# 2022 北京大兴初二（下）期末

# 数　　学

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个.

1. 下列二次根式中，是最简二次根式的是（　）.

A. $\sqrt{32}$　　B. $\sqrt{90}$　　C. $\sqrt{\dfrac{3}{2}}$　　D. $\sqrt{5}$

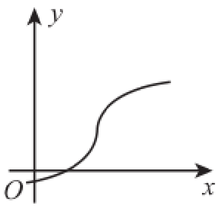
2. 下列各组数中，能作为直角三角形的三边长的是（　）.

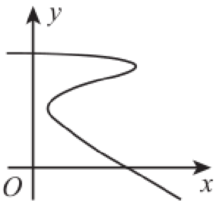
A. 1.5，2，3　　B. 2，3，4　　C. 1，1，$\sqrt{2}$　　D. 5，13，14

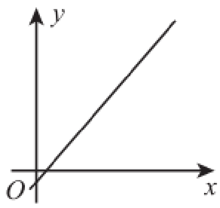
3. 一个菱形的两条对角线的长分别是 4 和 6，这个菱形的面积是（　）.

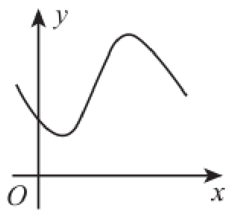
A. 6　　B. 10　　C. 12　　D. 24

4. 下列图象中不能表示 $y$ 是 $x$ 的函数的是（　）.

A. 

B. 

C. 

D. 


5. 一次函数 y=x - 1 的图象不经过(　)

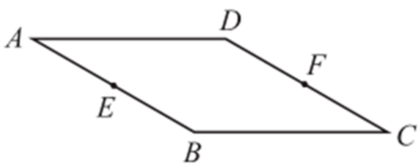
A. 第一象限　　B. 第二象限　　C. 第三象限　　D. 第四象限

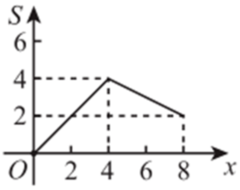
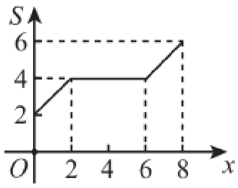
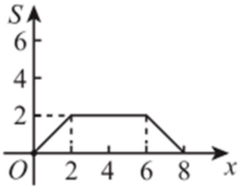
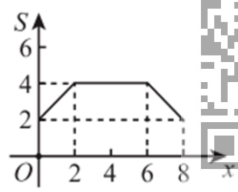
6. 某校学生参加区诗词大赛预选赛，经过多次测试后，有四位同学成为晋级的候选人，具体情况如下表，如果从这四位同学中选出一名总体水平高且成绩稳定的选手晋级，你会推荐（　）.

| | 甲 | 乙 | 丙 | 丁 |
|---|---|---|---|---|
| 平均分 | 94 | 94 | 92 | 92 |
| 方差 | 23 | 35 | 23 | 35 |

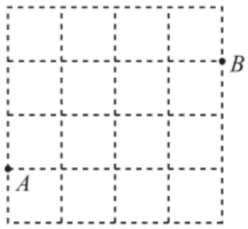
A. 甲　　B. 乙　　C. 丙　　D. 丁

7. 如图，菱形 $ABCD$ 中，$\angle A=30°$，$AB=4$，点 $E$，$F$ 分别是边 $AB$，$CD$ 的中点，动点 $P$ 从点 $E$ 出发，按逆时针方向，沿 $EB$，$BC$，$CF$ 匀速运动到点 $F$ 停止，设△$PAD$ 的面积为 $S$，动点 $P$ 运动的路径总长为 $x$，能表示 $S$ 与 $x$ 函数关系的图象大致是（　）.



A. 
B. 
C. 
D. 

8. 如图，我们称四个顶点都恰好在格点的四边形为格点四边形，$A$，$B$ 为 4×4 的正方形网格中的两个格点，在此图中以 $A$，$B$ 为顶点的格点四边形是平行四边形的个数是（　）.




A. 10　　B. 11　　C. 12　　D. 13

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

9. 若二次根式 $\sqrt{x+1}$ 在实数范围内有意义，则 $x$ 取值范围是______.

10. 请写出一个 y 随 x 增大而增大的正比例函数表达式，y=________

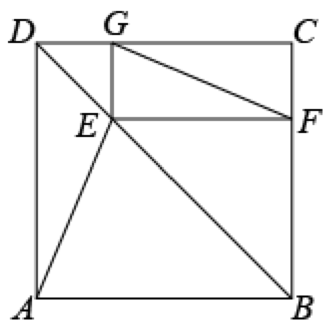
11. 一次函数 $y=-2x+3$ 的图象与 $y$ 轴的交点坐标为______.

12. 如果将一次函数 $y=x+8$ 的图象向下平移 6 个单位，那么所得图象的函数解析式是______.

13. 已知一次函数 $y=kx+b\left(k\neq 0\right)$ 的图象经过点 $\left(3,2\right)$，且 $y$ 随 $x$ 的增大而减小，则不等式 $kx+b>2$ 的解集为______.

14. 现有 5 名同学的身高分别为 165，172，168，170，175（单位：厘米）. 增加 1 名身高为 170 的同学后，这 6 名同学身高的平均数和方差与原来相比，平均数______（填“变大”、“变小”“不变”），方差______（填“变大”、“变小”、“不变”）.

15. 如图，点 $E$ 是正方形 $ABCD$ 的对角线 $BD$ 上一点，$EF\perp BC$，$EG\perp CD$，垂足分别是 $F$，$G$，$GF=5$，则 $AE$=______.

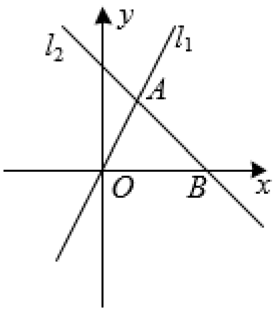



16. 已知直线 $y_1=ax+b\left(a\neq 0\right)$ 与直线 $y_2=kx+5\left(k\neq 0\right)$ 关于 $y$ 轴对称，当 $x>-\frac{5}{2}$ 时，$y_1>0$，当 $x>\frac{5}{2}$ 时，$y_2<0$，则直线 $y_1=$______.

三、解答题（本题共 68 分，第 17-22 题，每小题 5 分，第 23-26 题，每小题 6 分，第 27-28 题，每小题 7 分）解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. 计算：$\left(\pi+\sqrt{2}\right)^{0}+\sqrt{45}-\left(\dfrac{1}{2}\right)^{-1}-\left|\sqrt{5}-1\right|$.

18. 如图，在平面直角坐标系 $xOy$ 中，直线 $l_1: y_1=2x$ 与直线 $l_2: y_2=-x+3$ 交于点 $A$.




（1）求点 $A$ 的坐标；

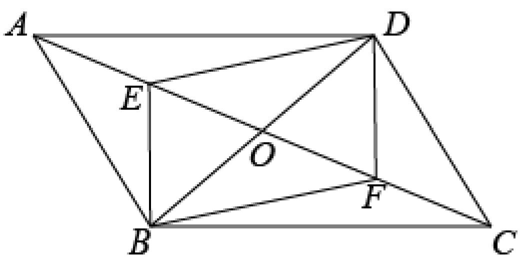
（2）当 $y_1<y_2$ 时，直接写出 $x$ 的取值范围.

19. 在平面直角坐标系 $xOy$ 中，一次函数的图像经过点 $A(-2,0)$ 与点 $B(0,4)$.

（1）求这个一次函数的解析式；

（2）若点 $C$ 是 $x$ 轴上一点，且 $\triangle ABC$ 面积是 4，求点 $C$ 的坐标.

20. 如图，在▱$ABCD$ 中，对角线 $AC$，$BD$ 交于点 $O$，且点 $E$，$F$ 分别是 $AO$，$CO$ 的中点，连接 $BE$，$BF$，$DE$，$DF$．求证：四边形 $BEDF$ 是平行四边形.




21. 下面是小明同学设计的“已知两条对角线长作菱形”的尺规作图过程.

已知：如图 1，线段 $a$.


图1

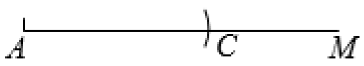



图2

求作：菱形 $ABCD$，使得对角线 $AC=a$，$BD=2a$.

作法：如图 2，

①作射线 $AM$，并在射线 $AM$ 上截取 $AC=a$；

②作线段 $AC$ 的垂直平分线 $PQ$，$PQ$ 交 $AC$ 于点 $O$；

③以点 $O$ 为圆心，$a$ 为半径作弧，交 $PQ$ 于点 $B$，$D$；

④连接 $AB$，$AD$，$BC$，$CD$.

则四边形 $ABCD$ 为所求作的菱形.

（1）用直尺和圆规，依作法补全图 2 中的图形（保留作图痕迹）；

（2）完成下面的证明：

证明：由作图可知 $AC=a$， $BD=2a$ .

∵ $PQ$ 为线段 $AC$ 的垂直平分线，∴ $OA=OC$ .

∵ $OB=OD$，

∴四边形 $ABCD$ 是平行四边形（________________）（填推理的依据）.

又∵ $AC\perp BD$，∴ ▱$ABCD$ 是菱形（________________）（填推理的依据）.

22. 某社区为了增强居民节约用水的意识，随机调查了部分家庭一年的月均用水量（单位：$t$）.
根据调查结果，绘制出如下的统计图①和图②.

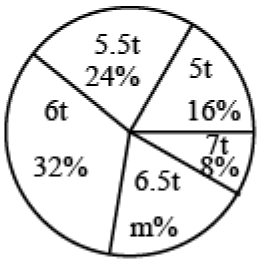



图1

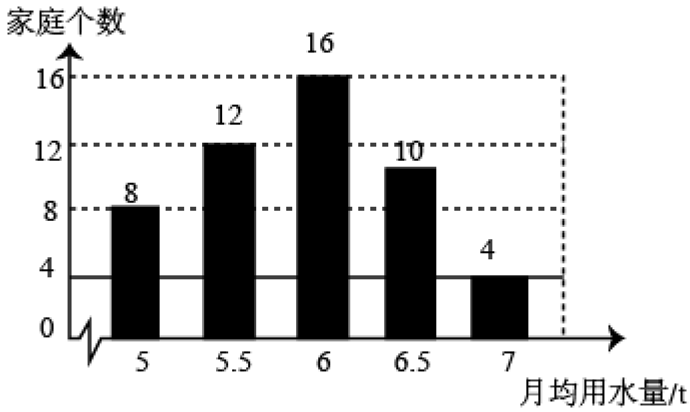



图2

请根据相关信息，解答下列问题：

（I）本次接受调查的家庭个数为________，图①中 $m$ 的值为_______；

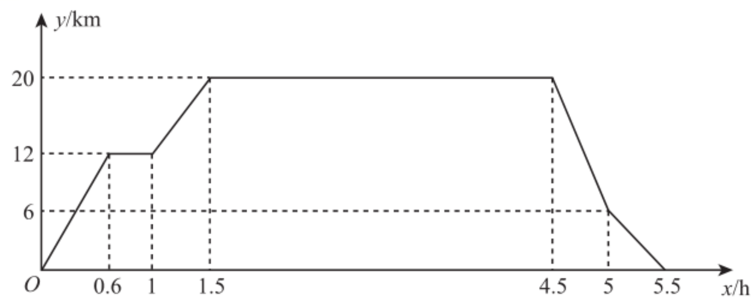
（II）求统计的这组月均用水量数据的平均数、众数和中位数.

