北京市2019-2020学年度高三年级第一学期期末练习

高三数学内部测试卷

第一部分 （选择题 共40分）

一、 选择题共8小题，每小题5分，共40分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

1．设$z=\dfrac{3-i}{1+2i}$，则$|z|=$ （ ）

A．2 B．$\sqrt{3}$ C．$\sqrt{2}$ D．1

2．已知集合$A=\{x\in Z\,|\,x^2-4\le 0\}$，$B=\{x\,|\,|x|\le 1\}$，则$A\cap B=$ （ ）

A．$\{x|-1\le x\le 1\}$ B．$\{x|-2\le x\le 2\}$ C．$\{-1,0,1\}$ D．$\{-2,-1,0,1,2\}$

3．已知$x>y$，则下列各式中一定成立的是 （ ）

A．$\dfrac{1}{x}<\dfrac{1}{y}$ B．$x+\dfrac{1}{y}>2$ C．$(\dfrac{1}{2})^x>(\dfrac{1}{2})^y$ D．$2^x+2^{-y}>2$

4．已知非零向量$\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$满足 $|\boldsymbol{a}|=2|\boldsymbol{b}|$，且（$\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$）$\perp\boldsymbol{b}$，则$\boldsymbol{a}$与$\boldsymbol{b}$的夹角为 （ ）

A．$\dfrac{\pi}{6}$ B．$\dfrac{\pi}{3}$ C．$\dfrac{2\pi}{3}$ D．$\dfrac{5\pi}{6}$

5．九连环是我国从古至今广泛流传的一种益智游戏．在某种游戏中，用a_n表示解下$n(n\leqslant 9,n\in\mathbf{N}^*)$个圆环所需的移动最少次数，$\{a_n\}$满足$a_1=1$，且$a_n=\begin{cases}2a_{n-1}-1, & n\text{为偶数}\\ 2a_{n-1}+2, & n\text{为奇数}\end{cases}$，则解下4个圆环所需的最少移动次数为 （ ）

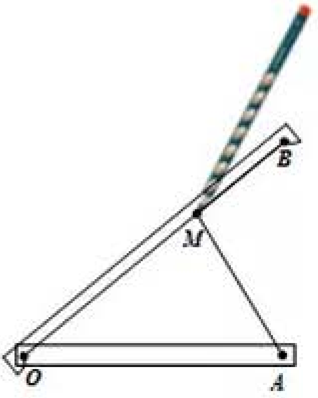
A．7 B．10 C．12 D．22

6．设$\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$是非零向量，则“$\boldsymbol{a}=\boldsymbol{b}$”是“$\boldsymbol{a}^2=\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}$”的 （ ）

（A）充分而不必要条件 （B）必要而不充分条件

（C）充分必要条件 （D）既不充分也不必要条件

7．一种画双曲线的工具如图所示，长杆OB通过O处的铰链与固定好的短杆OA连接，取一条定长的细绳，一端固定在点A，另一端固定在点B，套上铅笔（如图所示）．作图时，使铅笔紧贴长杆OB，拉紧绳子，移动笔尖M（长杆OB绕O转动），画出的曲线即为双曲线的一部分．若$|OA|=10$，$|OB|=12$，细绳长为8，则所得双曲线的离心率为（　　）



（A）$\frac{6}{5}$　　（B）$\frac{5}{4}$　　（C）$\frac{3}{2}$　　（D）$\frac{5}{2}$

8．已知函数$f(x)=e^x(x-1)$，若关于x的方程$|f(x)-a|+|f(x)-a-1|=1$有且仅有两个不同的整数解，则实数a的取值范围是（　　）

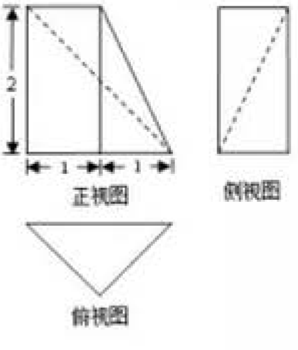
A　$[-\frac{2}{e}-1,-\frac{3}{e^2}-1)$　　B $[-\frac{2}{e},-\frac{3}{e^2})$　　C　$[-1,-\frac{2}{e}]$　　D $[0,e^2]$

第二部分（非选择题　共110分）

二、填空题共6小题，每小题5分，共30分．

9．在$\left(\frac{1}{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)^5$的展开式中常数项等于_______．

10．某四棱锥的三视图如图所示，其俯视图为等腰直角三角形，则该四棱锥的体积为_______．



11．若等差数列$\{a_n\}$和等比数列$\{b_n\}$满足$a_1=-1,b_1=2$，$a_3+b_2=-1$，试写出一组满足条件的数列$\{a_n\}$和$\{b_n\}$的通项公式：$a_n=$_______，$b_n=$_______．

12．在一次运动会上，甲、乙、丙三名同学各获得一枚奖牌，其中1人得金牌、1人得银牌、1人得铜牌，王老师曾猜测“甲得金牌、乙不得金牌、丙不得铜牌”，结果王老师只猜对了一个人，那么金、银、铜牌的获得者分别是_______．

