

# 2023 北京清华附中初一 10 月月考

## 数 学

学校: \_\_\_\_\_ 姓名: \_\_\_\_\_ 班级: \_\_\_\_\_ 考号: \_\_\_\_\_

### 注意事项:

1. 答卷前, 考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时, 选出每小题答案后, 用铅笔把答题卡对应题目的答案标号涂黑; 如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案标号。回答非选择题时, 将答案写在答题卡上, 写在试卷上无效。
3. 考试结束后, 本试卷和答题卡一并交回。

1. 下列各式中, 计算结果为1的是( )

- A.  $-(-1)$                       B.  $-|-1|$                       C.  $(-1)^3$                       D.  $-1^4$

2. 若一个数的相反数不是正数, 则这个数一定是( )

- A. 正数                              B. 非负数                              C. 负数                              D. 非正数

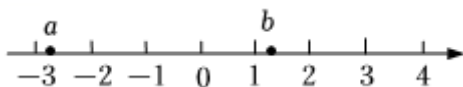
3.  $-0.5$ 的倒数的绝对值的相反数是( )

- A. 2                                      B.  $-2$                                       C.  $\frac{1}{2}$                                       D.  $-\frac{1}{2}$

4. 据报道, 截至2022年7月底, 北京市累计建成并开通5G基站63000个, 将63000用科学记数法表示应为( )

- A.  $0.63 \times 10$                       B.  $6.3 \times 10^3$                       C.  $6.3 \times 10^4$                       D.  $63 \times 10^3$

5. 有理数 $a, b$ 在数轴上的对应点的位置如图所示, 下列结论中正确的是( )



- A.  $a > -2$                       B.  $ab > 0$                       C.  $-a < b$                       D.  $|a| > |b|$

6. 27.39亿是用四舍五入法取近似值后得到的近似数, 那么这个数值( )

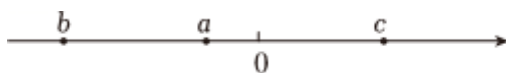
- A. 精确到亿位                      B. 精确到百分位                      C. 精确到千万位                      D. 精确到百万位

7. 下列比较大小正确的是( )

- A.  $-\frac{5}{6} < -\frac{4}{5}$                                       B.  $-(-21) < +(-21)$   
C.  $-|-10\frac{1}{2}| > 8\frac{2}{3}$                                       D.  $-|-7\frac{2}{3}| > -(-7\frac{2}{3})$

8. 已知有理数 $a, b, c$ 在数轴上的对应点的位置如图所示, 且满足 $|a| < |c| < |b|$ , 则下列各式: ①  $-b >$

$-c > -a$ ; ②  $\frac{ab}{|ab|} - \frac{ac}{|ac|} = 0$ ; ③  $|a + b| = |a| + |b|$ . 其中正确的有( )



- A. 0个                      B. 1个                      C. 2个                      D. 3个

9. 在数轴上, 点A表示的数是5, 点B表示的数是-3, 则点A与B点之间距离是\_\_\_\_\_.

10. 一滴墨水洒在一个数轴上, 根据图中标出的数值, 判断墨迹盖住的整数个数是\_\_\_\_\_.



11. 若  $(x - 2)^2 + |y + \frac{1}{3}| = 0$ , 则  $y^x =$ \_\_\_\_\_.

12. 从-5、-3、-1、2、4中任取2个数, 所得积的最大值记为a, 所得商的最小值记为b, 则  $\frac{a}{b}$  的值为\_\_\_\_\_.

13. 平方后等于  $\frac{4}{9}$  的数是\_\_\_\_\_ ; 立方后等于-64的数是\_\_\_\_\_.

14. 有理数a, b在数轴上的位置如图所示, 且  $|a| = 2$ ,  $|b| = 3$ , 则  $a + b =$ \_\_\_\_\_.



