

2023 北京人朝分校初三（上）期中

数 学

一.选择题（共 16 分，每题 2 分）第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个。

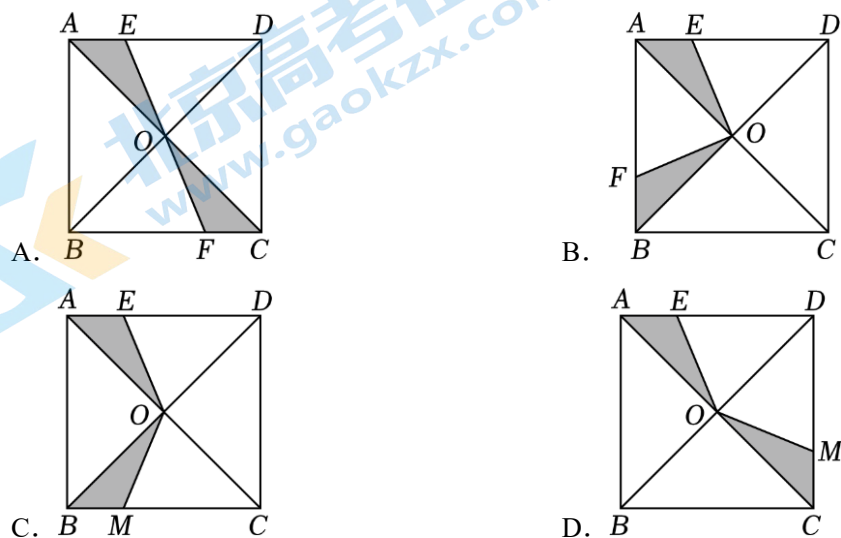
1. 抛物线 $y = (x - 2)^2 + 1$ 的顶点坐标是（ ）

- A. $(-2, -1)$ B. $(-2, 1)$ C. $(2, -1)$ D. $(2, 1)$

2. 一元二次方程 $x(x+1) = 3(x+1)$ 的根是（ ）

- A. $x_1 = x_2 = 3$ B. $x_1 = x_2 = -1$
C. $x_1 = 3, x_2 = -1$ D. $x_1 = 3, x_2 = 0$

3. 下列各图中，四边形 $ABCD$ 是正方形，其中阴影部分两个三角形形成中心对称的是（ ）

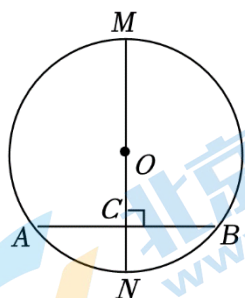


4. 如图，五角星旋转一定角度后能与自身重合，则旋转的角度可能是（ ）



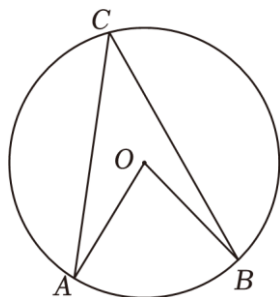
- A. 30° B. 60° C. 72° D. 90°

5. 如图，点 A, B 在 $\odot O$ 上，直径 $MN \perp AB$ 于点 C ，下列结论中不一定成立的是（ ）



- A. $AC = CB$ B. $OC = CN$ C. $\widehat{AN} = \widehat{BN}$ D. $\widehat{AM} = \widehat{BM}$

6. 如图, A, B, C 是 $\odot O$ 上的三个点, 若 $\angle C = 35^\circ$, 则 $\angle AOB$ 的度数为 ()

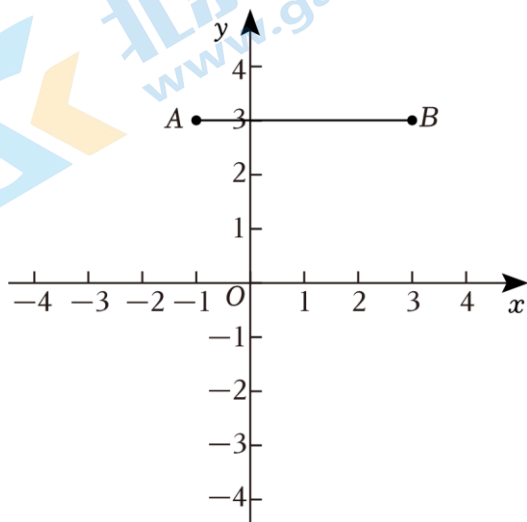


- A. 35° B. 55° C. 65° D. 70°

7. 抛物线 $y = (x+2)^2$ 可以由抛物线 $y = x^2$ 经过以下哪种方式平移得到 ()

- A. 向上平移 2 个单位 B. 向下平移 2 个单位
C. 向左平移 2 个单位 D. 向右平移 2 个单位

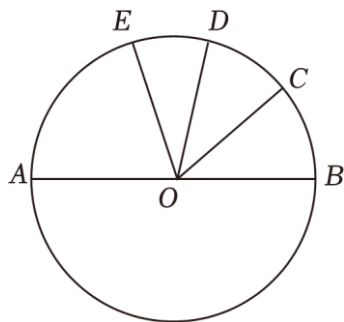
8. 在平面直角坐标系中, 点 $A(-1, 3)$, $B(3, 3)$, 将抛物线 $y = -x^2 + 1$ 向上平移 m 个单位, 使得平移后的抛物线与线段 AB 有公共点, 则 m 的取值范围为 ()



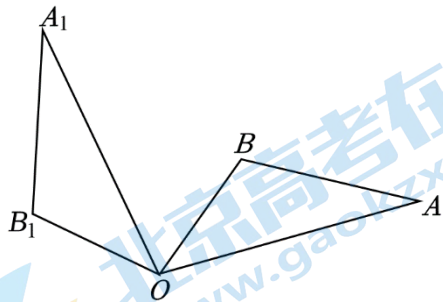
- A. $m \geq 3$ B. $3 \leq m \leq 11$
C. $3 \leq m \leq 11$ 或 $m = 2$ D. $2 \leq m \leq 11$

二. 填空题 (共 16 分, 每题 2 分)

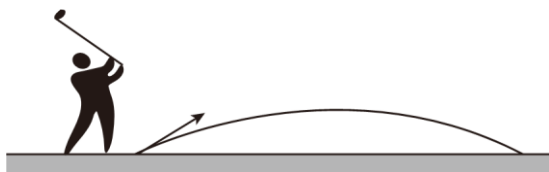
9. 在平面直角坐标系中, 点 $P(-3, -5)$ 关于原点对称的点的坐标是 _____.
10. 若方程 $2x^2 - 3x - 1 = 0$ 有一个根为 m , 则代数式 $3m(2m - 3) - 1$ 的值为 _____.
11. 已知 $(3, y_1)$, $(1, y_2)$ 在二次函数 $y = (x - 1)^2$ 的图象上, 则 y_1 _____ y_2 (填 “>”, “<” 或 “=”).
12. 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, $\widehat{BC} = \widehat{CD} = \widehat{DE}$, 若 $\angle AOE = 75^\circ$, 则 $\angle BOC =$ _____ $^\circ$.



