

2020–2021学年度第二学期期中练习题

年级：高一 科目：数学

考试时间 120 分钟，满分 150 分

一、选择题(本大题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的，将答案填在答题卡上)

1. 若 $\sin \alpha < 0$, 且 $\cos \alpha > 0$, 则角 α 是()
- A. 第一象限的角 B. 第二象限的角 C. 第三象限的角 D. 第四象限的角
2. 设角 α 终边上一点 $P(-4a, 3a)$ ($a < 0$), 则 $2\sin \alpha + \cos \alpha$ 的值为()
- A. $\frac{2}{5}$ B. $\frac{2}{5}$ 或 $-\frac{2}{5}$ C. $-\frac{2}{5}$ D. 与 a 有关
3. 若向量 $\mathbf{a} = (1, 2)$, $\mathbf{b} = (1, -1)$, 则 $2\mathbf{a} + \mathbf{b}$ 与 $\mathbf{a} - \mathbf{b}$ 的夹角等于()
- A. $-\frac{\pi}{4}$ B. $\frac{\pi}{6}$ C. $\frac{\pi}{4}$ D. $\frac{3\pi}{4}$
4. 教室里有一把直尺，无论怎样放置，地面上总有一直线与该直尺所在的直线保持()
- A. 平行 B. 垂直 C. 相交但不垂直 D. 异面
5. $\tan(-40^\circ)$, $\tan 38^\circ$, $\tan 56^\circ$ 的大小关系是()
- A. $\tan(-40^\circ) > \tan 38^\circ > \tan 56^\circ$ B. $\tan 56^\circ > \tan 38^\circ > \tan(-40^\circ)$
C. $\tan 38^\circ > \tan(-40^\circ) > \tan 56^\circ$ D. $\tan 56^\circ > \tan(-40^\circ) > \tan 38^\circ$
6. 使 $\sin x > \cos x$ 成立的 x 的一个变化区间是()
- A. $(-\pi, -\frac{3\pi}{4})$ B. $(-\frac{3\pi}{4}, 0)$ C. $(-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4})$ D. $(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2})$
7. 已知 $\alpha \in (0, \pi)$, 且 $\cos \alpha = -\sin \frac{\pi}{8}$, 则 $\alpha =$ ()
- A. $-\frac{\pi}{8}$ B. $\frac{\pi}{8}$ C. $\frac{3\pi}{8}$ D. $\frac{5\pi}{8}$