15. 计算:

(1)  $|-12| - (-6) + 5 - 10$ ;

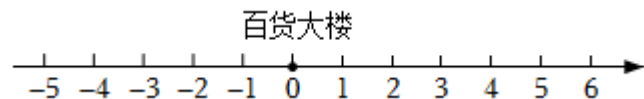
(2)  $64.83 - 5\frac{18}{19} + 35.17 - 44\frac{1}{19}$ .

16. 计算:

(1)  $-2^3 \div (-\frac{1}{5}) - \frac{1}{2} \times (-4)^2$ ;

(2)  $3\frac{2}{3} \times 2\frac{2}{15} + 5\frac{2}{3} \times \frac{13}{15} - 2 \times \frac{13}{15}$ .

17. 9月25日, 一辆货车从百货大楼出发负责送货, 向东走了4千米到达小明家, 继续向东走了1.5千米到达小红家, 然后向西走了8.5千米到达小刚家, 最后返回百货大楼.



(1) 以百货大楼为原点, 向东为正方向, 1个单位长度表示1千米, 请在数轴上标出小明、小红、小刚家的位置.(小明家用点A表示, 小红家用点B表示, 小刚家用点C表示)

(2) 这辆货车此次送货全程共行走多少千米, 若货车每千米耗油1.5升, 那么这辆货车此次送货共耗油多少升?

(3) 货车司机的送货收入是按送货距离来计费的(运费由买家收到货物时支付).以百货大楼为中心点, 送货收入是按距离百货大楼每千米20元计费.求9月25日, 该货车司机送达上述三家货物的送货收入.

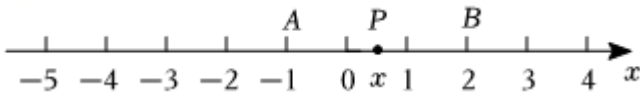
18. 数形结合是解决数学问题的重要思想方法, 例如, 代数式  $|x - 2|$  的几何意义是数轴上x所对应的点与2所对应的点之间的距离.因为  $|x + 1| = |x - (-1)|$ , 所以  $|x + 1|$  的几何意义就是数轴上x所对应的点与-1所对应的点之间的距离.

(1) 探究问题: 如图, 数轴上, 点A、B, P分别表示数-1, 2, x.

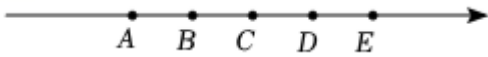
填空: 因为  $|x + 1| + |x - 2|$  的几何意义是线段PA与PB的长度之和, 而当点P在线段AB上时,  $PA + PB = 3$ , 当点P在点A的左侧或点B的右侧时,  $PA + PB > 3$ , 所以  $|x + 1| + |x - 2|$  的最小值是\_\_\_\_\_ ;

(2) 解决问题:

- ①直接写出式子 $|x - 4| + |x + 2|$ 的最小值为\_\_\_\_\_；  
 ②若满足 $|x - 4| + |x + 2| = 8$ 时，则 $x$ 的值是\_\_\_\_\_；  
 ③当 $a$ 为\_\_\_\_\_时，代数式 $|x + a| + |x - 3|$ 的最小值是2.(直接写出结果)



19. 如图， $A, B, C, D$ 是数轴上四个点， $A$ 点表示数为10， $E$ 点表示的数为 $10^{100}$ ， $AB = BC = CD = DE$ ，则数 $10^{99}$ 所对应的点在线段上. ( )