23. 已知直线 $y=x+5$ 与 $x$ 轴交于点 $A(x_1，0)$，直线 $y=kx+1(k\neq0)$ 与 $x$ 轴交于点 $B(x_2，0)$，两直线交于点 $C(m，3)$.

（1）求 $m$，$k$ 的值；

（2）点 $P$ 在直线 $y=x+5$ 上，过点 $P$ 作 $y$ 轴的平行线，交直线 $y=kx+1\left(k\neq0\right)$ 于点 $Q$，若 $PQ=AB$，求点 $P$ 的坐标.

24. 已知学校、书店、图书馆依次在同一条直线上，书店离学校 12km，图书馆离学校 20km．李华从学校出发，匀速骑行 0.6h 到达书店；在书店停留 0.4h 后，匀速骑行 0.5h 到达图书馆；在图书馆参观学习一段时间，然后回学校；回学校途中，匀速骑行 0.5h 后减速，继续匀速骑行回到学校．给出的图象反映了这个过程中李华离学校的距离 $y$（单位：km）与离开学校的时间 $x$（单位：h）之间的对应关系.




请根据相关信息，解答下列问题：

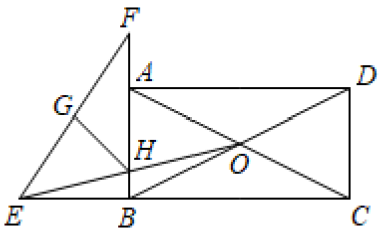
（1）填表：

| 离开学校的时间/h | 0.1 | 0.5 | 0.8 | 1 | 3 |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 离学校的距离/km | 2 | 10 |  | 12 |  |

（2）当$0 \le x \le 1$时，请直接写出$y$关于$x$的函数解析式；

（3）当李华离学校的距离为 6km 时，他离开学校的时间为______h.

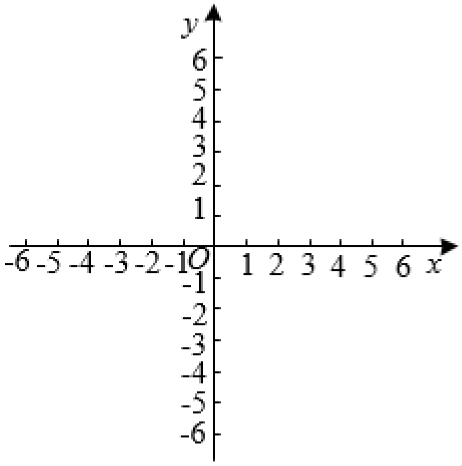
25. 如图，在矩形$ABCD$中，$AD=4$，$AB=8$，对角线$AC$，$BD$相交于点$O$，点$E$，$F$分别为$CD$，$DA$延长线上的点，且$DE=4$，$AF=2$，连接$EF$，$G$为$EF$的中点，连接$OE$，交$AD$于点$H$，连接$GH$.




（1）求证：$H$是$OE$的中点；

（2）求$GH$的长.

26. 在平面直角坐标系$xOy$中，一次函数$y=kx+b(k>0)$的图象与$x$轴交于点$A(-4,0)$，与$y$轴正半轴交于点$B$，且$AB=4\sqrt{2}$.



（1）求这个一次函数的解析式；

（2）当$x=2$时，函数$y=mx(m \ne 0)$值与一次函数$y=kx+b(k>0)$的值相等，求$m$的值；

（3）当$x<2$时，对于$x$的每一个值，函数$y=nx(n \ne 0)$的值小于一次函数$y=kx+b(k>0)$的值，直接写出$n$的取值范围.

27. 在正方形$ABCD$中，点$E$在射线$BC$上（不与点$B$，$C$重合），连接$DB$，$DE$，过点$E$在$DE$的左侧，作$EF \perp DE$且使$EF=DE$，连接$BF$.

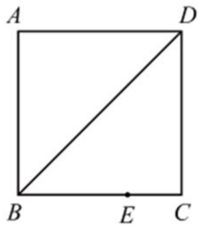


图1

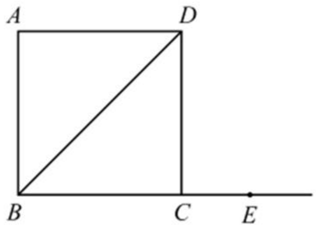


图2

（1）如图 1，点 $E$　$BC$ 边上.

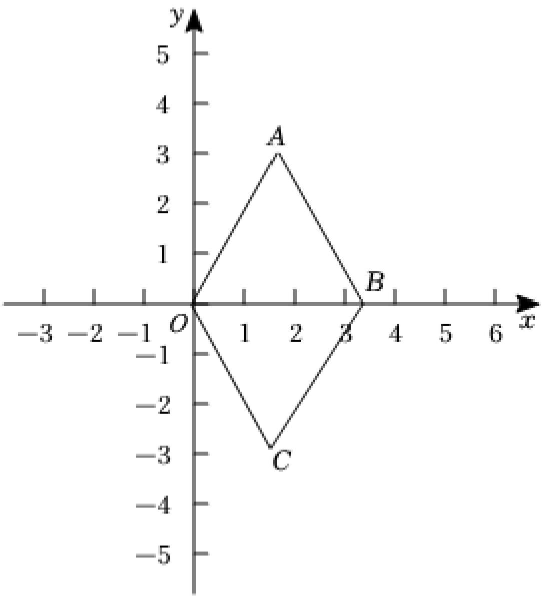
①依题意补全图 1；

②求证：$\sqrt{2}BE = BD - BF$；

（2）如图 2，点 $E$ 在 $BC$ 边的延长线上，直接用等式表示线段 $BD$，$BE$，$BF$ 之间的数量关系.

28. 对于平面直角坐标系 $xOy$ 中的点 $P$ 和四边形 $OABC$，给出如下定义：若在四边形 $OABC$ 上存在一点 $Q$，使得 $P$，$Q$ 两点间的距离小于或等于 1，则称 $P$ 为四边形 $OABC$ 的“关联点”.

如图，已知点 $A\left(\sqrt{3},3\right)$，$B\left(2\sqrt{3},0\right)$，$C\left(\sqrt{3},-3\right)$.




（1）在点 $D\left(0,2\right)$，$E\left(3,-2\right)$，$F\left(5,3\right)$ 中，四边形 $OABC$ 的关联点是______；

（2）点 $G$ 为直线 $l: y = kx - \left(\sqrt{3}k - 5\right)\left(k \neq 0\right)$ 上一点.

①若直线 $l: y = kx - \left(\sqrt{3}k - 5\right)\left(k \neq 0\right)$ 过点 $D\left(0,2\right)$，点 $G$ 是四边形 $OABC$ 的关联点，求点 $G$ 的横坐标的取值范围；

②若直线 $l: y = kx - \left(\sqrt{3}k - 5\right)\left(k \neq 0\right)$ 上，不存在点 $G$ 是四边形 $OABC$ 的关联点，直接写出 $k$ 的取值范围.

# 参考答案

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个．

1. 下列二次根式中，是最简二次根式的是（　）．

A. $\sqrt{32}$　　B. $\sqrt{90}$　　C. $\sqrt{\dfrac{3}{2}}$　　D. $\sqrt{5}$

【答案】D

【解析】

【分析】根据最简二次根式的定义，即可判断．

【详解】解：A．$\sqrt{32}=4\sqrt{2}$，故 A 不符合题意；

B．$\sqrt{90}=3\sqrt{10}$，故 B 不符合题意；

C．$\sqrt{\dfrac{3}{2}}=\dfrac{\sqrt{6}}{2}$，故 C 不符合题意；

D．$\sqrt{5}$ 是最简二次根式，故 D 符合题意；

故选：D．

【点睛】本题考查了最简二次根式，熟练掌握最简二次根式的定义是解题的关键．

2. 下列各组数中，能作为直角三角形的三边长的是（　）．

A. 1.5，2，3　　B. 2，3，4　　C. 1，1，$\sqrt{2}$　　D. 5，13，14

【答案】C

【解析】

【分析】根据勾股定理的逆定理，进行计算即可解答．

【详解】解：A．$\because 1.5^2+2^2\neq 3^2$，$\therefore$不能构成直角三角形，故此选项不符合题意；

B．$\because 2^2+3^2\neq 4^2$，$\therefore$不能构成直角三角形，故此选项不符合题意；

C．$\because 1^2+1^2=(\sqrt{2})^2$，$\therefore$能构成直角三角形，故此选项符合题意；

D．$\because 5^2+13^2\neq 14^2$，$\therefore$不能构成直角三角形，故此选项不符合题意；

故选：C．

【点睛】本题考查了勾股定理的逆定理，熟练掌握勾股定理的逆定理是解题的关键．

3. 一个菱形的两条对角线的长分别是 4 和 6，这个菱形的面积是（　）．

A. 6　　B. 10　　C. 12　　D. 24

【答案】C

【解析】

【分析】根据菱形的面积等于对角线乘积的一半列式计算即可得解．

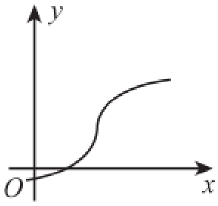
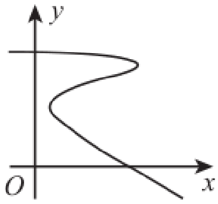
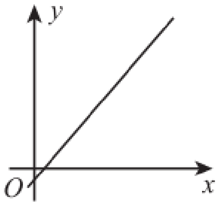
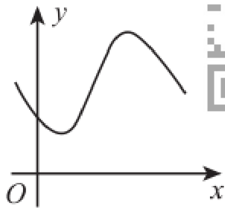
【详解】解：$\because$菱形的两条对角线的长分别为 4 和 6，

$\therefore$这个菱形的面积$=\dfrac{1}{2}\times 4\times 6=12$．

故选：C．

【点睛】本题考查了菱形的性质，解决本题的关键是掌握菱形面积公式．

4. 下列图象中不能表示 $y$ 是 $x$ 的函数的是（　）.

