顺义区 2021 届高三第一次统练

数学试卷

考生须知	1. 本试卷共 4 页,共两部分,21 道小题,满分 150 分,考试时间 120 分钟. 2. 在答题卡上准确填写学校名称、姓名、班级和教育 ID 号. 3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上,在试卷上作答无效. 4. 在答题卡上,选择题用 2B 铅笔作答,其他试题用黑色字迹签字笔作答. 5. 考试结束后,请将答题卡上交.

第一部分(选择题　共 40 分)

一、选择题共 10 小题,每小题 4 分,共 40 分. 在每小题列出的四个选项中,选出符合题目要求的一项.

(1) 设集合 $M=\{x\mid(x-1)(x+2)<0\}$, $N=\{x\mid x\geqslant -1\}$, 则 $M\cap N=$

A. $(-2,1)$　　B. $[-1,1)$　　C. $[-1,+\infty)$　　D. $(-1,1)$

(2) 在复平面内,复数 z 对应的点的坐标是 $(3,1)$, 则 $\dfrac{1}{z}=$

A. $\dfrac{3}{8}-\dfrac{1}{8}i$　　B. $\dfrac{1}{10}-\dfrac{3}{10}i$　　C. $\dfrac{3}{4}-\dfrac{1}{4}i$　　D. $\dfrac{3}{10}-\dfrac{1}{10}i$

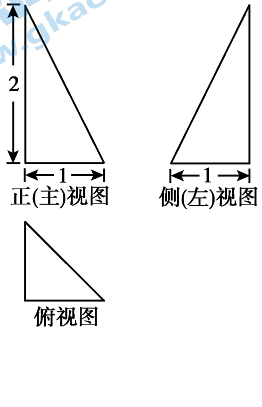
(3) 在 $(\sqrt{x}+\dfrac{1}{x})^6$ 的展开式中,常数项为

A. 15　　B. 30　　C. 20　　D. 40

(4) 某几何体的三视图如图所示,则该几何体的体积为

A. $\dfrac{1}{3}$　　B. $\dfrac{1}{6}$

C. 1　　D. $\dfrac{2}{3}$



(5) 我国古代数学论著中有如下问题:"远望巍巍塔七层,红光点点倍加增,共灯二百五十四,请问底层几盏灯?"意思是:一座 7 层塔共挂了 254 盏灯,且相邻两层中的下一层灯数是上一层灯数的 2 倍,则塔的底层共有灯

A. 32 盏　　B. 64 盏　　C. 128 盏　　D. 196 盏

(6) 设双曲线 C 的方程为 $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$, 若 C 的一条渐近线的斜率为 $\dfrac{2}{3}$, 则 C 的离心率为

A. $\dfrac{\sqrt{13}}{3}$　　B. $\dfrac{\sqrt{13}}{2}$　　C. $\dfrac{\sqrt{5}}{3}$　　D. $\dfrac{\sqrt{5}}{2}$

(7) 已知 $a,b\in\mathbf{R}$，且 $a>|b|$，则下列不等式中不恒成立的是

A. $a>b$　　B. $a+b>0$　　C. $\frac{1}{a}>\frac{1}{b}$　　D. $a^2>b^2$

(8) 已知两条直线 m,n 和平面 α，且 $n /\!/ \alpha$，则"$m\perp n$"是"$m\perp\alpha$"的

A. 充分必要条件　　B. 充分而不必要条件

C. 必要而不充分条件　　D. 既不充分也不必要条件

(9) 在 $\triangle ABC$ 中，$b=3$，$c=\sqrt{3}a$，$B=\frac{\pi}{6}$，则 $\cos C=$

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　B. $\frac{1}{2}$　　C. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$　　D. $-\frac{1}{2}$

(10) 已知函数 $f(x)=3^x-\frac{1+ax}{x}$. 若存在 $x_0\in(-\infty,-1)$，使得 $f(x_0)=0$，则实数 a 的取值范围是

A. $(-\infty,\frac{4}{3})$　　B. $(0,\frac{4}{3})$　　C. $(-\infty,0)$　　D. $(\frac{4}{3},+\infty)$

第二部分（非选择题　共 110 分）

二、填空题共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分.

(11) $\tan(-\frac{\pi}{4})=$________.

(12) 设抛物线 $y^2=mx$ 的焦点为 $F(1,0)$，则 $m=$________；若点 A 在抛物线上，且 $|AF|=3$，则点 A 坐标为________.

(13) 已知函数 $f(x)=ax^2+bx+c$，能说明 $f(x)$ 既是偶函数又在区间 $(0,+\infty)$ 上单调递减的一组整数 a,b,c 的值依次是________.