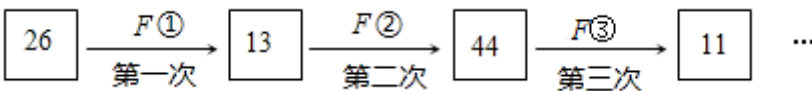


- A.  $AB$                       B.  $BC$                       C.  $CD$                       D.  $DE$

20. 任何一个正整数 $n$ 都可以进行这样的分解： $n = p \times q$ ( $p, q$ 是正整数，且 $p \leq q$ )，如果 $p \times q$ 在 $n$ 的所有这种分解中两因数之差的绝对值最小，我们就称 $p \times q$ 是 $n$ 的最佳分解，并规定： $S(n) = \frac{p}{q}$ ，例如18可以分解成 $1 \times 18, 2 \times 9$ 或 $3 \times 6$ ，则 $S(18) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ ，例如35可以分解成 $1 \times 35, 5 \times 7$ ，则 $S(35) = \frac{5}{7}$ ，则 $S(128)$ 的值是( )

- A.  $\frac{1}{2}$                       B.  $\frac{3}{4}$                       C.  $\frac{1}{8}$                       D.  $\frac{1}{32}$

21. 定义一种对正整数 $n$ 的“ $F$ 运算”：①当 $n$ 为奇数时，结果为 $3n + 5$ ；②当 $n$ 为偶数时，结果为 $\frac{n}{2^k}$ (其中 $k$ 是使 $\frac{n}{2^k}$ 为奇数的正整数)，并且运算重复进行. 例如，取 $n = 26$ ，第三次“ $F$ 运算”的结果是11. 则：若 $n = 449$ ，则第449次“ $F$ 运算”的结果是\_\_\_\_\_.



22. 四个互不相等的整数 $a, b, c, d$ ，使 $(a - 1)(b - 1)(c - 1)(d - 1) = 25$ ，则 $a + b + c + d =$ \_\_\_\_\_.

23. 综合与探究：

**【概念学习】**

现规定：求若干个相同的有理数(均不等于0)的商的运算叫做除方，比如 $2 \div 2 \div 2, (-3) \div (-3) \div (-3) \div (-3)$ 等，类比有理数的乘方，我们把 $2 \div 2 \div 2$ 写作 $2^{(3)}$ ，读作“2的圈3次方”， $(-3) \div (-3) \div (-3) \div (-3)$ 写作 $(-3)^{(4)}$ ，读作“(-3)的圈4次方”，一般地把 $\frac{a \div a \div a \div \dots \div a}{n \text{个} a}$ ( $a \neq 0$ )写作 $a^{(n)}$ ，读作“ $a$ 的圈 $n$ 次方”.

**【初步探究】**

(1)直接写出计算结果： $2^{(3)} =$ \_\_\_\_\_； $(-\frac{1}{2})^{(3)} =$ \_\_\_\_\_.

**【深入思考】**

我们知道，有理数的减法运算可以转化为加法运算，除法运算可以转化为乘法运算，那么有理数的除方运算如何转化为乘方运算呢？

除方 $\rightarrow 2^{(4)} = 2 \div 2 \div 2 \div 2 = 2 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = (\frac{1}{2})^2 \rightarrow$ 乘方幂的形式

(2)试一试：仿照上面的算式，把下列除方运算直接写成幂的形式：

$$(-3)^{\textcircled{5}} = \text{_____}, \left(\frac{1}{5}\right)^{\textcircled{6}} = \text{_____}.$$

$$(3)\text{算一算：} 12^2 \div \left(-\frac{1}{3}\right)^{\textcircled{4}} \times (-2)^{\textcircled{6}} - \left(-\frac{1}{3}\right)^{\textcircled{6}} \div 3^3.$$

## 参考答案

### 1. 【答案】A

【解析】解：A.根据相反数的定义， $-(-1) = 1$ ，那么A符合题意.

B.根据绝对值的定义， $-|-1| = -1$ ，那么B不符合题意.

C.根据乘方的定义， $(-1)^3 = -1$ ，那么C不符合题意.

D.根据乘方的定义， $-1^4 = -1$ ，那么D不符合题意.

故选：A.

根据相反数、绝对值、乘方的定义解决此题.

本题主要考查相反数、绝对值、乘方，熟练掌握相反数、绝对值、乘方的定义是解决本题的关键.