A. 
B. 
C. 
D. 

【答案】B

【解析】

【分析】根据函数的定义：对于 $x$ 的每一个取值，$y$ 都有唯一确定的值与之对应，即可判断出不能表示 $y$ 是 $x$ 的函数.

【详解】解：A、满足对于 $x$ 的每一个取值，$y$ 都有唯一确定的值与之对应关系，故 A 不符合题意；

B、不满足对于 $x$ 的每一个取值，$y$ 都有唯一确定的值与之对应关系，故 B 符合题意；

C、满足对于 $x$ 的每一个取值，$y$ 都有唯一确定的值与之对应关系，故 C 不符合题意；

D、满足对于 $x$ 的每一个取值，$y$ 都有唯一确定的值与之对应关系，故 D 不符合题意；

故选 B.

【点睛】此题考查的是函数的定义，掌握自变量确定时，函数值的唯一性是解决此题的关键.

5. 一次函数 y=x－1　图象不经过(　)

A. 第一象限　　B. 第二象限　　C. 第三象限　　D. 第四象限

【答案】B

【解析】

【详解】分析：根据函数图像的性质解决即可.

解析：$y=x-1$ 的图像经过第一、三、四象限，所以不经过第二象限.

故选 B.

6. 某校学生参加区诗词大赛预选赛，经过多次测试后，有四位同学成为晋级的候选人，具体情况如下表，如果从这四位同学中选出一名总体水平高且成绩稳定的选手晋级，你会推荐（　）.

| | 甲 | 乙 | 丙 | 丁 |
|---|---|---|---|---|
| 平均分 | 94 | 94 | 92 | 92 |
| 方差 | 23 | 35 | 23 | 35 |

A. 甲　　B. 乙　　C. 丙　　D. 丁

【答案】A

【解析】

【分析】根据平均分及方差的比较即可求解.

【详解】解：甲的平均分=乙的平均分>丙和丁的平均分，

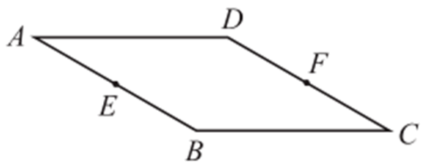
且 $S_{甲}^2=23<S_{乙}^2=35$，

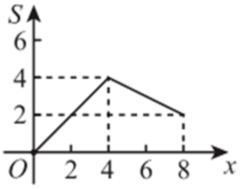
因此甲的成绩最稳定，应推荐甲去，

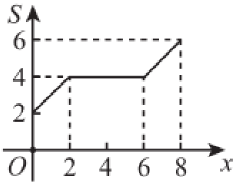
故选：A．

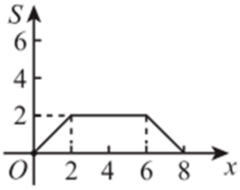
【点睛】本题考查了根据方差判断一组数据的稳定性，熟练掌握方差越小越稳定是解题的关键．

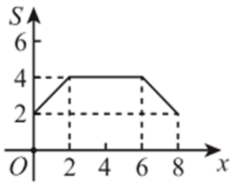
7. 如图，菱形 $ABCD$ 中，$\angle A=30°$，$AB=4$，点 $E$，$F$ 分别是边 $AB$，$CD$ 的中点，动点 $P$ 从点 $E$ 出发，按逆时针方向，沿 $EB$，$BC$，$CF$ 匀速运动到点 $F$ 停止，设△$PAD$ 的面积为 $S$，动点 $P$ 运动的路径总长为 $x$，能表示 $S$ 与 $x$ 函数关系的图象大致是（　）．




A. 

B. 

C. 

D. 


【答案】D

【解析】

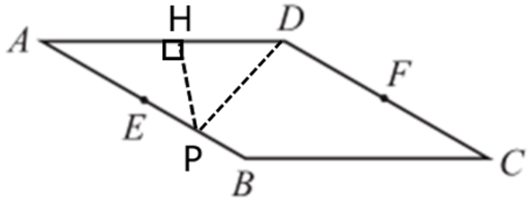
【分析】分 $P$ 在 $EB$ 上、$BC$ 上、$CF$ 上三种情况讨论，利用三角形面积公式求解即可．

【详解】解：在菱形 $ABCD$ 中: $AB=BC=CD=AD=4, AD \parallel BC, AB \parallel CD$，

∵点 $E$，$F$ 分别是边 $AB$，$CD$ 的中点，

$\therefore EB=\frac{1}{2}AB=2, DF=CF=\frac{1}{2}CD=2$．

当 $P$ 在 $EB$ 上时，$0 \le x \le 2$ 时，过点 $P$ 作 $PH \perp AD$ 于点 $H$，则 $AP=2+x$，$\angle AHP=90°$，



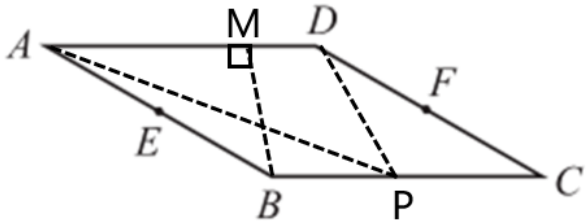

∵ $\angle A$=30°，

$\therefore PH=\frac{1}{2}AP=\frac{1}{2}(2+x)=1+\frac{1}{2}x$，

$\therefore S=S_{\triangle APD}=\frac{1}{2}AD\times PH=\frac{1}{2}\times 4\times\left(1+\frac{1}{2}x\right)=2+x$，

∴此时图象是与 $y$ 轴交于 $(0,2)$ 的线段；

当 $P$ 在 $BC$ 上时，$2 \le x \le 6$ 时，过点 $B$ 作 $BM \perp AD$ 于点 $M$，则 $\angle AMP=90°$，




$\because \angle A=30°$，

$\therefore BM=\frac{1}{2}AB=\frac{1}{2}\times 4=2$，

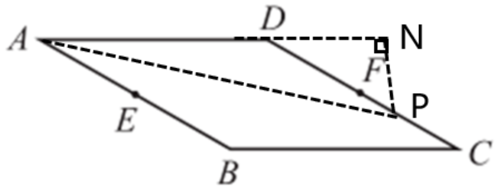
$\therefore S_{\triangle ABD}=\frac{1}{2}AD\times BM=\frac{1}{2}\times 4\times 2=4$，

$\because AD\,//\,BC$，

$\therefore S=S_{\triangle ADP}=S_{\triangle ABD}=4$，

$\therefore$此时图象是平行于 $x$ 轴的线段；

当 $P$ 在 $CF$ 上时，$6\le x\le 8$ 时，过点 $P$ 作 $PN\perp AD$ 于点 $N$，则 $CP=x-2-4=x-6$，$\angle DNP=90°$，




$\therefore DP=4-CP=4-(x-6)=10-x$，

$\because \angle A=30°$，$AB\parallel CD$，

$\therefore \angle PDN=\angle A=30°$，

$\therefore PN=\frac{1}{2}DP=\frac{1}{2}\times(10-x)=5-\frac{1}{2}x$，

$\therefore S=S_{\triangle ADP}=\frac{1}{2}\times AD\times PN=\frac{1}{2}\times 4\times\left(5-\frac{1}{2}x\right)=10-x$，

$\therefore$此时图象是一条过$(6,4)$、$(8,2)$ 的线段；

观察四个选项，只有选项 $D$ 符合题意，

故选：D.

【点睛】此题考查了利用分类讨论的思想求动点问题的函数图象；也考查了菱形的性质，含 30 度的直角三角形的性质，三角形的面积公式以及一次函数的图象，掌握以上知识点是解题的关键.

8. 如图，我们称四个顶点都恰好在格点的四边形为格点四边形，$A$，$B$ 为 4×4 的正方形网格中的两个格点，在此图中以 $A$，$B$ 为顶点的格点四边形是平行四边形的个数是（　）.