13．已知函数$f(x)=a\sin x-2\sqrt{3}\cos x$的一条对称轴为$x=-\frac{\pi}{6}$，$f(x_1)+f(x_2)=0$，且函数$f(x)$在$(x_1,x_2)$上具有单调性，则$|x_1+x_2|$的最小值为_______．

14．设l_1,l_2,l_3为空间中三条互相平行且两两间的距离分别为4，5，6的直线.给出下列三个结论：

①$\exists A_i\in l_i\ (i=1,2,3)$，使得$\Delta A_1A_2A_3$是直角三角形；

②$\exists A_i\in l_i\ (i=1,2,3)$，使得$\Delta A_1A_2A_3$是等边三角形；

③三条直线上存在四点$A_i(i=1,2,3,4)$，使得四面体$A_1A_2A_3A_4$为在一个顶点处的三条棱两两互相垂直的四面体.

其中，所有正确结论的序号是________.

三、解答题共6小题，共80分。解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程。

15．（本小题满分13分）

在△ABC中，已知$a^2+c^2-b^2=mac$，其中$m\in\mathbf{R}$.

（Ⅰ）判断m能否等于3，并说明理由；

（Ⅱ）若$m=-1$，$b=2\sqrt{7}$，$c=4$，求$\sin A$.

16.（本小题满分13分）

某不透明纸箱中共有4个小球，其中1个白球，3个红球，它们除颜色外均相同.

（Ⅰ）一次从纸箱中摸出两个小球，求恰好摸出2个红球的概率；

（Ⅱ）每次从纸箱中摸出一个小球，记录颜色后放回纸箱，这样摸取4次，记得到红球的次数为ξ，求ξ的分布列；

（Ⅲ）每次从纸箱中摸出一个小球，记录颜色后放回纸箱，这样摸取100次，得到几次红球的概率最大？只需写出结论.

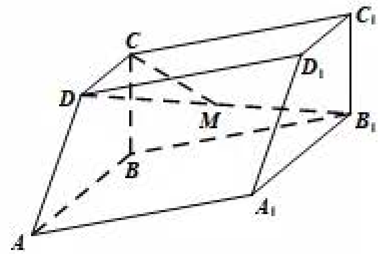
17．（本小题满分 14 分）

如图，四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，底面 $ABCD$ 为直角梯形，$AB/\!/CD$，$AB\perp BC$，平面 $ABCD\perp$ 平面 ABB_1A_1，$\angle BAA_1=60^\circ$，$AB=AA_1=2BC=2CD=2$．

（Ⅰ）求证：$BC\perp AA_1$；

（Ⅱ）求二面角 $D-AA_1-B$ 的余弦值；

（Ⅲ）在线段 DB_1 上是否存在点 M，使得 $CM/\!/$ 平面 DAA_1？若存在，求 $\dfrac{DM}{DB_1}$ 的值；若不存在，请说明理由．



18．（本小题满分 13 分）

已知函数 $f(x)=x^2+ax+2\ln x$ （a 为常数）

（Ⅰ）若 $f(x)$ 是定义域上的单调函数，求 a 的取值范围；

（Ⅱ）若 $f(x)$ 存在两个极值点 x_1,x_2，且 $|x_1-x_2|\le\dfrac{3}{2}$，求 $|f(x_1)-f(x_2)|$ 的最大值．

19.（本小题满分 14 分）

已知点 A，B 关于坐标原点 O 对称，$|AB|=4$，⊙M 过点 A，B 且与直线 $x+2=0$ 相切．

（1）若 A 在直线 $x+y=0$ 上，求⊙M 的半径．

（2）是否存在定点 P，使得当 A 运动时，$|MA|-|MP|$ 为定值？并说明理由．

20．（本小题满分 13 分）

将 $m\times n$ 阶数阵 $\begin{bmatrix} a_{11},a_{12},\cdots,a_{1n} \\ a_{21},a_{22},\cdots,a_{2n} \\ \vdots\quad\vdots\quad\vdots\quad\vdots \\ a_{m1},a_{m2},\cdots,a_{mn} \end{bmatrix}$ 记作 $\{a_{ij}\}_{m\times n}$（其中，当且仅当 $i=s,j=t$ 时，$a_{ij}=a_{st}$）.如果对于任意的 $i=1,2,3,\cdots,m$，当 $j_1<j_2$ 时，都有 $a_{ij_1}<a_{ij_2}$，那么称数阵 $\{a_{ij}\}_{m\times n}$ 具有性质 A．

（Ⅰ）写出一个具有性质 A 的数阵 $\{a_{ij}\}_{3\times4}$，满足以下三个条件：① $a_{11}=4$，②数列 $\{a_{1n}\}$ 是公差为 2 的等差数列，③数列 $\{a_{m1}\}$ 是公比为 $\frac{1}{2}$ 的等比数列；

（Ⅱ）将一个具有性质 A 的数阵 $\{a_{ij}\}_{m\times n}$ 的每一列原有的各数按照从上到下递增的顺序排列，形成一个新的 $m\times n$ 阶数阵，记作数阵 $\{b_{ij}\}_{m\times n}$．试判断数阵 $\{b_{ij}\}_{m\times n}$ 是否具有性质 A，并说明理由．