### 2. 【答案】B

【解析】解：设这个数为 $a$ ，由题意得

$$-a \leq 0,$$

$$\therefore a \geq 0,$$

即 $a$ 是非负数，

故选：B.

由相反数和非正数的定义可确定此题答案.

此题考查了对有理数符号的确定能力，关键是理解相反数与非正数等概念.

### 3. 【答案】B

【解析】解： $-0.5$ 的倒数是 $-2$ ， $-2$ 的绝对值是 $|-2| = 2$ ， $2$ 的相反数是 $-(2) = -2$ ，

$\therefore -0.5$ 的倒数的绝对值的相反数是 $-2$ .

故选：B.

据倒数，绝对值和相反数的定义进行求解即可.

本题主要考查了倒数，绝对值，相反数，熟知倒数，绝对值，相反数的定义是解题的关键：如果两个数的乘积为 $1$ ，那么这两个数互为倒数；正数和 $0$ 的绝对值是它本身，负数的绝对值是它的相反数；两个数只有符号不同，那么这两个数互为相反数， $0$ 的相反数是 $0$ .

### 4. 【答案】C

【解析】解： $63000 = 6.3 \times 10^4$ .

故选：C.

科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， $n$ 为整数. 确定 $n$ 的值时，要看把原数变成 $a$ 时，小数点移动了多少位， $n$ 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 $\geq 10$ 时， $n$ 是正整数；当原数的绝对值 $< 1$ 时， $n$ 是负整数.

此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， $n$ 为整数，表示时关键要正确确定 $a$ 的值以及 $n$ 的值.

### 5. 【答案】D

【解析】解：由数轴可知， $-3 < a < -2$ ， $1 < b < 2$ ，

所以 $ab < 0$ ， $-a > b$ ， $|a| > |b|$ ，

所以选项A，B，C是错误的，只有选项D是正确的。

故选：D.

#### 6. 【答案】D

【解析】解：还原数据得：2739000000，9是百万位，

近似数27.39亿精确到百万位。

故选：D.

由于一个近似数，四舍五入到哪一位，就说这个近似数精确到哪一位，因为27.39亿=2739000000，结合精确度的表示方法即可解答，

本题主要考查了近似数的相关知识，解题的关键是要看四舍五入到哪一位。

#### 7. 【答案】A

【解析】解：A.  $\because |-\frac{5}{6}| = \frac{5}{6}$ ， $|-\frac{4}{5}| = \frac{4}{5}$ ， $\frac{5}{6} > \frac{4}{5}$ ，

$\therefore -\frac{5}{6} < -\frac{4}{5}$ ，故本选项符合题意；

B.  $-(-21) = 21$ ， $+(-21) = -21$ ，

所以 $-(-21) > +(-21)$ ，故本选项不符合题意；

C.  $-|-10\frac{1}{2}| = -10\frac{1}{2}$ ，

故 $-|-10\frac{1}{2}| < 8\frac{2}{3}$ ，故本选项不符合题意；

D.  $-|-7\frac{2}{3}| = -7\frac{2}{3}$ ， $-(-7\frac{2}{3}) = 7\frac{2}{3}$ ，

所以 $-|-7\frac{2}{3}| < -(-7\frac{2}{3})$ ，故本选项不符合题意。

故选：A.

根据有理数大小比较方法解答即可。

本题考查了有理数大小比较，要熟练掌握有理数大小比较的法则：①正数都大于0；②负数都小于0；③正数大于一切负数；④两个负数比较大小，绝对值大的其值反而小。

#### 8. 【答案】B

【解析】解： $\because a < 0$ ， $b < 0$ ， $c > 0$ ，

$\therefore -b > -a > -c$ ，

故①不符合题意；

$\because a < 0$ ， $b < 0$ ，

$\therefore ab > 0$ ，

则 $|ab| = ab$ ，

$\therefore \frac{ab}{|ab|} = 1$ ，

又 $\because a < 0$ ， $c > 0$ ，

$$\therefore ac < 0,$$

$$\text{则 } |ac| = -ac,$$

$$\therefore \frac{ac}{|ac|} = -1,$$

$$\text{即: } \frac{ab}{|ab|} - \frac{ac}{|ac|} = 1 - (-1) = 2,$$

故②不符合题意;