A. 10　　　　　　　　　B. 11　　　　　　　　　C. 12　　　　　　　　　D. 13

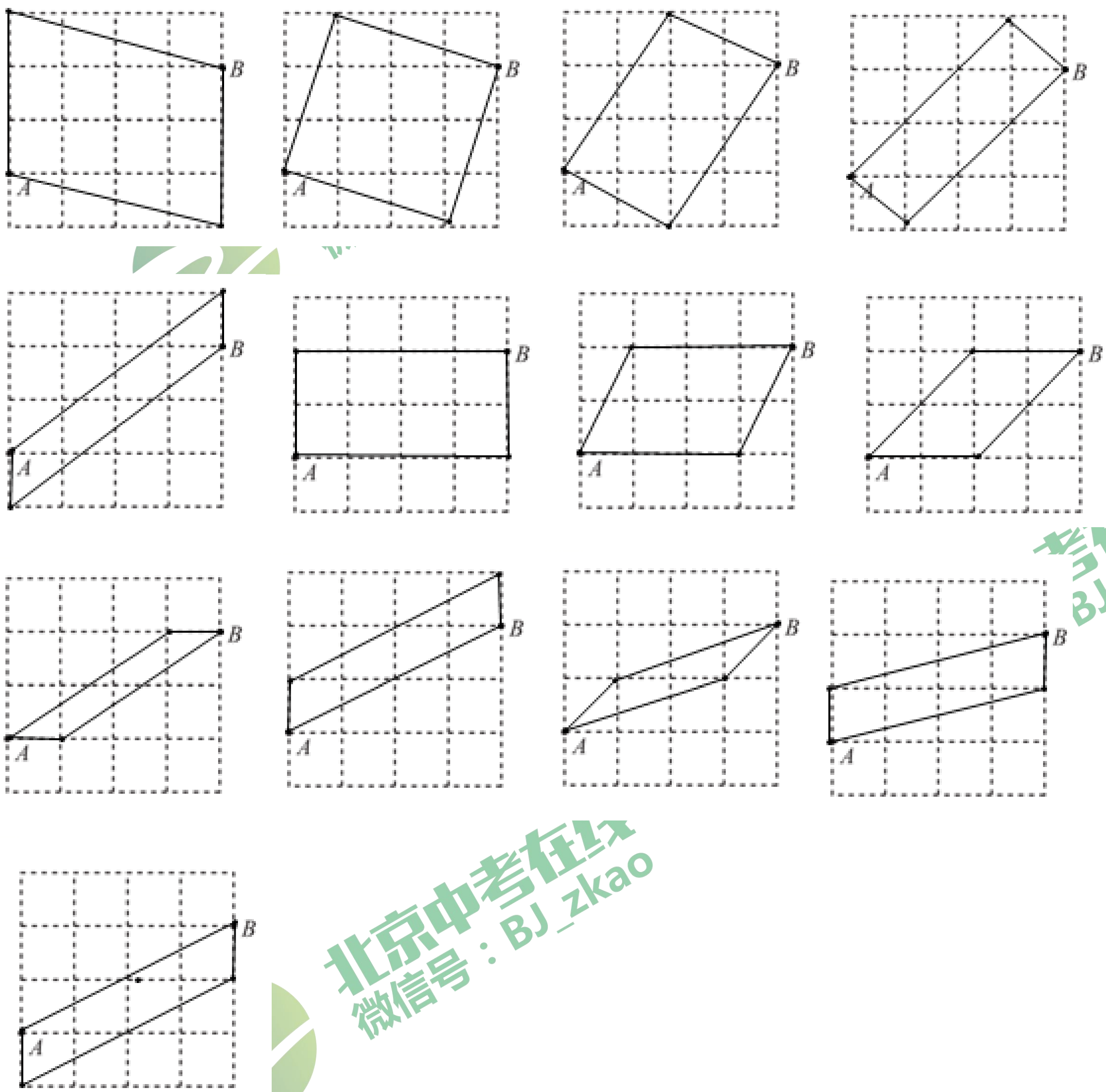
【答案】D

【解析】

【分析】根据两组对边分别相等的四边形是平行四边形，构造顶点四边形即可；

【详解】解：如下图：由勾股定理和网格特征可得下列顶点四边形的两组对边分别相等，

∴都是平行四边形，



故选： D.

【点睛】本题考查了平行四边形的判定，勾股定理；掌握平行四边形的性质是解题关键.

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

9. 若二次根式$\sqrt{x+1}$在实数范围内有意义，则 $x$ 的取值范围是______.

【答案】$x \geq -1$

【解析】

【分析】根据二次根式有意义的条件即可得出答案.

【详解】解：∵二次根式$\sqrt{x+1}$在实数范围内有意义，

∴$x$+1≥0，

解得，$x \geq -1$，

故答案为：$x \geq -1$.

【点睛】本题考查了二次根式有意义的条件，掌握二次根式有意义的条件是被开方数是非负数是解题的关键.

10. 请写出一个 y 随 x 增大而增大的正比例函数表达式，y=________

【答案】2x

【解析】

【详解】$y=kx$（$k$≠0），∵$y$随着$x$的增大而增大，∴$k$>0.

故答案为 2$x$.

11. 一次函数$y=-2x+3$的图象与$y$轴的交点坐标为______.

【答案】$(0,3)$

【解析】

【分析】代入$x$=0求出$y$值，此题得解.

【详解】当 x=0 时，$y$=-2$x$+3=3，

∴一次函数$y$=$x$+1　图象与$y$轴的交点坐标为（0，3）.

故答案为：（0，3）.

【点睛】本题考查了一次函数图象上点的坐标特征，牢记直线上任意一点的坐标都满足函数关系式$y$=$kx$+$b$是解题的关键.

12. 如果将一次函数$y=x+8$的图象向下平移 6 个单位，那么所得图象的函数解析式是______.

【答案】$y=x+2$

【解析】

【分析】根据“上加下减”的原则进行解答即可.

【详解】解：由“上加下减”　原则可知，将函数$y=x+8$的图象向下平移 6 个单位所得函数的解析式为$y=x+8-6$，即$y$=$x$+2.

故答案为：$y$=$x$+2.

【点睛】本题考查的是一次函数的图象与几何变换，熟知“上加下减”的原则是解答此题的关键.

13. 已知一次函数$y=kx+b\left(k \neq 0\right)$的图象经过点$(3,2)$，且 y 随 x 的增大而减小，则不等式$kx+b>2$的解集为______.

【答案】$x<3$

【解析】

【分析】根据题意可得当$x<3$时，一次函数的图象位于直线$y=2$的上方，即可求解.

【详解】解：∵一次函数$y=kx+b\left(k \neq 0\right)$的图象经过点$(3,2)$，且 y 随 x 的增大而减小，

∴当 $x<3$ 时，一次函数的图象位于直线 $y=2$ 的上方，

∴不等式 $kx+b>2$ 的解集为 $x<3$ .

故答案为： $x<3$

【点睛】本题主要考查了一次函数与不等式的关系，利用数形结合思想是解题的关键.

14. 现有 5 名同学的身高分别为 165，172，168，170，175（单位：厘米）. 增加 1 名身高为 170 的同学后，这 6 名同学身高的平均数和方差与原来相比，平均数______（填“变大”、“变小”“不变”），方差______（填“变大”、“变小”、“不变”）.

【答案】 ①. 不变 ②. 变小

【解析】

【分析】根据平均数的计算方法分别计算出 5 名同学和 6 名同学的平均数，再分别计算出方差，可得答案.

【详解】解：5 名同学的身高的平均数为 $\frac{1}{5}(165+172+168+170+175)=170$ ,

方差为 $\frac{1}{5}\left[(165-170)^2+(172-170)^2+(168-170)^2+(170-170)^2+(175-170)^2\right]=11.6$ ,

增加 1 名同学后平均数为 $\frac{1}{6}(165+172+168+170+175+170)=170$ ,

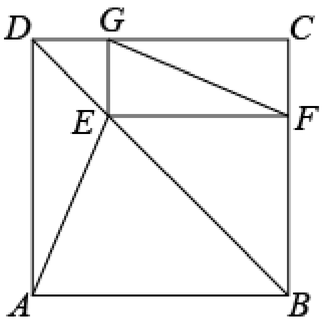
方差为 $\frac{1}{6}\left[(165-170)^2+(172-170)^2+(168-170)^2+(170-170)^2+(175-170)^2+(170-170)^2\right]=\frac{29}{3}<11.6$ ,

∴平均数不变，方差变小.

故答案为：不变，变小

【点睛】本题考查了求平均数和方差，熟练掌握平均数和方差计算公式是解题的关键.

15. 如图，点 $E$ 是正方形 $ABCD$ 的对角线 $BD$ 上一点， $EF\perp BC$ ， $EG\perp CD$ ，垂足分别是 $F$，$G$，$GF=5$，则 $AE=$______.

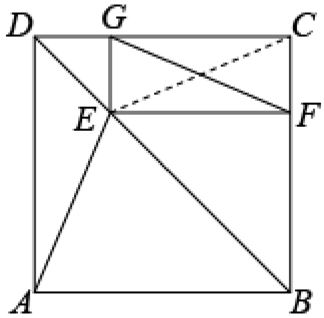



【答案】5

【解析】

【分析】先用正方形的性质证明△$ABE$≌△$CBE$，得出 $AE$=$CE$，然后判断出四边形 $EFCG$ 是矩形，根据矩形的性质即可得到结论.

【详解】解：如图，连接 $CE$，




∵$BD$是正方形的对角线，

∴$\angle BCD=90°$，$\angle ABE=\angle CBE=45°$，$AB=BC$，

在$\triangle ABE$和$\triangle CBE$中，

$$\begin{cases} AB=CB \\ \angle ABE=\angle CBE \\ BE=BE \end{cases}，$$

∴$\triangle ABE\cong\triangle CBE$（$SAS$），

∴$AE=CE$，

∵$EF\perp BC$，$EG\perp CD$，

∴$\angle EGC=\angle CFE=90°$，

∴$\angle EGC=\angle CFE=\angle BCD=90°$，

∴四边形$EFCG$是矩形，

∴$CE=FG=AE=5$．

故答案为：5

【点睛】此题主要考查了正方形的性质，全等三角形的判定和性质，矩形的判定和性质，解本题的关键是判断出$AE=CE$．

16. 已知直线$y_1=ax+b\left(a\neq 0\right)$与直线$y_2=kx+5\left(k\neq 0\right)$关于$y$轴对称，当$x>-\frac{5}{2}$时，$y_1>0$，当$x>\frac{5}{2}$时，$y_2<0$，则直线$y_1=$______.

【答案】$2x+5$##$5+2x$

【解析】

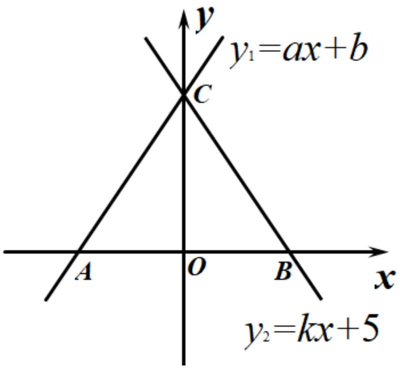
【分析】由直线$y_1=ax+b\left(a\neq 0\right)$与直线$y_2=kx+5\left(k\neq 0\right)$关于$y$轴对称，可计算出两直线与$y$轴的交点为（0，5），再根据当$x>-\frac{5}{2}$时，$y_1>0$，当$x>\frac{5}{2}$时，$y_2<0$，可绘制出函数图像，确定直线$y_1=ax+b$与$x$轴交点为$A$（$-\frac{5}{2}$,0），进而计算直线$y_1$的解析式即可．

【详解】解：∵直线$y_1=ax+b\left(a\neq 0\right)$与直线$y_2=kx+5\left(k\neq 0\right)$关于$y$轴对称，

∴当$x=0$时，$y_2=y_1$，即$b=5$，

∴直线$y_1=ax+b$与直线$y_2=kx+5$与$y$轴的交点为（0，5），

又∵当$x>-\frac{5}{2}$时，$y_1>0$，当$x>\frac{5}{2}$时，$y_2<0$，根据题意可绘制图像如下，




∴直线$y_1=ax+b$与x轴交点为$A$（$-\frac{5}{2},0$），

将点$b=5$以及点$A$代入到直线$y_1=ax+b$，

可得$0=a\times(-\frac{5}{2})+5$，解得$a=2$，

∴直线$y_1=2x+5$.

故答案为：$2x+5$.

【点睛】本题主要考查了一次函数的图像与坐标轴交点问题，根据题意绘制函数图像，运用数形结合的思想分析问题是解题关键.

三、解答题（本题共68分，第17-22题，每小题5分，第23-26题，每小题6分，第27-28题，每小题7分）解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. 计算：$\left(\pi+\sqrt{2}\right)^0+\sqrt{45}-\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}-\left|\sqrt{5}-1\right|$.