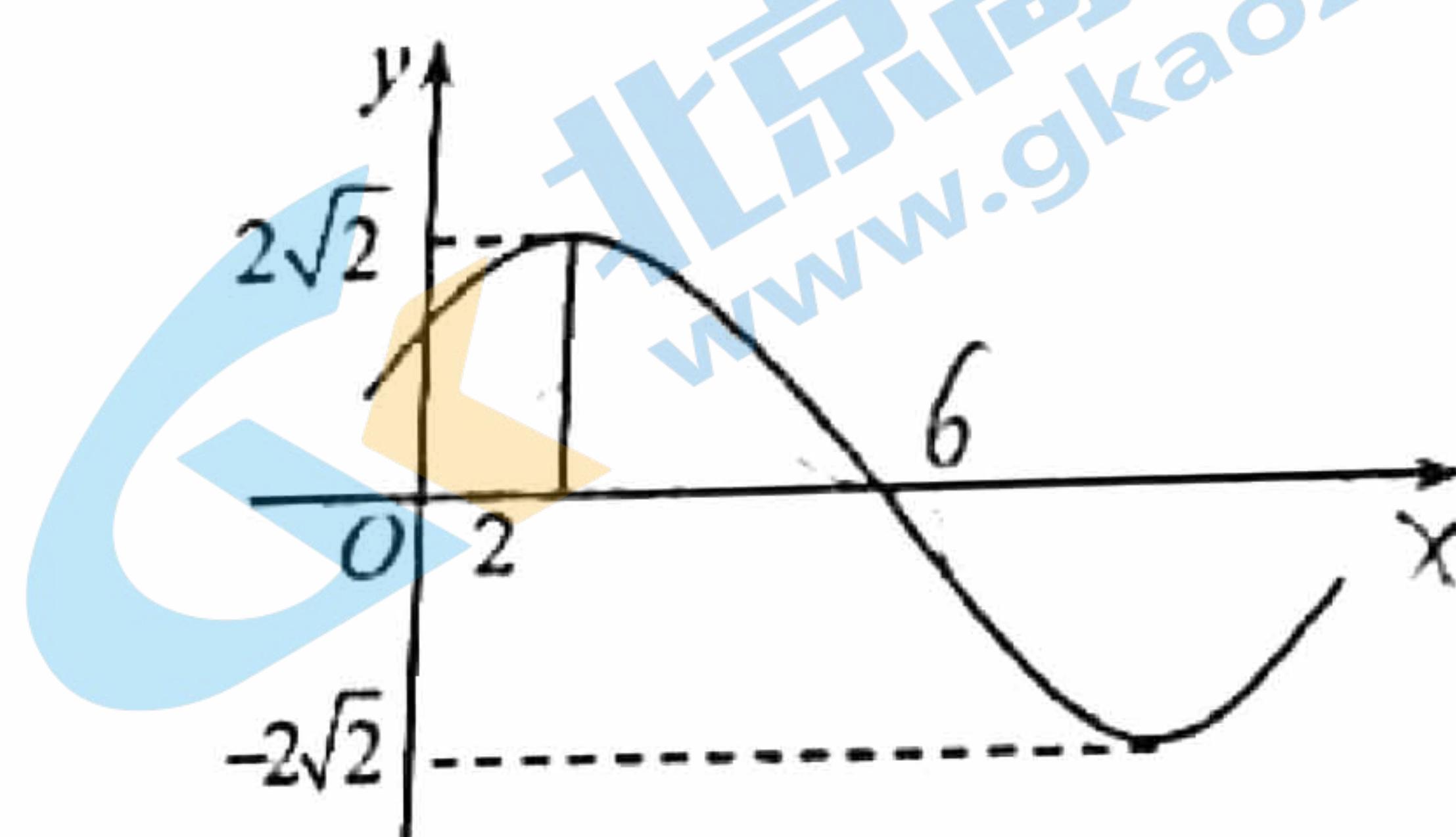
8. 函数 $y = 2\sqrt{2} \sin(\omega x + \varphi)$ (其中 $\omega > 0, 0 < \varphi < \pi$) 的图象的一部分如图所示, 则()

A. $\omega = \frac{\pi}{8}, \varphi = \frac{3\pi}{4}$

B. $\omega = \frac{\pi}{8}, \varphi = \frac{\pi}{4}$

C. $\omega = \frac{\pi}{4}, \varphi = \frac{\pi}{2}$

D. $\omega = \frac{\pi}{4}, \varphi = \frac{3\pi}{4}$



9. 在锐角 $\triangle ABC$ 中, 设 $x = \sin A \cdot \sin B, y = \cos A \cdot \cos B$. 则 x, y 的大小关系为()

A. $x \leq y$

B. $x > y$

C. $x < y$

D. $x \geq y$

10. 已知 $\sin \alpha + \sin \beta = 1$, 则函数 $y = \sin \alpha - \cos^2 \beta$ 的值域是()

A. $[-\frac{1}{4}, 0]$

B. $[-\frac{1}{4}, 2]$

C. $[0, 2]$

D. $[-\frac{1}{4}, +\infty)$

二、填空题(本大题共 5 小题, 每小题 5 分, 共 25 分. 把答案填在答题卡的横线上)

11. $\sin \frac{\pi}{6}$ 的值为_____.

12. 已知 $\sin \alpha - \cos \alpha = \sqrt{2}$, 则 $\sin 2\alpha =$ _____.