$$\therefore a < 0, b < 0,$$

$$\therefore a + b < 0,$$

$$\therefore |a + b| = -(a + b) = -a - b,$$

$$|a| = -a, |b| = -b,$$

$$\therefore |a| + |b| = -a - b,$$

$$\text{即 } |a + b| = |a| + |b|,$$

③符合题意,

故选: B.

①中根据数轴上数的正负来判断大小;

②中, 根据数轴上数的正负去掉绝对值符号再计算;

③中, 根据数轴上数的正负去掉绝对值符号再计算.

本题考查了数轴上绝对值的应用, 关键分析出字母运算的正负来去掉绝对值.

## 9. 【答案】8

【解析】解: 数轴上的点A表示的数为5, 点B表示的数为-3,

则A与B两点间的距离为 $5 - (-3) = 8$ .

故答案为: 8.

数轴上点A与B点之间距离是 $5 - (-3)$ , 计算即可.

此题考查了利用数形结合思想解决数轴上两点间距离的求法, 关键是能根据数轴和计算归纳出计算方法.

## 10. 【答案】120

【解析】解: 因为墨迹最左端的实数是-109.2, 最右端的实数是10.5.根据实数在数轴上的排列特点, 可得墨迹遮盖部分最左侧的整数是-109, 最右侧的整数是10.所以遮盖住的整数共有120个.

故答案是: 120.

根据实数在数轴上排列的特点判断出墨迹盖住的最左侧的整数和最右侧的整数, 即可得到所有的被盖住的整数.

此题考查了数轴的有关内容, 要求掌握在数轴上的基本运算. 解决此题的关键是数轴上实数排列的特点. 另外容易疏忽的是整数0.

## 11. 【答案】 $\frac{1}{9}$

【解析】解: 因为 $(x - 2)^2 + |y + \frac{1}{3}| = 0$ ,

所以 $x - 2 = 0$ ,  $y + \frac{1}{3} = 0$ ,

解得  $x = 2$ ,  $y = -\frac{1}{3}$ .

$$\therefore y^x = \left(-\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}.$$

根据非负数的性质列出方程求出  $x$ 、 $y$  的值，代入所求代数式计算即可.

本题考查了非负数的性质：几个非负数的和为0时，这几个非负数都为0.

12. 【答案】  $-\frac{15}{4}$

【解析】解：  $\therefore$  最大值  $a = -5 \times (-3) = 15$ ,

$$\text{最小值 } b = \frac{4}{-1} = -4,$$

$$\therefore \frac{a}{b} = \frac{15}{-4} = -\frac{15}{4}.$$

故答案为：  $-\frac{15}{4}$ .

根据有理数的乘法与有理数的大小比较求出  $a$ 、 $b$  的值，然后相除即可得解.

本题考查了有理数的乘除法，有理数的大小比较，确定出  $a$ 、 $b$  的值是解题的关键.

13. 【答案】  $\pm\frac{2}{3}$  -4

【解析】解：  $\pm\sqrt{\frac{4}{9}} = \pm\frac{2}{3}$ ,  $\sqrt[3]{-64} = -4$ .

故答案为：  $\pm\frac{2}{3}$ ; -4.

根据平方根的性质与立方根的性质进行解题即可.

本题考查平方根与立方根，掌握平方根的性质与立方根的性质是解题的关键.

14. 【答案】 5或1

【解析】解：  $\therefore |a| = 2$ ,  $|b| = 3$ , 且  $a < b$ ,

$$\therefore a = \pm 2, b = 3,$$

$$\therefore a + b = 2 + 3 = 5 \text{ 或 } (-2) + 3 = 1,$$

故答案为： 5或1.