【答案】$2\sqrt{5}$

【解析】

【分析】根据零次幂、负指数整数幂、二次根式及去绝对值的运算即可求解.

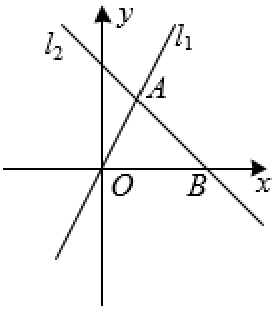
【详解】$\left(\pi+\sqrt{2}\right)^0+\sqrt{45}-\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}-\left|\sqrt{5}-1\right|$

$=1+3\sqrt{5}-2-\sqrt{5}+1$

$=2\sqrt{5}$.

【点睛】本题考查了实数的运算，熟练掌握零次幂、负指数整数幂、二次根式及去绝对值的运算法则是解题的关键.

18. 如图，在平面直角坐标系$xOy$中，直线$l_1:y_1=2x$与直线$l_2:y_2=-x+3$交于点$A$.




（1）求点 $A$ 的坐标；

（2）当 $y_1 < y_2$ 时，直接写出 $x$ 的取值范围.

【答案】（1）$(1,2)$

（2）$x<1$

【解析】

【分析】（1）由直线 $l_1: y_1 = 2x$ 与直线 $l_2: y_2 = -x+3$ 交于点 $A$，故可联立方程组：$\begin{cases} y = 2x \\ y = -x+3 \end{cases}$ 得 $\begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}$，故 $A$（1，2）.

（2）根据函数图象，可知：当 $y_1 < y_2$ 时，$x<1$.

【小问 1 详解】

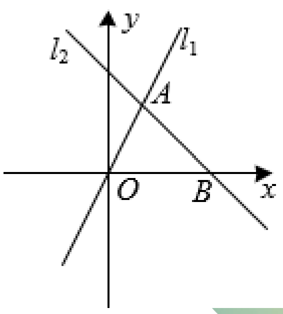
解：由题意可知，$\begin{cases} y = 2x \\ y = -x+3 \end{cases}$，

解得：$\begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}$.

∴点 $A$ 的坐标是 $(1,2)$.

【小问 2 详解】

解：由（1）可知，点 A 为 $(1,2)$，




根据图像可知，当 $y_1 < y_2$ 时，直接写出 $x$ 的取值范围是 $x<1$；

【点睛】本题考查了一次函数图象的性质以及一元一次不等式，借助数形结合的思想，熟练掌握一次函数图象的性质是解题关键.

19. 在平面直角坐标系 $xOy$ 中，一次函数的图像经过点 $A(-2,0)$ 与点 $B(0,4)$.

（1）求这个一次函数的解析式；

（2）若点 $C$ 是 $x$ 轴上一点，且 $\triangle ABC$ 的面积是 4，求点 $C$ 的坐标.

【答案】（1）$y=2x+4$

（2）$(-4,0)$ 或 $(0,0)$

【解析】

【分析】（1）由待定系数法，即可求出一次函数的解析式；

（2）先求出 $AC$ 的长度，然后即可求出点 $C$ 的坐标.

【小问 1 详解】

解：设这个一次函数的解析式为 $y=kx+b(k\neq 0)$.

$\because$ 一次函数的图像经过点 $A(-2,0)$ 与 $B(0,4)$，

$\therefore \begin{cases}-2k+b=0\\0\cdot k+b=4\end{cases}$，

$\therefore \begin{cases}k=2\\b=4\end{cases}$.

$\therefore$ 这个一次函数的解析式为 $y=2x+4$.

【小问 2 详解】

解：$\because B(0,4)$，

$\therefore OB=4$.

$\because \triangle ABC$ 的面积是 4，点 $C$ 在 $x$ 轴上，

$\therefore S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}AC\cdot OB=4$.

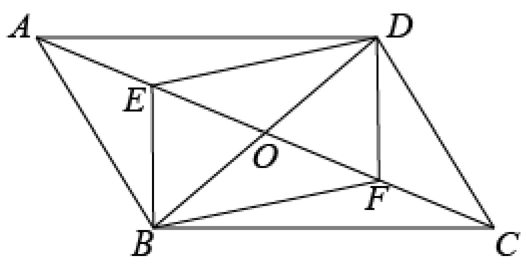
$\therefore AC=2$.

$\because A(-2,0)$，

$\therefore$ 点 $C$ 的坐标为 $(-4,0)$ 或 $(0,0)$.

【点睛】本题主要考查待定系数法求解一次函数解析式以及三角形面积，解题的关键在于求得 $AC$ 的长度.

20. 如图，在 $\square ABCD$ 中，对角线 $AC$，$BD$ 交于点 $O$，且点 $E$，$F$ 分别是 $AO$，$CO$ 的中点，连接 $BE$，$BF$，$DE$，$DF$. 求证：四边形 $BEDF$ 是平行四边形.




【答案】见解析

【解析】

【分析】由平行四边形的性质可求得 $OA=OC$、$OB=OD$，再结合 $E$、$F$ 为中点，可求得 $OE=OF$，则可证得四边形 $EBFD$ 为平行四边形；

【详解】证明：∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\therefore AO=CO$， $BO=DO$．

∵点 $E$，$F$ 分别是 $AO$，$CO$ 的中点，

$\therefore EO=\dfrac{1}{2}AO$， $FO=\dfrac{1}{2}CO$．

$\therefore EO=FO$．

∴四边形 $BEDF$ 是平行四边形．

【点睛】本题主要考查平行四边形的性质和判定，掌握平行四边形的对角线互相平分是解题的关键．

21. 下面是小明同学设计的“已知两条对角线长作菱形”的尺规作图过程．

已知：如图 1，线段 $a$．


图1

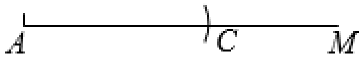



图2

求作：菱形 $ABCD$，使得对角线 $AC=a$， $BD=2a$．

作法：如图 2，

①作射线 $AM$，并在射线 $AM$ 上截取 $AC=a$；

②作线段 $AC$ 的垂直平分线 $PQ$，$PQ$ 交 $AC$ 于点 $O$；

③以点 $O$ 为圆心，$a$ 为半径作弧，交 $PQ$ 于点 $B$，$D$；

④连接 $AB$，$AD$，$BC$，$CD$．

则四边形 $ABCD$ 为所求作的菱形．

（1）用直尺和圆规，依作法补全图 2 中的图形（保留作图痕迹）；

（2）完成下面的证明：

证明：由作图可知 $AC=a$， $BD=2a$．

∵$PQ$ 为线段 $AC$ 的垂直平分线，$\therefore OA=OC$．

$\because OB=OD$，

∴四边形 $ABCD$ 是平行四边形（____________）（填推理的依据）．

又$\because AC\perp BD$，$\therefore \square ABCD$ 是菱形（____________）（填推理的依据）．

【答案】（1）见解析 （2）对角线互相平分的四边形是平行四边形；对角线互相垂直的平行四边形是菱形

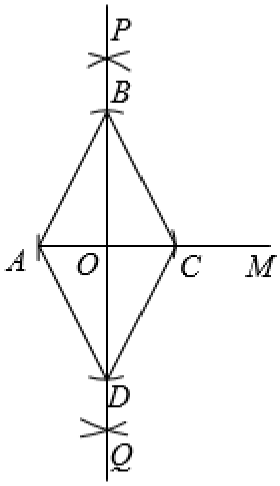
【解析】

【分析】（1）根据作法补全图形，即可求解；

（2）由作图可知 $AC=a$， $BD=2a$．$PQ$ 为线段 $AC$ 的垂直平分线， $OB=OD$，可得四边形 $ABCD$ 是平行四边形，再由对角线互相垂直的平行四边形是菱形，即可求证．

【小问 1 详解】

解：菱形 $ABCD$ 即为所求；




【小问 2 详解】

证明：由作图可知 $AC = a$， $BD = 2a$ .

∵ $PQ$ 为线段 $AC$ 的垂直平分线，

∴ $OA = OC$ .

∵ $OB = OD$ ，

∴四边形 $ABCD$ 是平行四边形（对角线互相平分的四边形是平行四边形）

又∵ $AC \perp BD$ ，

∴ ▱$ABCD$ 是菱形（对角线互相垂直的平行四边形是菱形）

故答案为：对角线互相平分的四边形是平行四边形；对角线互相垂直的平行四边形是菱形

【点睛】本题主要考查了作图—复杂作图，菱形的判定和性质，线段的垂直平分线的性质等知识，解题的关键是理解题意，灵活运用所学知识解决问题.

22. 某社区为了增强居民节约用水的意识，随机调查了部分家庭一年的月均用水量（单位：$t$）.

根据调查结果，绘制出如下的统计图①和图②.

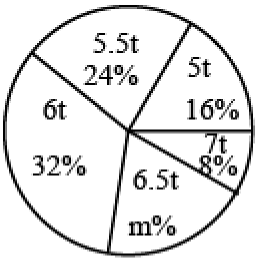



图1

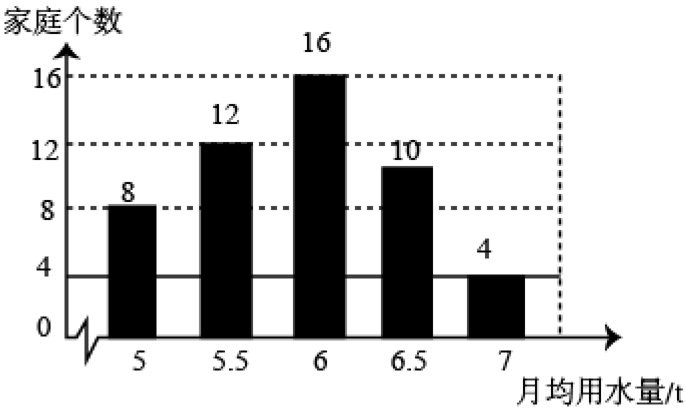



图2

请根据相关信息，解答下列问题：

（I）本次接受调查的家庭个数为________，图①中 $m$ 的值为_______；

（II）求统计的这组月均用水量数据的平均数、众数和中位数.

【答案】（I）50，20；（II）这组数据的平均数是 5.9；众数为 6；中位数为 6.

【解析】

【分析】（I）利用用水量为 $5t$ 的家庭个数除以其所占百分比即可求出本次接受调查的家庭个数；利用用水量为 $6.5t$ 的家庭个数除以本次接受调查的家庭个数即得出其所占百分比，即得出 $m$ 的值．

（II）根据加权平均数的公式，中位数，众数的定义即可求出结果．

【详解】（I）本次接受调查的家庭个数=$\dfrac{8}{16\%}=50$，

由题意可知 $\dfrac{10}{50}\times 100\%=m\%$ ，

解得 $m=20$ .