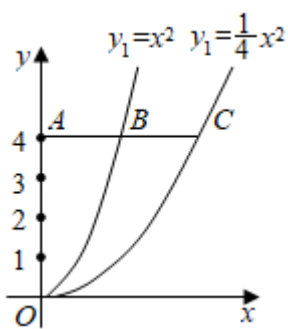
13. 如图, $\triangle OAB$ 中, $\angle AOB=40^\circ$, 将 $\triangle OAB$ 绕点 O 逆时针旋转得到 $\triangle OA_1B_1$, 若 $\angle AOB_1=140^\circ$, 则 $\angle AOA_1$ 的度数为 _____.



14. 如图, 以 $40m/s$ 的速度将小球沿与地面成 30° 角的方向击出时, 小球的飞行路线将是一条抛物线. 如果不考虑空气阻力, 小球的飞行高度 h (单位: m) 与飞行时间 t (单位: s) 之间具有函数关系 $h = -5t^2 + 20t$. 小球飞行过程中能达到的最大高度为 _____ m .



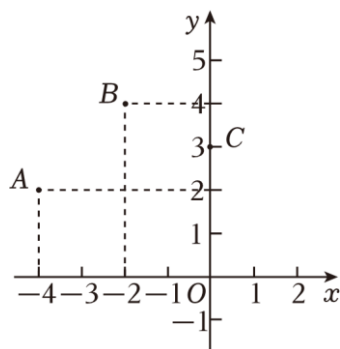
15. 如图, 过点 $A(0, 4)$ 作平行于 x 轴的直线 AC 分别交抛物线 $y_1 = x^2$ ($x \geq 0$) 与 $y_2 = \frac{1}{4}x^2$ ($x \geq 0$) 于 B 、 C 两点, 那么线段 BC 的长是 _____.



16. 如图, 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的图象经过点 A , B , C . 如下四个推断:

- ① 抛物线开口向下;
- ② 当 $x = -2$ 时, y 取最大值;
- ③ 当 $m \leq 4$ 时, 关于 x 的一元二次方程 $ax^2 + bx + c = m$ 总有两个不相等的实数根;
- ④ 若直线 $y = kx + c$ ($k \neq 0$) 经过点 A , C , 当 $kx + c > ax^2 + bx + c$ 时, x 的取值范围是 $-4 < x < 0$.

其中推断正确的是 _____ (填写序号).



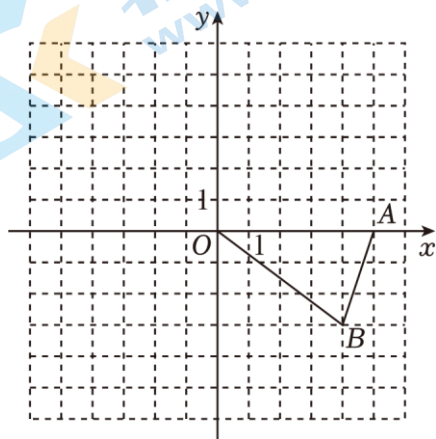
三.解答题（共 68 分，第 17-21 题，每题 5 分，第 22 题 6 分，第 23 题 5 分，第 24-26 题，每题 6 分，第 27-28 题，每题 7 分）

17.（5 分）解方程： $x^2 - 4x - 12 = 0$.

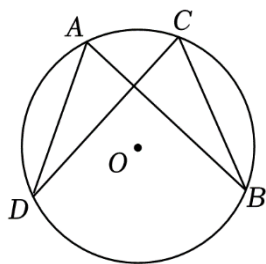
18.（5 分）如图，在平面直角坐标系 xOy 中， $\triangle OAB$ 的顶点坐标分别为 $O(0, 0)$ ， $A(5, 0)$ ， $B(4, -3)$ ，将 $\triangle OAB$ 绕点 O 顺时针旋转 90° 得到 $\triangle OA'B'$ ，点 A 的对应点为 A' .

（1）画出旋转后的图形 $\triangle OA'B'$ ，并写出点 A' ， B' 的坐标；

（2）求线段 AA' 的长.



19.（5 分）如图，点 A 、 B 、 C 、 D 在 $\odot O$ 上， $AD = BC$ ， AB 与 CD 相等吗？为什么？



20.（5 分）已知： A ， B 是直线 l 上的两点.

求作： $\triangle ABC$ ，使得点 C 在直线 l 上方，且 $AC = BC$ ， $\angle ACB = 30^\circ$.

作法：

①分别以 A ， B 为圆心， AB 长为半径画弧，在直线 l 上方交于点 O ，在直线 l 下方交于点 E ；

②以点 O 为圆心， OA 长为半径画圆；

③作直线 OE 与直线 l 上方的 $\odot O$ 交于点 C ；

④连接 AC ， BC .

$\triangle ABC$ 就是所求作的三角形.

(1) 使用直尺和圆规, 依作法补全图形 (保留作图痕迹);

(2) 完成下面的证明.

证明: 连接 OA , OB .

$$\because OA=OB=AB,$$

$\therefore \triangle OAB$ 是等边三角形.

$$\therefore \angle AOB=60^\circ.$$

$\because A, B, C$ 在 $\odot O$ 上,

$$\therefore \angle ACB=\frac{1}{2}\angle AOB \text{ (填推理的依据)}.$$

$$\therefore \angle ACB=30^\circ.$$

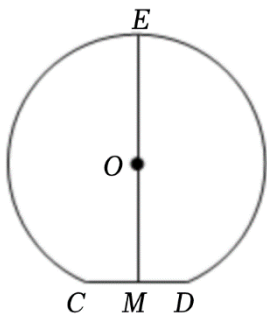
由作图可知直线 OE 是线段 AB 的垂直平分线,

$$\therefore AC=BC \text{ (填推理的依据)}.$$

$\therefore \triangle ABC$ 就是所求作的三角形.



21. (5分) 如图是一个隧道的横截面, 它的形状是以点 O 为圆心的圆的一部分. 如果 M 是 $\odot O$ 中弦 CD 的中点, EM 经过圆心 O 交 $\odot O$ 于点 E , 并且 $CD=4$, $EM=6$, 求 $\odot O$ 的半径.



