

2021—2022 学年高中毕业班阶段性测试(六)

理科数学

考生注意:

1. 答题前,考生务必将自己的姓名、准考证号填写在试卷和答题卡上,并将准考证号条形码粘贴在答题卡上的指定位置。
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题:本题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A = \{x | x^2 - 3x + 2 > 0\}$, $B = \{1, m\}$, 若 $A \cap B \neq \emptyset$, 则实数 m 的取值范围是
A. $(1, 2)$ B. $(-\infty, 1) \cup (2, +\infty)$
C. $[1, 2]$ D. $(2, +\infty)$
2. 若 $z = m + 2 + mi$ 为纯虚数, 其中 $m \in \mathbf{R}$, 则 $\frac{4-i}{z} =$
A. $-\frac{1}{2} - 2i$ B. $-\frac{1}{2} + 2i$ C. $\frac{1}{2} + 2i$ D. $\frac{1}{2} - 2i$
3. 函数 $f(x) = \sin\left(\frac{3}{2}x - \frac{\pi}{8}\right)$ 的图象的一条对称轴方程是
A. $x = \frac{4\pi}{3}$ B. $x = \pi$ C. $x = \frac{7\pi}{12}$ D. $x = -\frac{\pi}{4}$
4. 已知定义域为 $\mathbf{R}$ 的函数 $f(x)$ 的图象关于点 $(1, 0)$ 成中心对称, 且当 $x \geq 1$ 时, $f(x) = x^2 + mx + n$, 若 $f(-1) = -7$, 则 $m + 2n =$
A. 0 B. $\frac{1}{2}$ C. $-\frac{3}{2}$ D. $-\frac{1}{2}$
5. 密位制是度量角的一种方法, 把一周角等分为 6 000 份, 每一份叫做 1 密位的角。在角的密位制中, 单位可省去不写, 采用四个数码表示角的大小, 在百位数与十位数之间画一条短线, 如 7 密位写成“0-07”, 478 密位写成“4-78”。如果一个半径为 4 的扇形, 其圆心角用密位制表示为 12-50, 则该扇形的面积为
A. $\frac{10\pi}{3}$ B. 2π C. $\frac{5\pi}{3}$ D. $\frac{5\pi}{6}$
6. 已知正实数 m, n 满足 $\frac{2}{m} + n = 1$, 命题 $p: m^2 > 4$, 命题 $q: 2m + \frac{1}{n}$ 的最小值为 10, 则下列命题为真命题的是
A. $p \wedge q$ B. $p \wedge (\neg q)$
C. $(\neg p) \vee q$ D. $(\neg p) \wedge (\neg q)$

关注北京高考在线官方微信: 北京高考资讯(微信号:bjgkzx), 获取更多试题资料及排名分析信息。

7. 已知在锐角 $\triangle ABC$ 中, $2AC \cdot \sin A - \sqrt{3}BC = 0$, 点 M 在边 AC 上, 若 $\angle MBC = \angle MBA$, $AB = 4$, $BC = 3$, 则 $BM =$

- A. $\frac{6}{7}$ B. $\frac{12}{7}$ C. $\frac{6\sqrt{3}}{7}$ D. $\frac{12\sqrt{3}}{7}$

8. 已知正三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 的所有棱长都是 2, 点 M 在棱 AC 上运动, 则 $A_1M + BM$ 的最小值为

- A. $\sqrt{6} + \sqrt{2}$ B. $\sqrt{3} + 2$ C. $\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3} + 2}{2}$

9. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{18} + \frac{y^2}{9} = 1$ 的上、下顶点分别为 A, B , 点 $P(x_0, y_0)$ ($x_0 \neq 0$) 在椭圆 C 上, 若点

$Q(x_1, y_1)$ 满足 $AP \perp AQ, BP \perp BQ$, 则 $\frac{x_1}{x_0} =$

- A. $-\frac{1}{3}$ B. $-\frac{1}{2}$ C. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ D. $-\frac{2}{3}$

10. 生物学家为了研究某生物种群的数量情况, 经过数年的数据采集, 得到该生物种群的数量 Q (单位: 千只) 与时间 t ($t \geq 0$, 单位: 年) 的关系近似地符合 $Q(t) = \frac{me^t}{e^t + 7}$, 且在研究刚开始时, 该生物种群的数量为 5 000 只. 现有如下结论:

- ①该生物种群的数量不超过 40 000 只;
②该生物种群数量的增长速度逐年减小;
③该生物种群数量的年增长量不超过 10 000 只.