故答案为 50，20．

（II）观察条形统计图，

$\because \overline{x}=\dfrac{5\times 8+5.5\times 12+6\times 16+6.5\times 10+7\times 4}{50}=5.9$，

∴这组数据的平均数是 5.9．

∵在这组数据中，6 出现了 16 次，出现的次数最多，

∴这组数据的众数为 6．

∵将这组数据按从小到大的顺序排列，其中处于中间的两个数都是 6，

即有 $\dfrac{6+6}{2}=6$，

∴这组数据的中位数为 6．

【点睛】本题考查条形统计图与扇形统计图相关联，加权平均数，中位数以及众数．从条形统计图与扇形统计图中找到必要的数据和信息是解答本题的关键．

23. 已知直线 $y=x+5$ 与 $x$ 轴交于点 $A(x_1，0)$，直线 $y=kx+1(k\neq 0)$与 $x$ 轴交于点 $B(x_2，0)$，两直线交于点 $C(m，3)$．

（1）求 $m$，$k$ 的值；

（2）点 $P$ 在直线 $y=x+5$ 上，过点 $P$ 作 $y$ 轴的平行线，交直线 $y=kx+1\left(k\neq 0\right)$ 于点 $Q$，若 $PQ=AB$ ，求点 $P$ 的坐标．

【答案】（1）$m=-2$，$k=-1$；

（2）$P(1，6)$或$(-5，0)$．

【解析】

【分析】（1）把点 $C(m，3)$代入 $y=x+5$ 即可求得 $m$ 的值，把点 $C(-2，3)$代入 $y=kx+1$ 求得 $k$ 的值；

（2）先求得 $A(-5，0)$，$B(1，0)$，得到 $AB=6$．设点 $P(p，p+5)$，分 $P$ 在 $Q$ 上方和 $P$ 在 $Q$ 下方两种情况，列方程求解即可．

【小问 1 详解】

解：∵点 $C(m，3)$在 $y=x+5$ 上，

∴$3=m+5$，

∴$m=-2$．

∵$y=kx+1$ 过点 $C(-2，3)$，

∴$3=-2k+1$，

∴$k=-1$；

【小问 2 详解】

解：设点 $P(p，p+5)$，

∵$PQ\,//\,y$ 轴，点 $Q$ 在 $y=-x+1$ 上，

∴点 $Q(p，-p+1)$．

∵$A(-5，0)$，$B(1，0)$，

∴$AB=6$．

∵$PQ=AB$，

∴$PQ=6$．

∴①$P$ 在 $Q$ 上方时：$p+5-(-p+1)=6$，

解得 $p=1$；

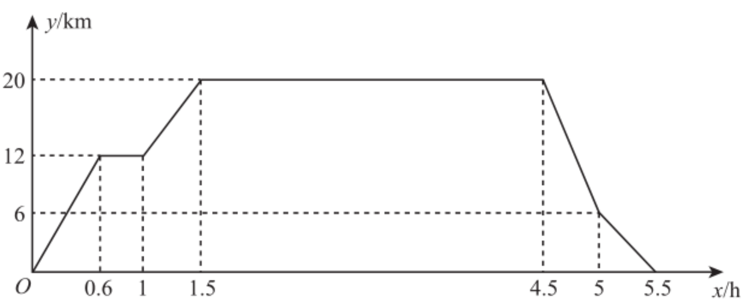
②$P$ 在 $Q$ 下方时：$-p+1-(p+5)=6$，

解得 $p=-5$．

∴$P(1，6)$或$(-5，0)$．

【点睛】此题考查了一次函数与坐标轴的交点，坐标与图形性质，待定系数法求一次函数解析式，利用待定系数法解题是解题的关键．

24. 已知学校、书店、图书馆依次在同一条直线上，书店离学校 12km，图书馆离学校 20km．李华从学校出发，匀速骑行 0.6h 到达书店；在书店停留 0.4h 后，匀速骑行 0.5h 到达图书馆；在图书馆参观学习一段时间，然后回学校；回学校途中，匀速骑行 0.5h 后减速，继续匀速骑行回到学校．给出的图象反映了这个过程中李华离学校的距离 $y$（单位：km）与离开学校的时间 $x$（单位：h）之间的对应关系．




请根据相关信息，解答下列问题：

（1）填表：

| 离开学校的时间/h | 0.1 | 0.5 | 0.8 | 1 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|
| 离学校的距离/km | 2 | 10 |  | 12 |  |

（2）当 $0\le x\le 1$ 时，请直接写出 $y$ 关于 $x$ 的函数解析式；

（3）当李华离学校的距离为 6km 时，他离开学校的时间为______h．

【答案】（1）12；20

（2）$y=\begin{cases}20x,(0\le x\le 0.6)\\12,(0.6<x\le 1)\end{cases}$

（3）0 3 或 5

【解析】

【分析】（1）根据图形直接得出结论；

（2）根据图形按分段函数分别写出函数解析式即可；

（3）分两种情况求出时间即可．

【小问 1 详解】

根据图形得：$x=0.8$ 时，$y=12$，

$x=3$ 时，$y=20$，

| 离开学校的时间/h | 0.1 | 0.5 | 0.8 | 1 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|
| 离学校的距离/km | 2 | 10 | 12 | 12 | 20 |

故答案为：12，20；

【小问 2 详解】

当时 $0\le x\le 0.6$，$y=\dfrac{12}{0.6}x=20x$；

当时 $0.6<x\le 1$，$y=12$，

∴$y$ 关于 $x$ 的函数解析式 $y=\begin{cases}20x(0\le x\le 0.6)\\12(0.6<x\le 1)\end{cases}$；

【小问 3 详解】

当李华从学校到书店过程中距离学校 6km 时，

由（2）得，$20x=6$，

解得：$x=0.3$；

当李华从图书馆返回学校过程中距离学校 6km 时，

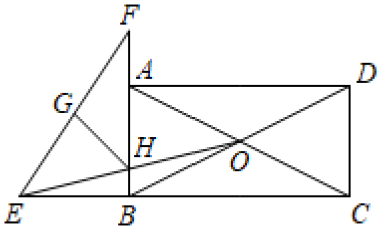
由图形可得，$x=5$，

综上所述，当李华离学校的距离为 6km 时，他离开学校的时间为 0.3h 或 5h．

故答案为：0.3 或 5．

【点睛】本题考查了一次函数的实际应用，理解图象上各点的含义是解题的关键．

25. 如图，在矩形 $ABCD$ 中，$AD=4$，$AB=8$，对角线 $AC$，$BD$ 相交于点 $O$，点 $E$，$F$ 分别为 $CD$，$DA$ 延长线上的点，且 $DE=4$，$AF=2$，连接 $EF$，$G$ 为 $EF$ 的中点，连接 $OE$，交 $AD$ 于点 $H$，连接 $GH$．




（1）求证：$H$ 是 $OE$ 的中点；

（2）求 $GH$ 的长．

【答案】（1）见解析　（2）$2\sqrt{2}$

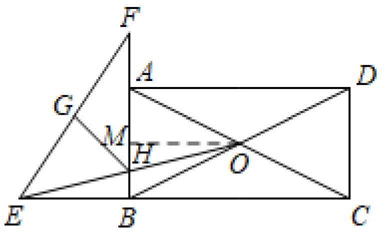
【解析】

【分析】（1）取 $AD$ 中点 $M$，连接 $OM$．由 $OM$ 是$\triangle ADC$ 的中位线，推出$OM \parallel DC$，$OM=\dfrac{1}{2}DC$．只需证明$\triangle OMH \cong \triangle EDH$ 即可得出$OH=EH$；

（2）连接 $OF$．先利用平行线的性质得出$\angle FMO=\angle ADC=90°$，再利用勾股定理求出 $OF$，利用 $GH$ 是$\triangle FEO$ 的中位线即可求出 $GH$ 的长．

【小问 1 详解】

证明：取 $AD$ 中点 $M$，连接 $OM$．




$\because$矩形 $ABCD$ 中，对角线 $AC$，$BD$ 相交于点 $O$，

$\therefore O$ 是 $BD$ 的中点．

$\because M$ 是 $AD$ 的中点，

$\therefore OM$ 是$\triangle ADC$ 的中位线，

$\therefore OM \parallel DC$，$OM=\dfrac{1}{2}DC$．

$\because$四边形 $ABCD$ 是矩形，

$\therefore AB//CD$，$AB=DC$．

$\because AB=8$，

$\therefore OM=4$．

$\because DE=4$，

$\therefore DE=OM$．

$\because OM \parallel DC$，

$\therefore \angle OMH=\angle EDH$，$\angle MOH=\angle DEH$．

在$\triangle OMH$ 和$\triangle EDH$ 中，

$$\begin{cases}\angle OMH=\angle EDH\\ OM=ED\\ \angle MOH=\angle DEH\end{cases},$$

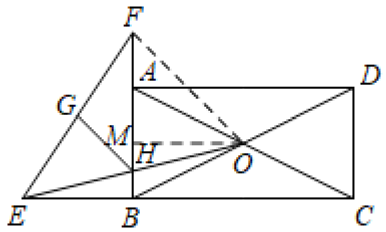
$\therefore \triangle OMH \cong \triangle EDH$，

$\therefore OH=EH$，

$\therefore H$ 是 $OE$ 的中点.

【小问 2 详解】

解：连接 $OF$.




$\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形，

$\therefore \angle ADC=90^\circ$.

$\because OM \parallel DC$，

$\therefore \angle FMO=\angle ADC$，

$\therefore \angle FMO=90^\circ$.

$\because AD=4$，$M$ 是 $AD$ 中点，

$\therefore AM=\frac{1}{2}AD=2$.

$\because AF=2$，

$\therefore FM=4$.

$\therefore$ 在 $\triangle FOM$ 中，$\angle FMO=90^\circ$，$OM=4$，$FM=4$.

由勾股定理得：$OF=\sqrt{OM^2+FM^2}=4\sqrt{2}$.

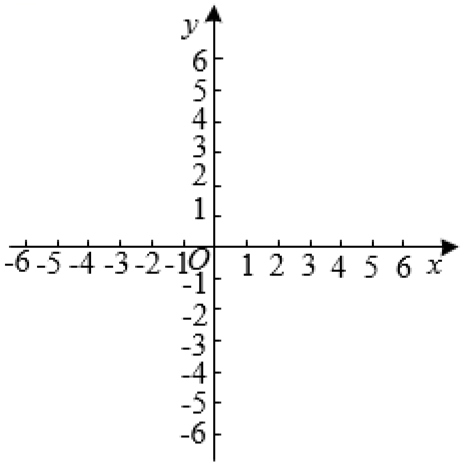
$\because G$ 是 $EF$ 中点，$H$ 是 $OE$ 中点，

$\therefore GH$ 是 $\triangle FEO$ 的中位线，

$\therefore GH=\frac{1}{2}OF=2\sqrt{2}$.