22. (6分) 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 2x + 2m - 1 = 0$ 有实数根.

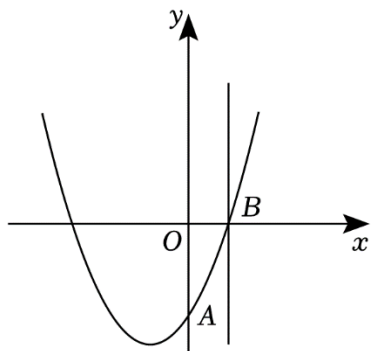
(1) 求 m 的取值范围;

(2) 若 m 为正整数, 求此时方程的根.

23. (5分) 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 二次函数 $y=ax^2+2x+c$ ($a \neq 0$) 的图象经过点 $A(0, -3)$, $B(1, 0)$.

(1) 求此函数的解析式;

(2) 结合图象, 直接写出当 $-2 \leq x \leq 1$ 时, 函数 y 的取值范围.

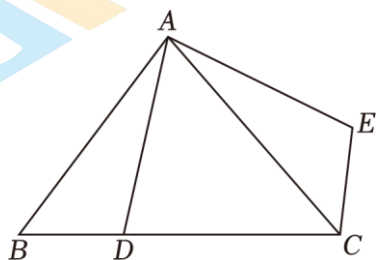


24. (6分) 如图, 利用一面墙(墙的长度不限), 另三边用 $20m$ 长的篱笆围成一个面积为 $50m^2$ 的矩形场地, 求矩形的长和宽各是多少.



25. (6分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = \alpha$, $AB = AC$. 点 D 为 BC 边上一点(不与点 B 重合), 连接 AD , 将 $\triangle ABD$ 绕点 A 逆时针旋转得到 $\triangle ACE$.

- (1) 若 $\alpha = 80^\circ$, 写出旋转角及其度数;
- (2) 当 α 度数变化时, $\angle DAE$ 与 $\angle DCE$ 之间存在某种不变的数量关系. 请你写出结论并证明.



26. (6分) 已知抛物线 $y = ax^2 - 2ax$ ($a \neq 0$).

- (1) 求该抛物线的顶点坐标(用含 a 的式子表示);
- (2) 抛物线上有不同的两点 $(-1, m)$, (x_0, n) , 若 $m = n$, 直接写出 x_0 的值;
- (3) 点 $A(m-1, y_1)$, $B(m+2, y_2)$ 在抛物线上, 是否存在实数 m , 使得 $y_1 < y_2 \leq -a$ 恒成立? 若存在, 求出 m 的取值范围. 若不存在, 请说明理由.

27. (7分) 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, 过点 C 作射线 CB' , 使 $\angle ACB' = \angle ACB$ (点 B' 与点 B 在直线 AC 的异侧), 点 D 是射线 CB' 上一个动点(不与点 C 重合), 点 E 在线段 BC 上, 且 $\angle DAE + \angle ACD = 90^\circ$.

- (1) 如图 1, 当点 E 与点 C 重合时, 在图中画出线段 AD . 若 $BC = a$, 则 CD 的长为 _____ (用含 a 的式子表示);
- (2) 如图 2, 当点 E 与点 C 不重合时, 连接 DE .
 - ①求证: $\angle BAC = 2\angle DAE$;
 - ②用等式表示线段 BE , CD , DE 之间的数量关系, 并证明.

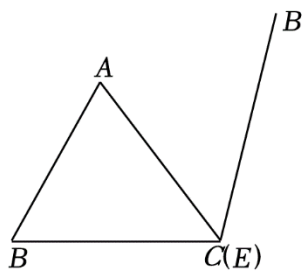


图1

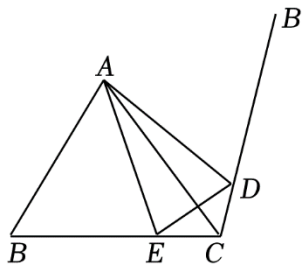


图2

28. (7分) 在平面直角坐标系 xOy 中, 图形 W 上任意两点间的距离有最大值, 将这个最大值记为 d . 对点 P 及图形 W 给出如下定义: 点 Q 为图形 W 上任意一点, 若 P, Q 两点间的距离有最大值, 且最大值恰好为 $2d$. 则称点 P 为图形 W 的“倍点”.

(1) 如图 1, 图形 W 是半径为 1 的 $\odot O$.

① 图形 W 上任意两点间的距离的最大值 d 为 _____;

② 在点 $P_1(0, 2)$, $P_2(3, 3)$, $P_3(-3, 0)$ 中, $\odot O$ 的“倍点”是 _____;

(2) 如图 2, 图形 W 是中心在原点的正方形 $ABCD$, 点 $A(-1, 1)$. 若点 $E(t, 3)$ 是正方形 $ABCD$ 的“倍点”, 求 t 的值;

(3) 图形 W 是长为 2 的线段 MN , T 为 MN 的中点, 若在半径为 6 的 $\odot O$ 上存在线段 MN 的“倍点”, 直接写出所有满足条件的点 T 组成的图形的面积.

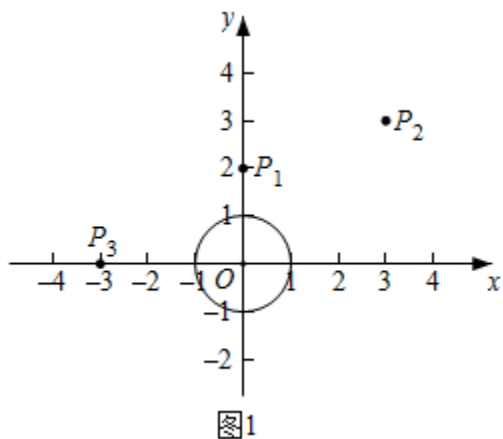


图1

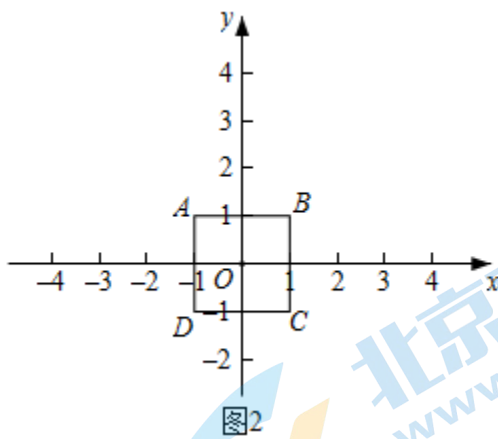


图2

参考答案

一.选择题(共16分,每题2分)第1-8题均有四个选项,符合题意的选项只有一个。

1.【答案】D

【分析】已知抛物线的顶点式,可知顶点坐标和对称轴.