13. 在 $\triangle ABC$ 中, $AC = 6, \cos B = \frac{4}{5}, C = \frac{\pi}{4}$, 则 AB 的长是_____.

14. 已知向量 a, b 的夹角为 $60^\circ, |a| = 2, |b| = 1$, 则 $|a + 2b| =$ _____.

15. 对于函数 $f(x) = \cos x + \sin x$, 给出下列四个命题:

① 函数 $f(x)$ 为奇函数;

② 存在 $\alpha \in (0, \frac{\pi}{2})$, 使 $f(\alpha) = \frac{4}{3}$;

③ 存在 $\alpha \in (0, \frac{\pi}{2})$, 使 $f(x + \alpha) = f(x + 3\alpha)$ 恒成立;

④ 存在 $\theta \in \mathbf{R}$, 使函数 $f(x + \theta)$ 的图象关于 y 轴对称;

其中正确的命题序号是_____.

三、解答题(本大题共 6 小题, 共 85 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤)

16. 已知 $\alpha \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$, 且 $\sin \alpha = \frac{3}{5}$.

(I) 求 $\tan(\alpha - \frac{\pi}{4})$ 的值;

(II) 求 $\frac{\sin 2\alpha - \cos \alpha}{1 + \cos 2\alpha}$ 的值.

17. 已知函数 $f(x) = \sin^2 2x + \sqrt{3} \sin 2x \cdot \cos 2x$.

(I) 求 $f(x)$ 的最小正周期及单调递增区间;

(II) 若 $x \in [\frac{\pi}{8}, \frac{\pi}{4}]$, 求 $f(x)$ 的最大值与最小值.

18. $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 已知 $2 \cos C (a \cos B + b \cos A) = c$.

(I) 求 C ;

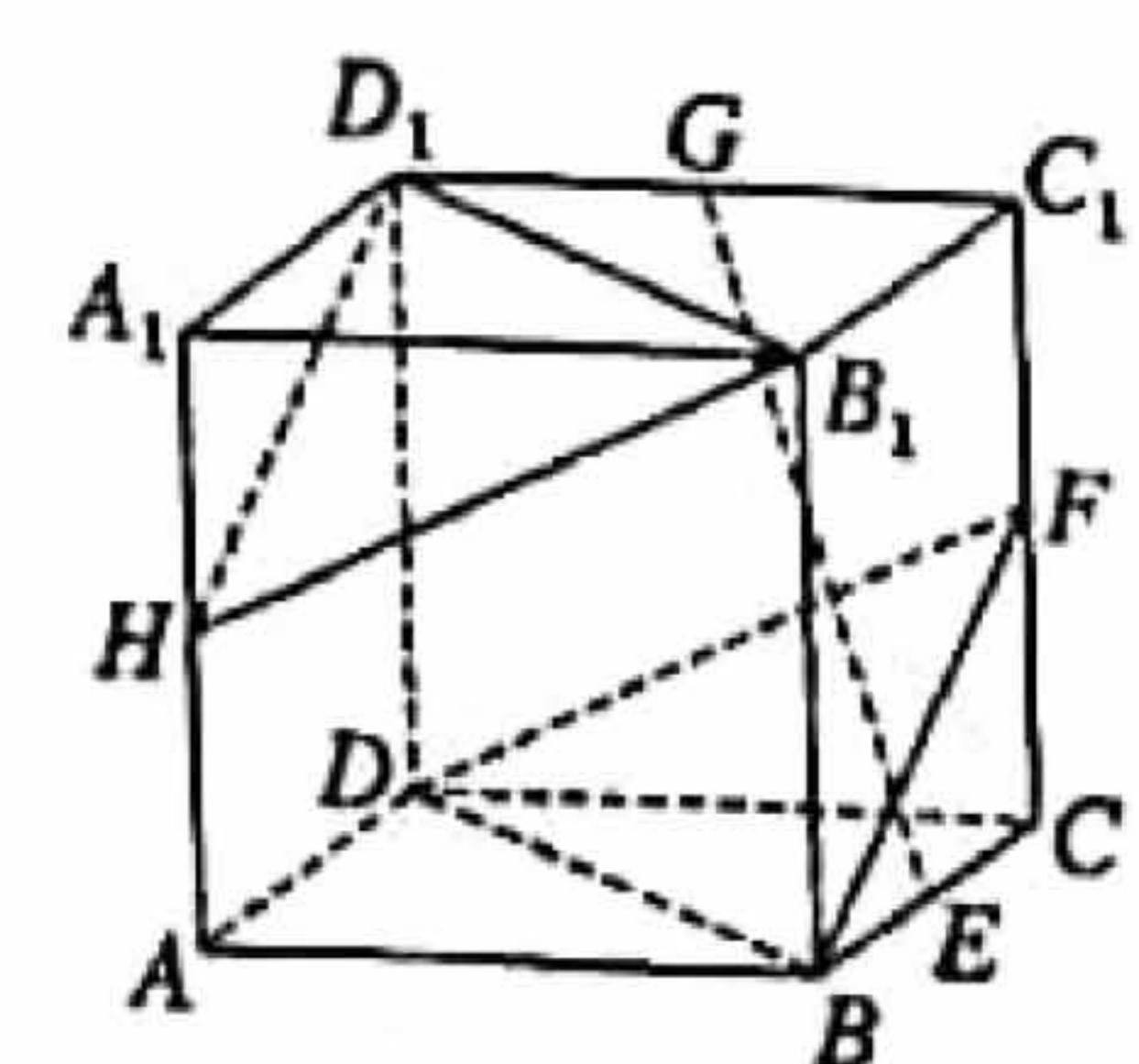
(II) 若 $c = \sqrt{7}$, $\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{3\sqrt{3}}{2}$, 求 $\triangle ABC$ 的周长.