【点睛】本题考查矩形的性质、中位线的性质、勾股定理、平行线的性质、全等三角形的判定与性质等，通过作辅助线构造全等三角形是解（1）的关键，作辅助线将求 $GH$ 转化为求 $OF$ 是解（2）的关键.

26. 在平面直角坐标系 $xOy$ 中，一次函数 $y=kx+b\left(k>0\right)$ 的图象与 $x$ 轴交于点 $A\left(-4,0\right)$，与 $y$ 轴正半轴交于点 $B$，且 $AB=4\sqrt{2}$.




（1）求这个一次函数的解析式；

（2）当 $x=2$ 时，函数 $y=mx\left(m\neq 0\right)$ 的值与一次函数 $y=kx+b\left(k>0\right)$ 的值相等，求 $m$ 的值；

（3）当 $x<2$ 时，对于 $x$ 的每一个值，函数 $y=nx\left(n\neq 0\right)$ 的值小于一次函数 $y=kx+b\left(k>0\right)$ 的值，直接写出 $n$ 的取值范围．

【答案】（1） $y=x+4$

（2） $m=3$

（3）$1\leq n\leq 3$

【解析】

【分析】（1）先利用勾股定理求出 $OB$ 的长，从而可得点 $B$ 的坐标，再利用待定系数法即可得；

（2）将 $x=2$ 代入一次函数 $y=kx+b\left(k>0\right)$ 求出函数值，再将其代入函数 $y=mx\left(m\neq 0\right)$ 即可得；

（3）先求出一次函数 $y=x+4$ 经过点 $(2,6)$，再找出两个临界位置：①函数 $y=nx\left(n\neq 0\right)$ 的图象恰好经过点 $(2,6)$；②函数 $y=nx\left(n\neq 0\right)$ 的图象与一次函数 $y=x+4$ 的图象平行，然后结合函数图象即可得．

【小问 1 详解】

解：$\because A\left(-4,0\right)$，

$\therefore OA=4$．

$\because AB=4\sqrt{2}$，

$\therefore$在 $\mathrm{Rt}\triangle AOB$ 中，由勾股定理，得 $OB=\sqrt{AB^2-OA^2}=4$，

$\because$点 $B$ 在 $y$ 轴正半轴上，

$\therefore B\left(0,4\right)$．

将点 $A\left(-4,0\right)$，$B\left(0,4\right)$ 代入 $y=kx+b\left(k>0\right)$ 得：$\begin{cases}-4k+b=0\\ b=4\end{cases}$，

解得 $\begin{cases}k=1\\ b=4\end{cases}$，

则一次函数的解析式为 $y=x+4$．

【小问 2 详解】

解：对于一次函数 $y=x+4$，

当 $x=2$ 时，$y=2+4=6$，

将 $x=2, y=6$ 代入函数 $y=mx(m\neq 0)$ 得：$2m=6$，

解得 $m=3$.

【小问 3 详解】

解：对于一次函数 $y=x+4$，

当 $x=2$ 时，$y=2+4=6$，

由题意，有以下两个临界位置：

①如图，当函数 $y=nx(n\neq 0)$ 的图象恰好经过点 $(2,6)$ 时，

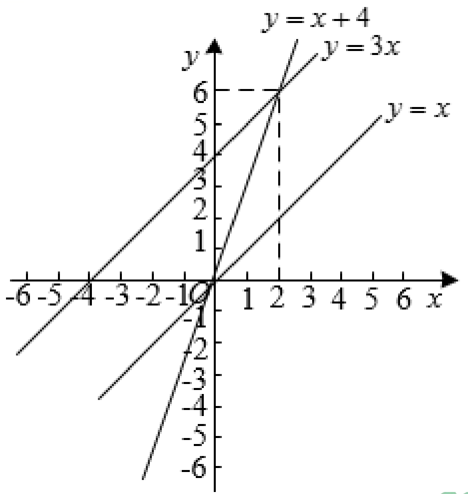
将点 $(2,6)$ 代入函数 $y=nx(n\neq 0)$ 得：$2n=6$，

解得 $n=3$；

②如图，当函数 $y=nx(n\neq 0)$ 的图象与一次函数 $y=x+4$ 的图象平行时，

则 $n=1$；

所以当 $x<2$ 时，对于 $x$ 的每一个值，函数 $y=nx(n\neq 0)$ 的值小于一次函数 $y=kx+b(k>0)$ 的值，则 $n$ 的取值范围为 $1\leq n\leq 3$.




【点睛】本题考查了求一次函数的解析式、勾股定理等知识点，熟练掌握待定系数法和一次函数的图象是解题关键.

27. 在正方形 $ABCD$ 中，点 $E$ 在射线 $BC$ 上（不与点 $B$，$C$ 重合），连接 $DB$，$DE$，过点 $E$ 在 $DE$ 的左侧，作 $EF\perp DE$ 且使 $EF=DE$，连接 $BF$.

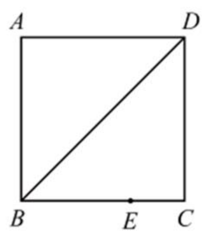



图1

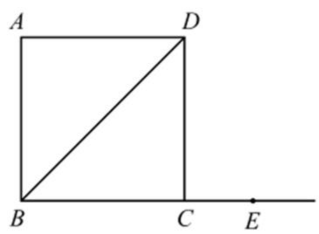



图2

（1）如图1，点$E$　$BC$边上．

①依题意补全图1；

②求证：$\sqrt{2}BE = BD - BF$；

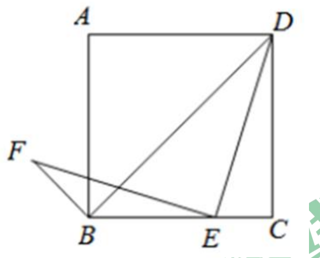
（2）如图2，点$E$在$BC$边的延长线上，直接用等式表示线段$BD$，$BE$，$BF$之间的数量关系．

【答案】（1）①见解析；②见解析

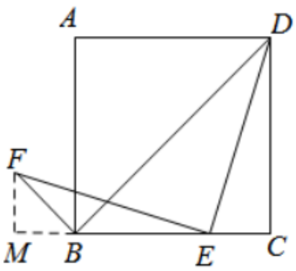
（2）$\sqrt{2}BE = BD + BF$

【解析】

【详解】解：（1）①




②证明：作$FM \perp CB$的延长线于点$M$．




$\therefore \angle FMB = 90^\circ$．

$\because$四边形$ABCD$是正方形，

$\therefore \angle DCE = 90^\circ$，$BC = CD$，

$\therefore \angle EDC + \angle DEC = 90^\circ$．

$\because DE \perp EF$，

$\therefore \angle DEF = 90^\circ$，

$\therefore \angle MEF + \angle DEC = 90^\circ$，

$\therefore \angle MEF = \angle EDC$．

$\because \angle DCE = \angle FMB = 90^\circ$，$EF = DE$，

$\therefore \triangle FEM \cong \triangle EDC$．

$\therefore EC = FM$，$DC = ME$．

$\therefore BC = ME$．

$\therefore EC = MB$．

$\therefore FM = MB$．

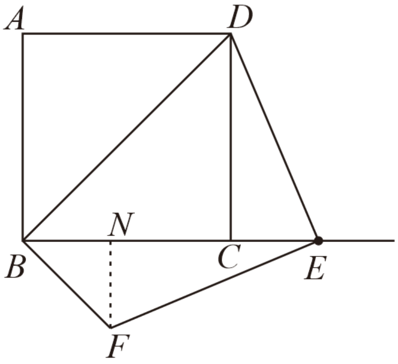
$\therefore$在$\mathrm{Rt}\triangle BMF$和$\mathrm{Rt}\triangle BCD$中，

由勾股定理得$BD = \sqrt{2}BC$，$BF = \sqrt{2}BM$．

$\therefore BD - BF = \sqrt{2}BC - \sqrt{2}BM = \sqrt{2}BC - \sqrt{2}EC = \sqrt{2}BE$．

$\therefore \sqrt{2}BE = BD - BF$．

（2）如图，由点 F 作 FN 垂直于 BE，垂足为 N




在△$DCE$ 和△$FNE$ 中：

$$\because \begin{cases} \angle CDE = \angle FEN \\ \angle DCE = \angle FNE = 90^\circ \\ FC = DE \end{cases}$$

$\therefore$△$DCE$≌△$FNE$

$\therefore BC=DC=NE$

$\therefore BN=CE=FN$

$\therefore BF=\sqrt{2}NB$；

又 $BD=\sqrt{2}BC$

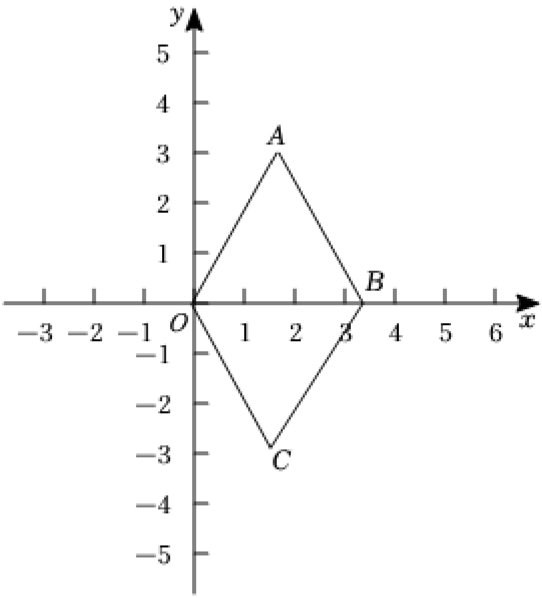
$\therefore BD+BF=\sqrt{2}NB+\sqrt{2}BC=\sqrt{2}\left(NB+BC\right)=\sqrt{2}BE$

故答案为：

$\sqrt{2}BE = BD + BF$．

28. 对于平面直角坐标系 $xOy$ 中的点 $P$ 和四边形 $OABC$，给出如下定义：若在四边形 $OABC$ 上存在一点 $Q$，使得 $P$，$Q$ 两点间的距离小于或等于 1，则称 $P$ 为四边形 $OABC$ 的“关联点”．