【解答】解: $\because y = (x - 2)^2 + 1$ 是抛物线的顶点式,

根据顶点式的坐标特点可知,

对称轴为直线 $x = 2$,

故选: D.

2.【答案】C

【分析】先移项得到 $x(x+1) - 3(x+1) = 0$, 再利用因式分解法把方程转化为 $x+1=0$ 或 $x-3=0$, 然后解两个一次方程即可.

【解答】解: $x(x+1) = 3(x+1)$,

$$x(x+1) - 3(x+1) = 0,$$

$$(x+1)(x-3) = 0,$$

$$x+1=0 \text{ 或 } x-3=0,$$

所以 $x_1 = -1$, $x_2 = 3$.

故选: C.

3.【答案】A

【分析】根据中心对称的定义即可得出答案.

【解答】解: 根据中心对称的定义可知, 选项 A 中阴影部分两个三角形成中心对称.

故选: A.

4.【答案】C

【分析】根据五角星的特点, 用周角 360° 除以 5 即可得到最小的旋转角度, 从而得解.

【解答】解: $\because 360^\circ \div 5 = 72^\circ$,

$\therefore$ 旋转的角度为 72° 的整数倍,

30° 、 60° 、 72° 、 90° 中只有 72° 符合.

故选: C.

5.【答案】B

【分析】利用垂径定理一一判断即可.

【解答】解: $\because$ 点 A, B 在 $\odot O$ 上, 直径 $MN \perp AB$ 于点 C,

$\therefore AC = CB$, $\widehat{AN} = \widehat{BN}$, $\widehat{AM} = \widehat{BM}$, 故选项 A, C, D 不符合题意,

OC 和 CN 不一定相等, 故选项 B 符合题意.

故选: B.

6.【答案】D

【分析】由 A, B, C 是 $\odot O$ 上的三个点，若 $\angle C = 35^\circ$ ，直接利用圆周角定理求解即可求得答案.

【解答】解： $\because A, B, C$ 是 $\odot O$ 上的三个点， $\angle C = 35^\circ$ ，

$$\therefore \angle AOB = 2\angle C = 70^\circ.$$

故选：D.

7. 【答案】C

【分析】根据“左加右减，上加下减”的原则进行解答即可.

【解答】解：抛物线 $y = x^2$ 向左平移 2 个单位可得到抛物线 $y = (x+2)^2$ ，

故平移过程为：向左平移 2 个单位.

故选：C.

8. 【答案】C

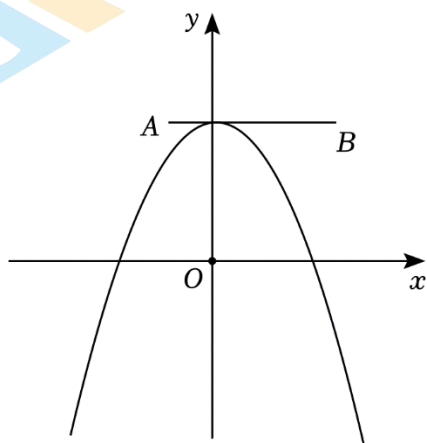
【分析】结合图象，分别求出抛物线顶点在 AB 上，经过点 A, B 时 m 的值，进而求解.

【解答】解：将抛物线 $y = -x^2 + 1$ 向上平移 m 个单位后的解析式为 $y = -x^2 + 1 + m$ ，

$\therefore$ 抛物线顶点坐标为 $(0, 1+m)$ ，

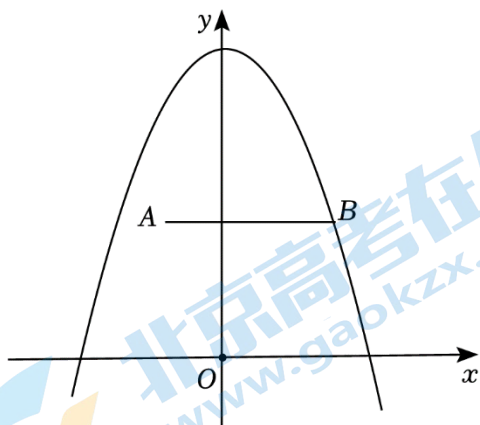
当顶点落在线段 AB 上时， $1+m=3$ ，

解得 $m=2$ ，



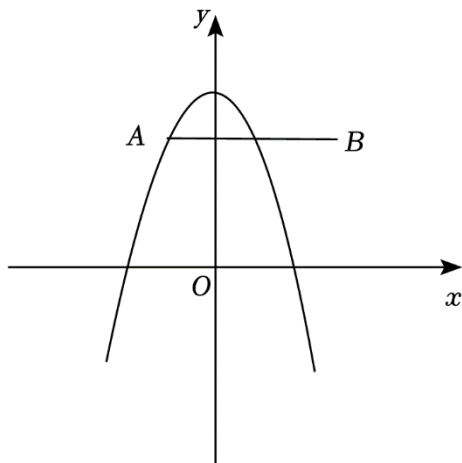
当抛物线向上移动，经过点 $B(3, 3)$ 时， $3 = -9 + 1 + m$ ，

解得 $m=11$ ，



当抛物线经过点 $A(-1, 3)$ 时， $3 = -1 + 1 + m$ ，

解得 $m=3$ ，



∴当 $m=2$ ，或 $3 \leq m \leq 11$ 时，函数图象与线段 AB 有一个公共点.

故选：C.

二.填空题（共 16 分，每题 2 分）

9. 【答案】(3, 5).

【分析】根据两个点关于原点对称时，它们的坐标符号相反可得答案.

【解答】解：在平面直角坐标系中，点 $P(-3, -5)$ 关于原点对称的点的坐标是 $(3, 5)$.

故答案为：(3, 5).

10. 【答案】2.

【分析】根据题意可得：把 $x=m$ 代入方程 $2x^2 - 3x - 1 = 0$ 中得： $2m^2 - 3m - 1 = 0$ ，从而可得 $2m^2 - 3m = 1$ ，然后代入式子中进行计算即可解答.

【解答】解：由题意得：把 $x=m$ 代入方程 $2x^2 - 3x - 1 = 0$ 中得： $2m^2 - 3m - 1 = 0$,

$$\therefore 2m^2 - 3m = 1,$$

$$\therefore 3m(2m - 3) - 1$$

$$= 3(2m^2 - 3m) - 1$$

$$= 3 \times 1 - 1$$

$$= 3 - 1$$

$$= 2,$$

故答案为：2.