其中所有正确说法的个数为

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

11. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的左焦点为 F , 右顶点为 A , 点 B 在 C 的一条渐近线上, 且 $FB \perp BO$ (点 O 为坐标原点), 直线 FB 与 y 轴交于点 D . 若直线 AB 过线段 OD 的中点, 则双曲线 C 的离心率为

- A. $\sqrt{2}$ B. $\sqrt{3}$ C. 2 D. $\sqrt{5}$

12. 若关于 x 的不等式 $2e^{x-2} + (a-2)x + 2 > 2a + a \ln(x-1)$ 在 $(2, +\infty)$ 上恒成立, 则实数 a 的取值范围为

- A. $\left[-\frac{1}{e}, +\infty\right)$ B. $(-1, +\infty)$ C. $[-1, +\infty)$ D. $[-2, +\infty)$

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 已知单位向量 e_1, e_2 满足 $(e_1 - 2e_2) \perp (3e_1 - e_2)$, 则 e_1, e_2 夹角的余弦值为_____.

14. 为了鼓励在考试中进步的同学, 老师将进步的 6 位同学拉入一个微信群, 拟发 20 元的红包作为奖励, 已知红包被随机拆分为 5.5 元、6.3 元、2.1 元、3.2 元、1.1 元、1.8 元这六份, 六位同学同时抢红包, 每人只能抢 1 次红包, 则甲、乙两人抢到的红包的金额之和超过 8 元的概率为_____.

15. 已知三棱锥 $A - BCD$ 中, $\triangle ABD$ 与 $\triangle CBD$ 均为等边三角形, 二面角 $A - BD - C$ 的大小为 60° , 则直线 AD 与平面 BCD 所成角的正弦值为_____.

关注北京高考在线官方微信: 北京高考资讯(微信号:bjgkzx), 获取更多试题资料及排名分析信息。

16. 已知圆 $C: (x-2)^2 + (y-2)^2 = 1$, 过 x 轴上一点 A 作直线 l 与圆 C 交于 M, N 两点, 若 $\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{MN}$, 则点 A 的横坐标的取值范围为_____.

三、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤. 第 17~21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答. 第 22, 23 题为选考题, 考生根据要求作答.

(一) 必考题: 共 60 分.

17. (12 分)

已知在数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 1, a_2 = 2, a_{n+2} = 4a_n (n \in \mathbf{N}^*)$.

(I) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(II) 记 $b_n = (3n-5)a_n$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

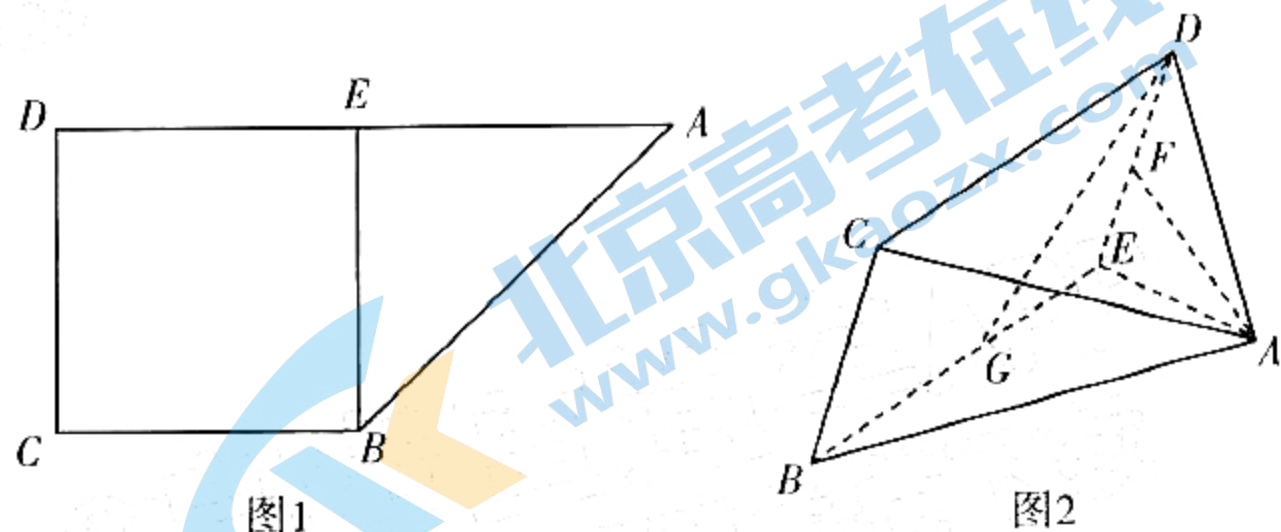
18. (12 分)