根据题意和数轴可以求得  $a$ 、 $b$  的值，从而可以求得  $a + b$  的值，本题得以解决.

本题考查数轴、绝对值，解答本题的关键是明确数轴的特点，利用数形结合的思想解答.

15. 【答案】解： (1)原式 =  $12 + 6 + 5 - 10$

$$= 23 - 10$$

$$= 13;$$

$$(2)\text{原式} = (64.83 + 35.17) - \left(5\frac{18}{19} + 44\frac{1}{19}\right)$$

$$= 100 - 50$$

$$= 50.$$

【解析】(1)利用绝对值的意义，有理数的加减混合运算的法则解答即可；

(2)利用加法的运算律解答即可.

本题主要考查了有理数的加减混合运算，熟练掌握有理数的加减混合运算的法则和加法的运算律是解题的关键.



16. 【答案】解：(1)原式 $= -8 \times (-5) - \frac{1}{2} \times 16$   
 $= 40 - 8$   
 $= 32;$

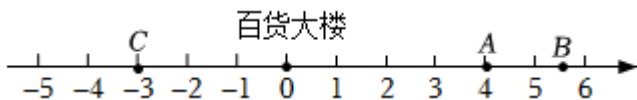
(2)原式 $= 3\frac{2}{3} \times 2\frac{2}{15} + (5\frac{2}{3} - 2) \times \frac{13}{15}$   
 $= 3\frac{2}{3} \times 2\frac{2}{15} + 3\frac{2}{3} \times \frac{13}{15}$   
 $= 3\frac{2}{3} \times (2\frac{2}{15} + \frac{13}{15})$   
 $= \frac{11}{3} \times 3$   
 $= 11.$

【解析】(1)先算乘方，再算乘除，最后算加减即可；

(2)逆用乘法分配律进行计算即可.

本题考查的是有理数的混合运算，熟知有理数混合运算的法则是解题的关键.

17. 【答案】解：(1)如图所示，



(2)这辆货车此次送货全程的路程 $S = |+4| + |+1.5| + |-8.5| + |3| = 17$ (千米),

这辆货车此次送货共耗油： $17 \times 1.5 = 25.5$ (升);

答：这辆货车此次送货全程共行走了17千米，这辆货车此次送货共耗油25.5升.

(3)依题意得：货车当日的送货收入为： $(|4| + |4 + 1.5| + |-3|) \times 20 = 250$ (元),

答：该货车司机当天的送货收入250元.

【解析】(1)根据已知，以百货大楼为原点，以向东为正方向，用1个单位长度表示1千米，一辆货车从百货大楼出发，向东走了4千米，到达小明家，即A表示4，继续向东走了1.5千米到达小红家，即B表示5.5，然后西走了8.5千米，到达小刚家，即点C表示-3;

(2)分别计算各次长度的绝对值可得送货全程，根据总路程 $\times$ 单位耗油量可得此次送货共耗油量;

(3)计算百货大楼到小明、小红、小刚家的距离和，再乘以20可得结论.

本题考查了数轴，是一道典型的有理数混合运算的应用题，同学们一定要掌握能够将应用问题转化为有理数的混合运算的能力.

18. 【答案】3 6 -3或5 -1或-5

【解析】解：(1)  $\because$ 当点P在线段AB上时， $PA + PB = 3$ ；当点P在点A的左侧或点B的右侧时， $PA + PB > 3$ ，  
 $\therefore |x + 1| + |x - 2|$ 的最小值是3.

故答案为：3.

(2)①  $\because |x - 4| + |x + 2|$ 的几何意义是数轴上x对应的点与-2对应的点之间的距离与x对应的点与4对应的点之间的距离之和，

$\therefore$ 当x对应的点在-2和4对应的点之间时， $|x - 4| + |x + 2|$ 有最小值，最小值为6.