11. 【答案】>

【分析】先根据函数解析式确定出开口方向 and 对称轴，再根据二次函数的增减性解答即可.

【解答】解：∵ $y = (x - 1)^2$,

∴二次函数图象开口向上，对称轴为直线 $x = 1$,

$$\therefore 1 < 3,$$

$$\therefore y_1 > y_2.$$

故答案为：>.

12. 【答案】35.

【分析】先求得 $\angle EOB$ 的度数，由 $\widehat{BC}=\widehat{CD}=\widehat{DE}$ 可求得 $\angle BOC=\angle EOD=\angle COD$ ，继而可求得 $\angle COD$ 的度数.

【解答】解： $\because \angle AOE=75^\circ$ ，

$$\therefore \angle EOB=105^\circ.$$

$$\because \widehat{BC}=\widehat{CD}=\widehat{DE},$$

$$\therefore \angle BOC=\angle EOD=\angle COD=\frac{1}{3}\angle EOB=\frac{1}{3}\times 105^\circ=35^\circ.$$

故答案为：35.

13. 【答案】 100° .

【分析】根据旋转的性质得出 $\angle AOB=\angle A_1OB_1=40^\circ$ ，可得出 $\angle A_1OB=140^\circ-2\times 40^\circ=60^\circ$ ，即可求解.

【解答】解： $\because$ 将 $\triangle OAB$ 绕点 O 逆时针旋转得到 $\triangle OA_1B_1$ ，

$$\therefore \angle AOB=\angle A_1OB_1=40^\circ,$$

$$\text{又} \because \angle AOB_1=140^\circ,$$

$$\therefore \angle A_1OB=140^\circ-2\times 40^\circ=60^\circ,$$

$$\therefore \angle AOA_1=60^\circ+40^\circ=100^\circ,$$

故答案为： 100°

14. 【答案】20.

【分析】把函数关系式配方成顶点式 $h=-5(t-2)^2+20$ ，根据二次函数的性质即可得到结论.

$$\text{【解答】解：} h=20t-5t^2=-5(t-2)^2+20,$$

$$\because a=-5<0,$$

当 $t=2$ 时， h 的最大值为20，

故答案为：20.

15. 【答案】2.

【分析】根据点 A 的坐标依次求出 B 、 C 的坐标，从而求得 BC 的长.

【解答】解： $\because$ 点 $A(0, 4)$ ，

$$\text{把 } y=4 \text{ 代入 } y_1=x^2 (x\geq 0) \text{ 得 } x^2=4,$$

$$\text{解得：} x=2,$$

$$\therefore B(2, 4),$$

$$\text{把 } y=4 \text{ 代入 } y_2=\frac{1}{4}x^2 (x\geq 0) \text{ 得 } \frac{1}{4}x^2=4 (x\geq 0),$$

$$\text{解得：} x=4,$$

$$\therefore C(4, 4),$$

$$\therefore BC=4-2=2,$$

故答案为：2.

16. 【答案】①③.

【分析】由图象可得抛物线开口向下，结合图象，利用抛物线的性质求解.

【解答】解：由图象可得抛物线开口向下，

∴①正确，符合题意.

∵点 $A(-4, 2)$ ， $C(0, 3)$ 不关于直线 $x = -2$ 对称，

∴当 $x = -2$ 时， y 不取最大值，

∴②错误，不符合题意.

∵抛物线开口向下，且经过 $B(-2, 4)$ ，且 B 点不是抛物线的顶点，

∴ $m \leq 4$ 时， $ax^2 + bx + c = m$ 必有两个不相等的实数根，

∴③正确，符合题意.

∵直线 $y = kx + c$ 经过点 A 、 C ，抛物线开口向下，

∴ $-4 < x < 0$ 时 $kx + c < ax^2 + bx + c$ ，

∴④错误，不符合题意.

故答案为：①③.

三.解答题（共 68 分，第 17-21 题，每题 5 分，第 22 题 6 分，第 23 题 5 分，第 24-26 题，每题 6 分，第 27-28 题，每题 7 分）

17. 【答案】见试题解答内容

【分析】利用因式分解法解方程.

【解答】解： $(x - 6)(x + 2) = 0$ ，

$x - 6 = 0$ 或 $x + 2 = 0$ ，

所以 $x_1 = 6$ ， $x_2 = -2$.

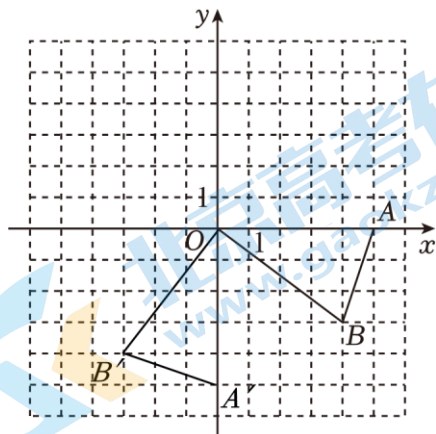
18. 【答案】（1）见解答， $A'(0, -5)$ ， B' 的坐标 $(-3, -5)$ ；

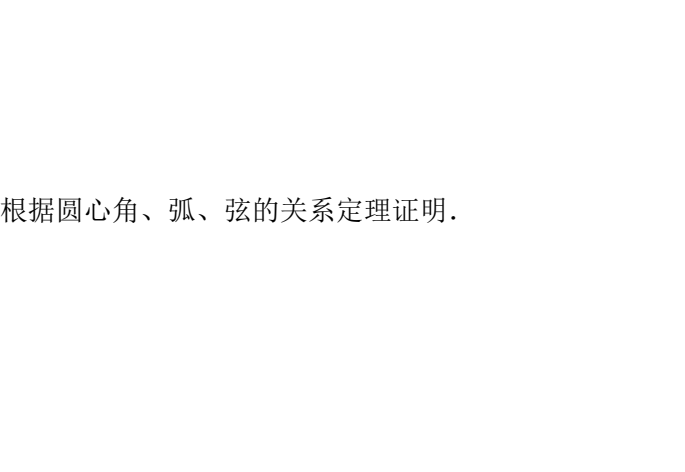
（2） $5\sqrt{2}$.

【分析】（1）将点 A 、 B 分别绕点 O 顺时针旋转 90° 得到对应点，再与点 O 顺次连接即可，根据图形得出 A' 坐标；

（2）根据勾股定理得出 AA' 的长.

