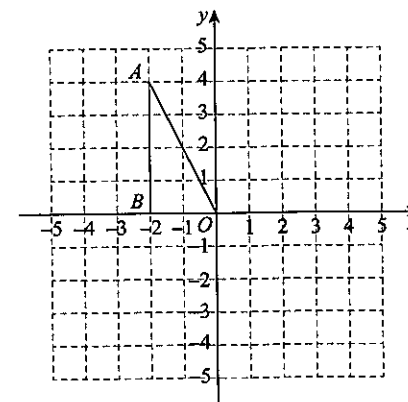
(1) 求证: 该方程总有两个实数根;

(2) 若该方程有一个根是正数, 求 m 的取值范围.

22. 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, $A(-2, 4)$, $B(-2, 0)$, 将 $\triangle OAB$ 绕原点 O 顺时针旋转 90° 得到 $\triangle OA'B'$ (A', B' 分别是 A, B 的对应点).

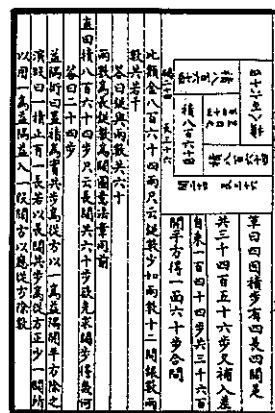
(1) 在图中画出 $\triangle OA'B'$, 点 A' 的坐标为 _____;

(2) 若点 $M(m, 2)$ 位于 $\triangle OAB$ 内 (不含边界), 点 M' 为点 M 绕原点 O 顺时针旋转 90° 的对应点, 直接写出 M' 的纵坐标 n 的取值范围.

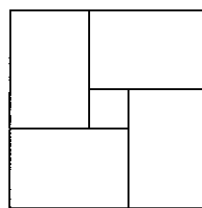


23. 阅读下面的材料并完成解答.

《田亩比类乘除捷法》是我国南宋数学家杨辉的著作, 其中记载了这样一个数学问题: “直田积八百六十四步, 只云长阔共六十步, 欲先求阔步, 得几何?” 意思是: 一块矩形田地的面积为 864 平方步, 只知道它的长与宽之和为 60 步, 问它的宽是多少步? 书中记载了这个问题的几何解法:



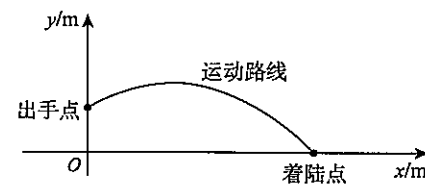
- ①将四个完全相同的面积为 864 平方步的矩形, 按如图所示的方式拼成一个大正方形, 则大正方形的边长为 _____ 步;
- ②中间小正方形的面积为 _____ 平方步;
- ③若设矩形田地的宽为 x 步, 则小正方形的面积可用含 x 的代数式表示为 _____;
- ④由②③可得关于 x 的方程 _____, 进而解得矩形田地的宽为 24 步.



24. 在平面直角坐标系 xOy 中, 二次函数 $y=x^2+bx+c$ 的图象经过点 $(1, 0), (3, 0)$.

- (1) 求该二次函数的解析式;
- (2) 当 $x > 3$ 时, 对于 x 的每一个值, 函数 $y=x+n$ 的值小于二次函数 $y=x^2+bx+c$ 的值, 直接写出 n 的取值范围.

25. 在投掷实心球时, 球以一定的速度斜向上抛出, 不计空气阻力, 在空中划过的运动路线可以看作是抛物线的一部分. 如图, 建立平面直角坐标系 xOy , 实心球从出手到落地的过程中, 它的竖直高度 y (单位: m) 与水平距离 x (单位: m) 近似满足二次函数关系, 记出手点与着陆点的水平距离为投掷距离.



(1) 小刚第一次投掷时水平距离 x 与竖直高度 y 的几组数据如下:

水平距离 x/m	0	1	2	3	4
竖直高度 y/m	1.6	2.1	2.4	2.5	2.4

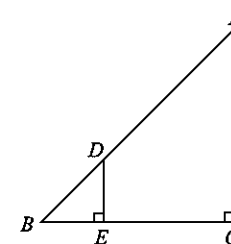
- ①根据上述数据, 实心球运行的竖直高度的最大值为 _____ m;
 - ②求小刚第一次的投掷距离;
- (2) 已知第二次投掷出手点竖直高度与第一次相同, 且实心球达到最高点时水平距离与第一次也相同. 若小刚第二次投掷距离比第一次远, 则实心球第二次运行过程中竖直高度的最大值比第一次 _____ (填“大”或“小”).

26. 已知二次函数 $y = \frac{1}{2}x^2 + bx + 1$.

- (1) 若 $b = -1$, 求该二次函数图象的对称轴及最小值;
- (2) 若对于任意的 $0 \leq x \leq 2$, 都有 $y \geq -1$, 求 b 的取值范围.

27. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AC=BC$, $\angle ACB=90^\circ$, 点 D 在 AB 上 ($BD < AD$), 过点 D 作 $DE \perp BC$ 于点 E , 连接 AE , 将线段 EA 绕点 E 顺时针旋转 90° , 得到线段 EF , 连接 DF .

- (1) 依题意补全图形;
- (2) 求证: $FD=AB$;
- (3) DF 交 BC 于点 G , 用等式表示线段 CE 和 FG 的数量关系, 并证明.



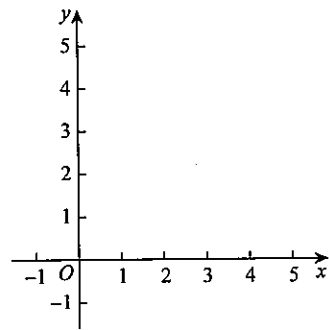
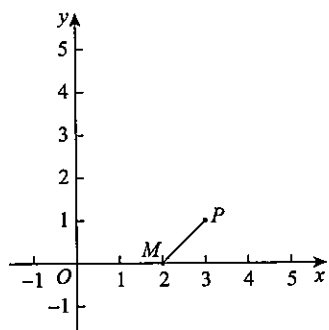
28. 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知点 M 不与原点重合. 对于点 P 给出如下定义: 点 P 关于点 M 的对称点为 P' , 点 P' 关于直线 OM 的对称点为 Q , 称点 Q 是点 P 关于点 M 的“转称点”.

(1) 如图, 已知点 $M(t, 0)$, $P(t+1, 1)$, 点 Q 是点 P 关于点 M 的“转称点”.

①当 $t=2$ 时, 在图中画出点 Q 的位置, 并直接写出点 Q 的坐标;

② PQ 的长度是否与 t 有关? 若无关, 求 PQ 的长; 若有关, 说明理由;

(2) 已知点 $A(3, 4)$, $\triangle ABC$ 是边长为 2 的等边三角形 (点 A, B, C 按逆时针方向排列), 点 N 是点 B 关于点 C 的“转称点”, 在 $\triangle ABC$ 绕点 A 旋转的过程中, 当 BN 最大时, 直接写出此时 OB 的长.



备用图