19. 如图所示, 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, E, F, G, H 分别是 BC, CC_1, C_1D_1, A_1A 的中点. 求证:

(I) $BF \parallel HD_1$;

(II) $EG \parallel$ 平面 BB_1D_1D ;

(III) 平面 $BDF \parallel$ 平面 B_1D_1H .



20. 已知函数 $f(x) = a \sin(2x - \frac{\pi}{6}) - 2 \cos^2(x + \frac{\pi}{6})$ ($a > 0$)，且满足_____.

(I) 求函数 $f(x)$ 的解析式.

(II) 若关于 x 的方程 $f(x) = 1$ 在区间 $[0, m]$ 上有两个不同解, 求实数 m 的取值范围.

从① $f(x)$ 的最大值为 1, ② $f(x)$ 的图象与直线 $y = -3$ 的两个相邻交点的距离等于 π ,

③ $f(x)$ 的图象过点 $(\frac{\pi}{6}, 0)$, 这三个条件中选择一个, 补充在上面问题中并作答.

21. 对于定义域分别是 D_f , D_g 的函数 $y = f(x)$, $y = g(x)$, 规定: 函数

$$h(x) = \begin{cases} f(x) \cdot g(x), & \text{当 } x \in D_f \text{ 且 } x \in D_g, \\ f(x), & \text{当 } x \in D_f \text{ 且 } x \notin D_g, \\ g(x), & \text{当 } x \notin D_f \text{ 且 } x \in D_g. \end{cases}$$

(I) 若函数 $f(x) = \frac{1}{\sin x - 1}$, $g(x) = \sin x$, $x \in \mathbb{R}$, 写出函数 $h(x)$ 的解析式并求函数 $h(x)$ 值域;

(II) 若 $g(x) = f(x + \alpha)$, 其中 α 是常数, 且 $\alpha \in [0, \pi]$, 请设计一个定义域为 \mathbb{R} 的函数 $y = f(x)$ 及一个 α 的值, 使得 $h(x) = \cos 4x$, 并予以证明.

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承“精益求精、专业严谨”的设计理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力。

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

Q 北京高考资讯