【解答】解：（1）如图 1 所示， $\triangle OA'B'$ 即为所求，





【分析】根据 $AD=BC$, 得到 $\widehat{AD}=\widehat{BC}$, 得到 $\widehat{CD}=\widehat{AB}$, 根据圆心角、弧、弦的关系定理证明.

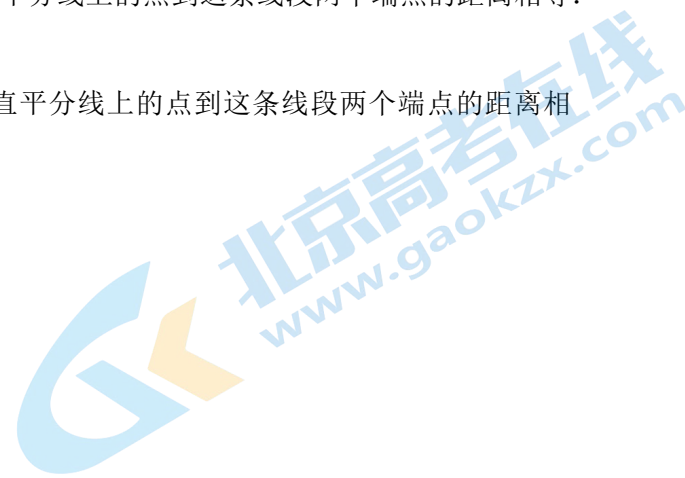
理由如下: $\because AD=BC,$

$$\therefore \widehat{AD} + \widehat{AC} = \widehat{BC} + \widehat{AC}, \text{ 即 } \widehat{CD} = \widehat{AB},$$

$$\therefore AB = CD.$$

【分析】(1) 根据作图过程即可补全图形:

【解答】解：（1）如图所示：即为补全的图形；


$$\because OA=OB=AB,$$

关注北京高考在线官方微信：**京考一点通**（微信号:bjgkzx），获取更多试题资料及排名分析信息。

$$\therefore \angle AOB = 60^\circ.$$

$\because A, B, C$ 在 $\odot O$ 上,

$$\therefore \angle ACB = \frac{1}{2} \angle AOB \quad (\text{同弧所对圆周角等于圆心角的一半}).$$

$$\therefore \angle ACB = 30^\circ.$$

由作图可知直线 OE 是线段 AB 的垂直平分线,

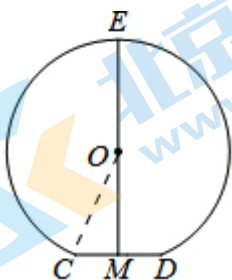
$\therefore AC = BC$ (线段垂直平分线上的点到这条线段两个端点的距离相等).

同弧所对圆周角等于圆心角的一半; 线段垂直平分线上的点到这条线段两个端点的距离相等.

21. 【答案】见试题解答内容

【分析】因为 M 是 $\odot O$ 弦 CD 的中点, 根据垂径定理, $EM \perp CD$, 则 $CM = DM = 2$, 在 $\text{Rt}\triangle COM$ 中, 有 $OC^2 = CM^2 + OM^2$, 进而可求得半径 OC .

【解答】解: 连接 OC , 如图,



$\because M$ 是 $\odot O$ 弦 CD 的中点,

根据垂径定理: $EM \perp CD$,

$$\text{又 } CD = 4 \text{ 则有: } CM = \frac{1}{2} CD = 2,$$

设圆的半径是 x ,

在 $\text{Rt}\triangle COM$ 中, 有 $OC^2 = CM^2 + OM^2$,

$$\text{即: } x^2 = 2^2 + (6 - x)^2,$$

$$\text{解得: } x = \frac{10}{3},$$

所以圆的半径长是 $\frac{10}{3}$.

22. 【答案】(1) $m \leq 1$. (2) $x = 1$.

【分析】(1) 根据题意得出关于 m 的一元一次不等式, 解不等式即可得出结论;

(2) 根据 m 的范围可知 $m = 1$, 代入原方程后利用配方法解方程即可求出答案.

【解答】解: (1) $\because$ 原方程有实数根,

$$\therefore \Delta = (-2)^2 - 4 \times 1 \times (2m - 1) = 8 - 8m \geq 0,$$

$$\therefore m \leq 1.$$

(2) $\because m$ 为正整数, 又 $m \leq 1$,

$$\therefore m = 1.$$

当 $m=1$ 时, 原方程为 $x^2 - 2x + 1 = 0$,

即 $(x - 1)^2 = 0$,

解得, $x=1$,

因此, 原方程的根为: $x=1$.

23. 【答案】(1) $y=x^2+2x-3$. (2) $-4 < y < 5$.

【分析】(1) 通过待定系数法求解.

(2) 求出抛物线与 x 轴交点坐标, 通过抛物线开口向上求解.

【解答】解: (1) 将 $A(0, -3)$, $B(1, 0)$ 代入 $y=ax^2+2x+c$ 得 $\begin{cases} -3=c \\ 0=a+2+c \end{cases}$,

解得 $\begin{cases} a=1 \\ c=-3 \end{cases}$,

$\therefore y=x^2+2x-3$.

(2) 令 $x^2+2x-3=0$,

解得 $x=-3$ 或 $x=1$,

$\therefore$ 抛物线经过 $(-3, 0)$, $(1, 0)$,

$\therefore$ 抛物线开口向上, $y=x^2+2x-3=(x-1)^2-4$,

$\therefore$ 对称轴为直线 $x=1$,

$\therefore -2 \leq x \leq 1$,

当 $x=1$ 时, y 有最小值 -4 ,

当 $x=-2$ 时, y 有最大值 $=5$,

$\therefore -4 < y < 5$.

24. 【答案】见试题解答内容

【分析】设所围矩形 $ABCD$ 的长 AB 为 x 米, 则宽 AD 为 $\frac{1}{2}(20-x)$ 米, 根据矩形面积的计算方法列出方程求解.

【解答】解: 设矩形与墙平行的一边长为 xm ,

则另一边长为 $\frac{1}{2}(20-x)m$.

根据题意, 得 $\frac{1}{2}(20-x)x=50$,

解方程, 得 $x_1=x_2=10$.

当 $x=10$ 时, $\frac{1}{2}(20-x)=5$.

答: 矩形的长为 $10m$, 宽为 $5m$.

25. 【答案】(1) $\angle BAC$ 、 $\angle DAE$, 80° ;

(2) $\angle DCE + \angle DAE = 180^\circ$. 理由见解答.