已知直角梯形 $ABCD$ 如图 1 所示, 其中 $AD \parallel BC, AD \perp CD, E$ 为线段 AD 的中点, $BC = CD = \frac{1}{2}AD$. 现将 $DCBE$ 沿 BE 翻折, 使得 $AD = AE$, 得到的图形如图 2 所示, 其中 G 为线段 BE 的中点, F 为线段 DE 的中点.

段 BE 的中点, F 为线段 DE 的中点.

(I) 求证: $AF \perp$ 平面 $BCDE$;

(II) 求直线 DG 与平面 ABC 所成角的正弦值.



19. (12 分)

甲、乙两位同学参加一个答题比赛, 每人依次回答 3 个问题, 已知甲同学答对第一个、第二个、第三个问题的概率分别为 $\frac{3}{4}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}$, 乙同学答对每个问题的概率均为 $\frac{1}{2}$, 且甲乙两人答题相互独立.

(I) 求甲同学至多答对 1 个问题的概率;

(II) 已知前两个问题每个 10 分, 第三个问题 20 分, 回答正确得到相应分数, 回答错误不得分, 比较甲、乙两位同学比赛得分的数学期望的大小.

关注北京高考在线官方微信: 北京高考资讯(微信号:bjgkzx), 获取更多试题资料及排名分析信息.

20. (12 分)

已知抛物线 $C: x^2 = 2py (p > 0)$ 的焦点为 F , 过点 F 作两条相互垂直的直线 l_1, l_2 , 直线 l_1, l_2 分别与抛物线 C 交于 A, B 和 D, E 两点, 且当 l_1 的斜率为 1 时, $|AB| = 8$.

(I) 求抛物线 C 的方程.

(II) 若点 M, N 满足 $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{MB}, \overrightarrow{DN} = \overrightarrow{NE}$, 探究: 直线 MN 是否过定点? 若是, 求出定点坐标, 若不是, 请说明理由.

21. (12 分)

已知函数 $f(x) = 4x \sin x + 4 \cos x$.

(I) 求曲线 $y = f(x)$ 在点 $(0, f(0))$ 处的切线方程;

(II) 判断方程 $f(x) = x^2 + 4$ 的根的个数, 并说明理由.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22, 23 题中任选一题作答, 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. [选修 4-4: 坐标系与参数方程] (10 分)

在平面直角坐标系 xOy 中, 曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x = \cos \alpha, \\ y = \frac{1}{2} \sin \alpha \end{cases}$ (α 为参数), 点 A, B 在曲线 C 上, 以原点 O 为极点, x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系.

(I) 求曲线 C 的极坐标方程;

(II) 若 $\angle AOB = \frac{\pi}{3}$, 求 $\frac{1}{|OA|^2} - \frac{1}{|OB|^2}$ 的最大值.

23. [选修 4-5: 不等式选讲] (10 分)

已知函数 $f(x) = |2x - 3| + |x|$.

(I) 求不等式 $f(x) > x + 2$ 的解集;

(II) 若关于 x 的不等式 $f(x) \geq m^2 - 2m - \frac{3}{2}$ 恒成立, 求实数 m 的取值范围.

关注北京高考在线官方微信: 北京高考资讯(微信号:bjgkzx), 获取更多试题资料及排名分析信息.

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 “精益求精、专业严谨” 的建设理念，不断探索 “K12 教育+互联网+大数据” 的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供 “衔接和桥梁纽带” 作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯

官方微信公众号: bjgkzx

官方网站: www.gaokzx.com

咨询热线: 010-5751 5980

微信客服: gaokzx2018

关注北京高考在线官方微信: [北京高考资讯\(微信号:bjgkzx\)](#)，获取更多试题资料及排名分析信息。