故答案为：6.

$$\textcircled{2} \because |x - 4| + |x + 2| = 8,$$

$\therefore$ 根据 $\textcircled{1}$ 可知,  $x$ 对应的点不在 $-2$ 和 $4$ 对应的点之间.

当 $x$ 对应的点在 $-2$ 对应的点左侧时, 即当 $x < -2$ 时,  $|x - 4| + |x + 2| = -(x - 4) - (x + 2) = -2x + 2 = 8$ ,  
解得 $x = -3$ ;

当 $x$ 对应的点在 $4$ 对应的点右侧时, 即当 $x > 4$ 时,  $|x - 4| + |x + 2| = (x - 4) + (x + 2) = 8$ , 解得 $x = 5$ .

综上,  $x = -3$ 或 $5$ ,

故答案为:  $-3$ 或 $5$ .

$$\textcircled{3} \because |x + a| + |x - 3| \text{的最小值是} 2,$$

$$\therefore |-a - 3| = 2, \text{解得} a = -1 \text{或} -5.$$

故答案为:  $-1$ 或 $-5$ .

(1)根据题意直接解答即可;

(2) $\textcircled{1}$ 根据 $|x - 4| + |x + 2|$ 的几何意义求其最小值即可;

$\textcircled{2}$ 分别求解当 $x < -2$ 和 $x > 4$ 时对应的 $x$ 的值即可;

$\textcircled{3}$ 根据其几何意义,  $|x + a| + |x - 3|$ 的最小值为 $-a$ 和 $3$ 对应的点之间的距离, 利用数轴上两点之间的距离公式求解即可.

本题考查数轴和绝对值, 熟练运用绝对值求数轴上两点之间的距离是本题的关键.

#### 19. 【答案】A

【解析】解:  $\because A$ 点表示数为 $10$ ,  $E$ 点表示的数为 $10^{100}$ ,

$$\therefore AE = 10^{100} - 10,$$

$$\because AB = BC = CD = DE,$$

$$\therefore AB = \frac{1}{4}AE = \frac{1}{4}(10^{100} - 10),$$

$$\therefore B \text{点表示的数为} \frac{1}{4}(10^{100} - 10) - 10,$$

$$\therefore \frac{1}{4}(10^{100} - 10) - 10 - 10^{99}$$

$$= \frac{3}{2} \times 10^{99} - \frac{25}{2} > 0,$$

$$\therefore \frac{1}{4}(10^{100} - 10) - 10 > 0,$$

$\therefore$ 数 $10^{99}$ 所对应的点在 $B$ 点左侧,

$\therefore$ 数 $10^{99}$ 所对应的点在 $AB$ 点之间,

故选: A.

#### 20. 【答案】A

【解析】解:  $\because 128 = 1 \times 128 = 2 \times 64 = 4 \times 32 = 8 \times 16$ ,

$$\therefore F(128) = \frac{8}{16} = \frac{1}{2},$$

故选: A.

由 $128 = 1 \times 128 = 2 \times 64 = 4 \times 32 = 8 \times 16$ , 结合最佳分解的定义即可知 $F(128) = \frac{8}{16}$ .

本题主要考查有理数的混合运算。理解题意掌握最佳分解的定义是解题的关键。

21. 【答案】8

【解析】解：本题提供的“F运算”，需要对正整数 $n$ 分情况(奇数、偶数)循环计算，由于 $n = 449$ 为奇数应先进行F①运算，

$$\text{即 } 3 \times 449 + 5 = 1352(\text{偶数}),$$

需再进行F②运算，

$$\text{即 } 1352 \div 2^3 = 169(\text{奇数}),$$

再进行F①运算，得到 $3 \times 169 + 5 = 512(\text{偶数})$ ，

再进行F②运算，即 $512 \div 2^9 = 1(\text{奇数})$ ，

再进行F①运算，得到 $3 \times 1 + 5 = 8(\text{偶数})$ ，

再进行F②运算，即 $8 \div 2^3 = 1$ ，

再进行F①运算，得到 $3 \times 1 + 5 = 8(\text{偶数})$ ，...