【分析】(1) 根据旋转的性质得到旋转角为 $\angle BAC$ 、 $\angle DAE$, 从而得到旋转角的度数为 80° ;

(2) 据旋转的性质得到 $\angle DAE = \angle BAC$, $\triangle ABD \cong \triangle ACE$, 则 $\angle B = \angle ACE$, 所以 $\angle DCE = \angle ACD + \angle B$, 然后根据三角形内角和定理和等量代换得到 $\angle DCE + \angle DAE = 180^\circ$.

【解答】解: (1) $\because$ 将 $\triangle ABD$ 绕点 A 逆时针旋转得到 $\triangle ACE$,

$\therefore$ 旋转角为 $\angle BAC$ 、 $\angle DAE$,

$\because \angle BAC = \alpha = 80^\circ$,

$\therefore$ 旋转角的度数为 80° ;

(2) $\angle DAE + \angle DCE = 180^\circ$.

理由如下:

$\because$ 将 $\triangle ABD$ 绕点 A 逆时针旋转得到 $\triangle ACE$,

$\therefore \angle DAE = \angle BAC$, $\triangle ABD \cong \triangle ACE$,

$\therefore \angle B = \angle ACE$,

$\therefore \angle DCE = \angle ACD + \angle ACE = \angle ACD + \angle B$,

$\because \angle ACD + \angle B + \angle BAC = 180^\circ$,

$\therefore \angle DCE + \angle DAE = 180^\circ$.

26. 【答案】(1) 该抛物线的顶点坐标为 $(1, -a)$;

(2) $x_0 = 3$;

(3) m 的取值范围是 $m < \frac{1}{2}$.

【分析】(1) 把解析式化为顶点式即可;

(2) 根据抛物线的对称轴为直线 $x = 1$, 由函数的对称性即可得出结论;

(3) 分 $a > 0$ 和 $a < 0$ 两种情况讨论即可.

【解答】解: (1) $\because y = ax^2 - 2ax = a(x^2 - 2x) = a(x - 1)^2 - a$,

$\therefore$ 该抛物线的顶点坐标为 $(1, -a)$;

(2) 当 $m = n$ 时, 点 $(-1, m)$ 与点 (x_0, n) 关于对称轴 $x = 1$ 对称,

$\therefore x_0 = 3$;

(3) 存在, 理由:

由 (1) 知, 抛物线的顶点坐标为 $(1, -a)$,

① 当 $a < 0$ 时, 抛物线开口向下, 函数的最大值为 $-a$,

$\because y_1 < y_2 \leq -a$ 恒成立,

$\therefore |m - 1 - 1| > |m + 1 - 1|$,

解得 $m < \frac{1}{2}$;

当 $a > 0$ 时, 抛物线开口向上, 函数的最小值为 $-a$, 即 $y \geq -a$,

则 $y_1 < y_2 \leq -a$ 不成立.

综上所述, m 的取值范围是 $m < \frac{1}{2}$.

27. 【答案】(1) $\frac{1}{2}a$;

(2) ①证明见解答过程;

② $BE = CD + DE$, 证明见解答过程.

【分析】(1) 根据各角之间的关系得出 $\angle DAC + \angle ACD = 90^\circ$, 即可确定位置关系, 画出 AD ; 再由全等三角形的判定和性质得出 $\triangle ACD \cong \triangle ACM$ (AAS), 即可得出结果;

(2) ①过点 A 作 $AM \perp BC$ 于点 M 、 $AN \perp CB'$ 点 N , 根据各角之间的关系及全等三角形的判定得出 $\triangle CAN \cong \triangle ACM$ (AAS), 再由其性质即可得出结果;

②在 BC 上截取 $BF = CD$, 连接 AF , 由各角之间的关系得出 $\angle B = \angle ACB' = \angle ACD$, 再由全等三角形的判定和性质得出 $\triangle ABF \cong \triangle ACD$ (SAS), $\triangle FAE \cong \triangle DAE$ (SAS), 即可得出结果.

【解答】(1) 解: 当点 E 与点 C 重合时, $\angle DAE = \angle DAC$,

$$\because \angle DAE + \angle ACD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle DAC + \angle ACD = 90^\circ,$$

$$\because \angle ADC = 90^\circ,$$

$$\therefore AD \perp CB',$$

若 $BC = a$, 过点 A 作 $AM \perp BC$ 于点 M ,

如图 1:

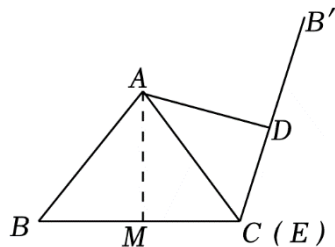


图1

则 $\angle AMC = 90^\circ = \angle ADC$,

$$\because AB = AC,$$

$$\therefore CM = BM = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2}a,$$

在 $\triangle ACD$ 与 $\triangle ACM$ 中, $\angle ADC = \angle AMC$, $\angle ACD = \angle ACM$, $AC = AC$,

$$\therefore \triangle ACD \cong \triangle ACM \text{ (AAS)},$$

$$\therefore CD = CM = \frac{1}{2}a,$$

即 CD 的长为 $\frac{1}{2}a$,

故答案为: $\frac{1}{2}a$;

(2) ①证明：过点 A 作 $AM \perp BC$ 于点 M 、 $AN \perp CB'$ 点 N ，如图 2：

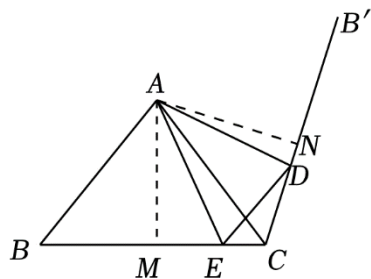


图2

则 $\angle AMC = \angle ANC = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle CAN + \angle ACB = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle DAE + \angle ACD = 90^\circ$ ，

即 $\angle DAE + \angle ACB' = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle DAE = \angle CAN$ ，

$\because AB = AC, AM \perp BC$ ，

$\therefore \angle BAC = 2\angle CAM = 2\angle BAM$ ，

在 $\triangle ACN$ 与 $\triangle ACM$ 中，

$$\begin{cases} \angle ANC = \angle AMC \\ \angle ACN = \angle ACM, \\ AC = AC \end{cases}$$