如图，已知点 $A\left(\sqrt{3},3\right)$，$B\left(2\sqrt{3},0\right)$，$C\left(\sqrt{3},-3\right)$．




（1）在点 $D(0,2)$，$E(3,-2)$，$F(5,3)$ 中，四边形 $OABC$ 的关联点是______；

（2）点 $G$ 为直线 $l: y=kx-(\sqrt{3}k-5)(k\neq 0)$ 上一点．

①若直线 $l: y=kx-(\sqrt{3}k-5)(k\neq 0)$ 过点 $D(0,2)$，点 $G$ 是四边形 $OABC$ 的关联点，求点 $G$ 的横坐标的取值范围；

②若直线 $l: y=kx-(\sqrt{3}k-5)(k\neq 0)$ 上，不存在点 $G$ 是四边形 $OABC$ 的关联点，直接写出 $k$ 的取值范围．

【答案】（1）$D$，$E$　（2）①$-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\le x_G\le\dfrac{\sqrt{3}}{2}$；②$k>\sqrt{3}$ 或 $k<-\sqrt{3}$

【解析】

【分析】（1）分别判断点 $D$ 到线段 $AO$ 的垂线的长度、点 $E$ 到线段 $BC$ 的垂线的长度、点 $F$ 到线段 $AB$ 的垂线的长度是否小于或等于 1，即可得到答案；

（2）①先通过点 $D$ 的坐标计算出 $k$ 的到直线的解析式，再证明四边形 $OAFE$ 是矩形、$\triangle OAB$ 是等边三角形从而计算出点 $E$、$F$ 的坐标，从而得到点 $G$ 的横坐标的取值范围；

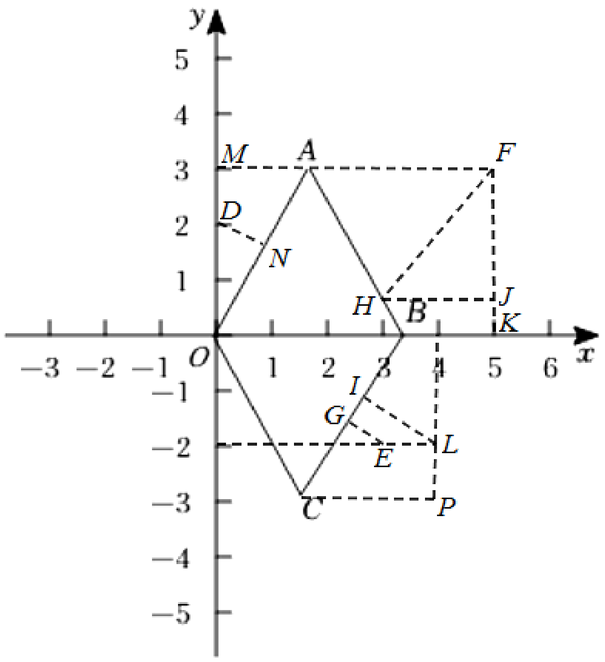
②计算出直线 $OC$ 的解析式，将直线 $OC$ 沿着垂直 $OC$ 的方向向下平移 1 得到直线 $l_1$，通过在直线 $l$ 与 $l_1$ 的夹角范围外不存在四边形 $OABC$ 的关联点，得到 $k$ 的取值范围．

【小问 1 详解】

解：如下图所示，过点 $A$ 作 $AM\perp y$ 轴，垂足为 $M$；过点 $D$ 作 $DN\perp AN$，垂足为 $N$；

过点 $F$ 作 $FH\perp AB$ 垂足为 $H$，过点 $F$ 作 $FK\perp x$ 轴，垂足为 $K$，过点 $H$ 作 $HJ//x$ 轴，B 并交 $FK$ 于点 $J$；

过点 $E$ 作 $EG\perp BC$ 垂足为 $G$，过点 $C$ 作 $CP//x$ 轴，过点 $B$ 作 $BP\perp x$ 轴，$CP$、$BP$ 交于点 $P$，过点 $E$ 做 $EL//x$ 轴，交 $BP$ 于点 $L$；




由题意得 $AM=\sqrt{3}$， $OM=3$， $DO=2$， $\angle AMO=\angle DNO=90^{\circ}$，

$\therefore AO=\sqrt{AM^{2}+OM^{2}}=2\sqrt{3}$；

$\therefore AM=\dfrac{1}{2}AO$，

$\therefore \angle MOA=30^{\circ}$，

$\therefore DN=\dfrac{1}{2}DO=1$,

$\because DN=1$，

$\therefore$点 $D$ 是四边形 $OABC$ 的关联点，

$\because CP=2\sqrt{3}-\sqrt{3}=\sqrt{3}$， $BP=3$， $BL=2$， $\angle CPB=\angle BIL=90^{\circ}$，

$\therefore CB=\sqrt{CP^{2}+BP^{2}}=2\sqrt{3}$，

$\therefore CP=\dfrac{1}{2}CB$，

$\therefore \angle CBP=30^{\circ}$，

$\therefore IL=\dfrac{1}{2}BL=1$，

$\because GE<IL$，

$\therefore GE<1$，

$\therefore$点 $E$ 是四边形 $OABC$ 的关联点；

$\because BK=5-2\sqrt{3}>1$， $HK>BK$

$\therefore HK>1$

$\because HF>1$

$\therefore$点 $F$ 是四边不是形 $OABC$ 的关联点；

故答案为：D，E；

【小问 2 详解】

①∵直线 $l: y=kx-\left(\sqrt{3}k-5\right)(k\neq 0)$ 过点 $D(0,2)$，

∴ $-\left(\sqrt{3}k-5\right)=2$，得 $k=\sqrt{3}$.

∴直线 $l: y=\sqrt{3}x+2$，

∴直线 $l: y=\sqrt{3}x+2$ 与 $x$ 轴的交点 $H\left(-\frac{2\sqrt{3}}{3},0\right)$.

∵ $A\left(\sqrt{3},3\right)$，

∴直线 $OA$ 的解析式是 $y=\sqrt{3}x$，

∴ $l\parallel OA$，

分别过点 $O$，点 $A$ 作直线 $l$ 的垂线，垂足分别为 $E$，$F$，

∴ $OE\parallel AF$，

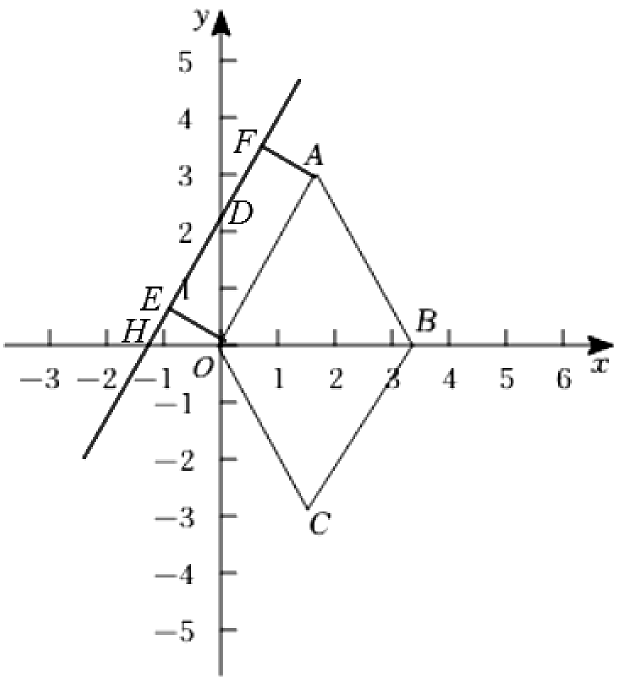
∴四边形 $OAFE$ 是平行四边形，

∵ $OE\perp EF$，

∴ $\angle OEF=90°$，

∴平行四边形 $OAFE$ 是矩形，

∴ $\angle AOE=90°$，




∵ $A\left(\sqrt{3},3\right)$，$B\left(2\sqrt{3},0\right)$，

∴ $OA=AB=OB=2\sqrt{3}$，

∴ $\triangle OAB$ 是等边三角形，

$\therefore \angle AOB = 60^\circ$，

$\therefore \angle HOE = 30^\circ$.

$\because H\left(-\dfrac{2\sqrt{3}}{3},0\right)$，

$\therefore OE = 1$，

$\therefore E\left(-\dfrac{\sqrt{3}}{2},\dfrac{1}{2}\right)$，

$\therefore$由平移可知$F\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2},\dfrac{7}{2}\right)$.

$\because$点$G$是四边形$OABC$的关联点，

$\therefore$点$G$在线段$EF$上，

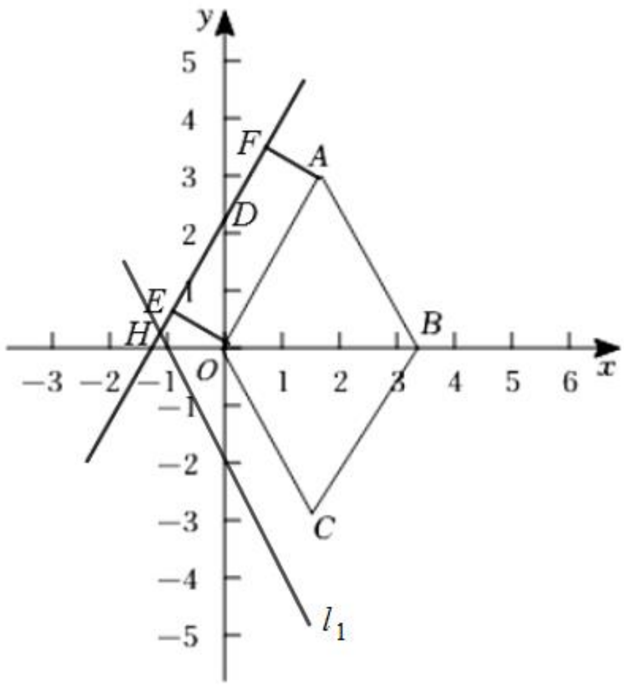
$\therefore -\dfrac{\sqrt{3}}{2} \le x_G \le \dfrac{\sqrt{3}}{2}$，

②$\because C\left(\sqrt{3},-3\right)$，

$\therefore$直线$OC$的解析式是$y = -\sqrt{3}x$，

如下图所示，将直线$OC$沿着垂直$OC$的方向向下平移1得到直线$l_1$，

在直线$l$与$l_1$的夹角范围外，不存在四边形$OABC$的关联点，




$\therefore k > \sqrt{3}$或$k < -\sqrt{3}$.

【点睛】本题考查直角坐标系、一次函数、直角三角形、等边三角形的性质，熟知一次函数平移的相关知识是解本题的关键.