即第1次运算结果为1352，...

第4次运算结果为1，第5次运算结果为8，...

可以发现第6次运算结果为1，第7次运算结果为8，

从第6次运算结果开始循环，且奇数次运算的结果为8，偶数次为1，而第499次是奇数，

这样循环计算一直到第449次“F运算”，得到的结果为8。

故答案为：8。

解决此类问题的关键在于将新运算转化为学过的数的有关运算法则进行计算，只有转化成功，才能有的放矢。

本题考查有理数的混合运算，解答本题的关键是明确有理数混合运算的计算方法。

22. 【答案】4

【解析】解： $\because 25 = -5 \times (-1) \times 1 \times 5$ ，四个互不相等的整数 $a$ 、 $b$ 、 $c$ 、 $d$ ，使 $(a-1)(b-1)(c-1)(d-1) = 25$ ，

$\therefore$ 不妨设 $a-1 = -5$ ， $b-1 = -1$ ， $c-1 = 1$ ， $d-1 = 5$ ，

解得 $a = -4$ ， $b = 0$ ， $c = 2$ ， $d = 6$ ，

$\therefore a + b + c + d = -4 + 0 + 2 + 6 = 4$ ，

故答案为：4。

根据 $25 = -5 \times (-1) \times 1 \times 5$ ，四个互不相等的整数 $a$ 、 $b$ 、 $c$ 、 $d$ ，使 $(a-1)(b-1)(c-1)(d-1) = 25$ ，可以求得 $a$ 、 $b$ 、 $c$ 、 $d$ 的值，然后求出它们的和即可。

本题考查有理数的混合运算，解答本题的关键是明确题意，求出 $a$ 、 $b$ 、 $c$ 、 $d$ 的值。

23. 【答案】解：(1) $\frac{1}{2}$ ；-2。

$$\begin{aligned} (2) & \left(-\frac{1}{3}\right)^3, 5^4(3)12^2 \div \left(-\frac{1}{3}\right)^{\textcircled{4}} \times (-2)^{\textcircled{6}} - \left(-\frac{1}{3}\right)^{\textcircled{6}} \div 3^3 \\ & = 144 \div (-3)^2 \times \left(-\frac{1}{2}\right)^4 - (-3)^4 \div 3^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= 144 \times \frac{1}{9} \times \frac{1}{16} - 81 \times \frac{1}{27} \\
&= 1 - 3
\end{aligned}$$

$= -2$ .

【解析】解：(1) $2^{③} = 2 \div 2 \div 2 = \frac{1}{2}$ ； $(-\frac{1}{2})^{③} = (-\frac{1}{2}) \div (-\frac{1}{2}) \div (-\frac{1}{2}) = -2$ ；

故答案为： $\frac{1}{2}$ ， $-2$ ；

(2) $(-3)^{⑤} = (-3) \div (-3) \div (-3) \div (-3) \div (-3) = (-3) \times (-\frac{1}{3}) \times (-\frac{1}{3}) \times (-\frac{1}{3}) \times (-\frac{1}{3}) = (-\frac{1}{3})^3$ ，

$(\frac{1}{5})^{⑥} = \frac{1}{5} \div \frac{1}{5} \div \frac{1}{5} \div \frac{1}{5} \div \frac{1}{5} \div \frac{1}{5} = \frac{1}{5} \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 5^4$ ；

故答案为： $(-\frac{1}{3})^3$ ， $5^4$ ；

(3)见答案。

(1)由新定义列出算式计算即可；

(2)根据新定义列出算式，化为乘方形式即可；

(3)根据新定义计算即可。

本题考查有理数的混合运算，涉及新定义，解题的关键是熟练掌握有理数相关运算法则，能根据新定义列出算式。