$\therefore \triangle CAN \cong \triangle ACM$ (AAS)，

$\therefore \angle CAN = \angle CAM$ ，

$\therefore \angle BAC = 2\angle CAM = 2\angle CAN = 2\angle DAE$ ；

②解： $BE = CD + DE$ ，证明如下：

在 BC 上截取 $BF = CD$ ，连接 AF ，如图 3：

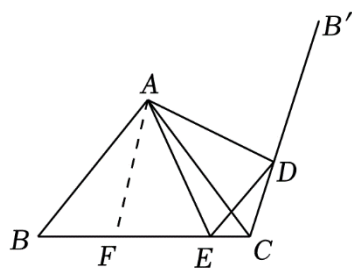


图3

$\because AB = AC$ ，

$\therefore \angle B = \angle ACB$ ，

$\because \angle ACB' = \angle ACB$ ，

$\therefore \angle B = \angle ACB' = \angle ACD$ ，

在 $\triangle ABF$ 和 $\triangle ACD$ 中，

$$\begin{cases} AB=AC \\ \angle B=\angle ACD, \\ BF=CD \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABF \cong \triangle ACD$ (SAS),

$\therefore AF=AD, \angle BAF=\angle CAD,$

$\therefore \angle BAF+\angle CAE=\angle CAD+\angle CAE=\angle DAE,$

由①知: $\angle BAC=2\angle DAE,$

即 $\angle DAE=\frac{1}{2}\angle BAC,$

$\therefore \angle BAF+\angle CAE=\frac{1}{2}\angle BAC,$

$\therefore \angle FAE=\angle BAC-(\angle BAF+\angle CAE)=\frac{1}{2}\angle BAC,$

$\therefore \angle FAE=\angle DAE,$

在 $\triangle FAE$ 和 $\triangle DAE$ 中,

$$\begin{cases} AF=AD \\ \angle FAE=\angle DAE, \\ AE=AE \end{cases}$$

$\therefore \triangle FAE \cong \triangle DAE$ (SAS),

$\therefore FE=DE,$

$\therefore BE=FE+BF=CD+DE.$

28. 【答案】(1) ①2; ② P_3 ;

(2) 3 或 -3;

(3) $24\sqrt{15}\pi$.

【分析】(1) ①根据定义解答可; ②分别找出 P_1Q 、 P_2Q 、 P_3Q 的最大值, 再根据定义判断即可;

(2) 正方形 $ABCD$ 上的任意两点间的距离最大值为 $2\sqrt{2}$, 若点 E 是正方形 $ABCD$ 的“倍点”, 则点 E 到 $ABCD$ 上点的最大距离好为 $4\sqrt{2}$. 结合图形即可求解;

(3) 分线段 MN 在 $\odot O$ 内部和在 $\odot O$ 外两种情况讨论即可求解.

【解答】解: (1) ① $\because$ 图形 W 是半径为 1 的 $\odot O$,

图形 W 上任意两点间的距离的最大值 d 为 2.

故答案为: 2;

②如图 1, 连接 P_2O 并延长交 $\odot O$ 于点 E ,

$$\therefore P_2O = \sqrt{3^2 + 3^2} = 3\sqrt{2},$$

$$\therefore P_2E = 3\sqrt{2} + 1 \neq 2d,$$

$\therefore P_2$ 不是 $\odot O$ 的“倍点”;

$\therefore P_1$ 到 $\odot O$ 上各点连线中最大距离为 $2+1=3 \neq 2d$,

$\therefore P_1$ 不是 $\odot O$ 的“倍点”；

$\therefore P_3$ 到 $\odot O$ 上各点连线中最大距离为 $3+1=4=2d$ ，

$\therefore P_3$ 是 $\odot O$ 的“倍点”。

故答案为： P_3 。

(2) 如图 2，在正方形 $ABCD$ 中，

正方形 $ABCD$ 上任意两点之间距离的最大距离 $d=\sqrt{2^2+2^2}=2\sqrt{2}$ ，

$$\therefore 2d=4\sqrt{2},$$

由图可知当点 E 在如图所示的位置时， E 是正方形 $ABCD$ 的“倍点”，

$$\therefore OE=3\sqrt{2},$$

$\therefore t$ 的值为：3 或 -3。

(3) MN 上 $d=2$ ， $2d=4$ ，

当线段 MN 在 $\odot O$ 外部时， $EM=4$ ， $TM=1$ ，

$$\therefore ET=\sqrt{4^2-1^2}=\sqrt{15},$$

$\therefore$ 大 $\odot O$ 的半径为 $6+\sqrt{15}$ ，

同理，小 $\odot O$ 的半径为 $6-\sqrt{15}$ ，

点 T 所构成的图形是圆环，它的面积 $\pi \cdot (6+\sqrt{15})^2 - \pi \cdot (6-\sqrt{15})^2 = 24\sqrt{15} \pi$ 。

故答案为： $24\sqrt{15} \pi$ 。

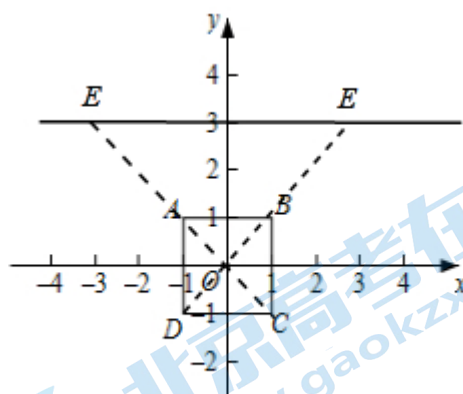
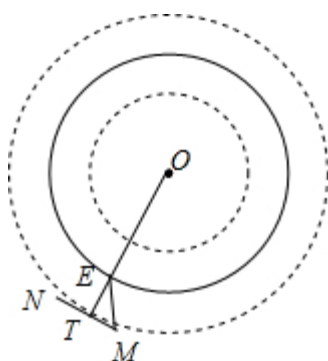
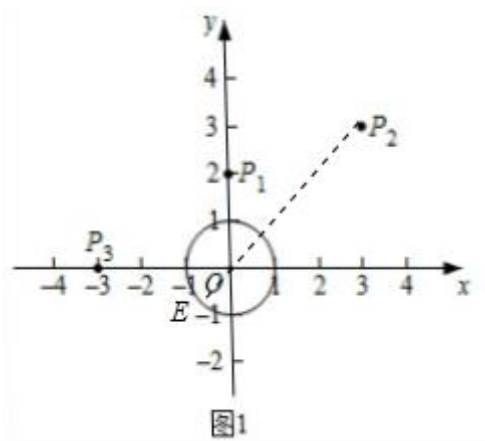


图2



北京初三高一高二高三期中试题下载

京考一点通团队整理了【**2023 年 10-11 月北京各区各年级期中试题 &答案汇总**】专题，及时更新最新试题及答案。

通过【**京考一点通**】公众号，对话框回复【**期中**】或者点击公众号底部栏目<**试题专区**>，进入各年级汇总专题，查看并下载电子版试题及答案！