(14) 已知单位向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 满足 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=\frac{\sqrt{2}}{2}$，则 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 夹角的大小为________；$|\boldsymbol{a}-x\boldsymbol{b}|$ $(x\in\mathbf{R})$ 的最小值为________.

(15) 已知椭圆 $C:\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{8}=1$ 的左、右焦点分别为 F_1,F_2，直线 $x=m(-4<m<4)$ 与椭圆 C 相交于点 A,B. 给出下列三个命题：

① 存在唯一一个 m，使得 $\triangle AF_1F_2$ 为等腰直角三角形；

② 存在唯一一个 m，使得 $\triangle ABF_1$ 为等腰直角三角形；

③ 存在 m，使 $\triangle ABF_1$ 的周长最大.

其中，所有真命题的序号为________.

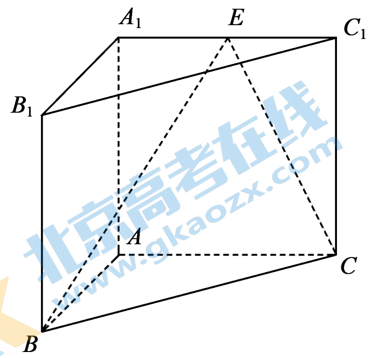
三、解答题共 6 小题，共 85 分．解答应写出必要的文字说明、演算步骤或证明过程．

(16)(本小题满分 13 分)

在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$CC_1\perp$平面 ABC，$AB\perp AC$，$AB=AC=AA_1$，E 是 A_1C_1 的中点．

(Ⅰ)求证：$AB\perp CE$；

(Ⅱ)求二面角 $B-CE-A$ 的余弦值．

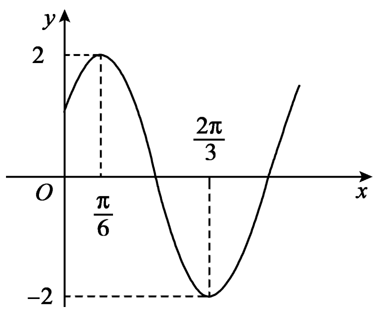


(17)(本小题满分 14 分)

函数 $f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)\ (A>0,\omega>0,0<\varphi<\frac{\pi}{2})$ 的部分图象如图所示．

(Ⅰ)求函数 $f(x)$ 的解析式；

(Ⅱ)求函数 $g(x)=f(x-\frac{\pi}{6})-2\cos 2x$ 在区间 $[0,\frac{\pi}{2}]$ 上的最小值．



(18)(本小题满分 14 分)

为了解顾客对五种款式运动鞋的满意度，厂家随机选取了 2000 名顾客进行回访，调查结果如下表：

运动鞋款式	A	B	C	D	E
回访顾客(人数)	700	350	300	250	400
满意度	0.3	0.5	0.7	0.5	0.6

注：1. 满意度是指：某款式运动鞋的回访顾客中，满意人数与总人数的比值；

2. 对于每位回访顾客，只调研一种款式运动鞋的满意度．

假设顾客对各款式运动鞋是否满意相互独立，用顾客对某款式运动鞋的满意度估计对该款式运动鞋满意的概率.

(Ⅰ)从所有的回访顾客中随机抽取 1 人，求此人是 C 款式运动鞋的回访顾客且对该款鞋满意的概率；

(Ⅱ)从 A、E 两种款式运动鞋的回访顾客中各随机抽取 1 人，设其中满意的人数为 X，求 X 的分布列和数学期望；

(Ⅲ)用“$\zeta=1$”和“$\zeta=0$”分别表示对 A 款式运动鞋满意和不满意，用“$\eta=1$”和“$\eta=0$”分别表示对B 款式运动鞋满意和不满意，试比较方差 $D(\zeta)$ 与 $D(\eta)$ 的大小．(结论不要求证明)

(19)(本小题满分 14 分)

已知椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 经过点 $M(0,1)$ 和 $N(\sqrt{3},\frac{1}{2})$.

(Ⅰ)求椭圆 C 的方程;

(Ⅱ)若直线 $l:y=kx+m$ 与椭圆 C 交于 A,B 两点,且坐标原点 O 到直线 l 的距离为$\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

求证:以 AB 为直径的圆经过点 O.

(20)(本小题满分 15 分)

已知函数 $f(x)=x^2-a\ln x(a>0)$.

(Ⅰ)若 $a=2$,求曲线 $y=f(x)$ 的斜率等于 3 的切线方程;

(Ⅱ)若 $f(x)$ 在区间 $[\frac{1}{e},e]$ 上恰有两个零点,求 a 的取值范围.

(21)(本小题满分 15 分)

已知 $\{a_n\}$ 是无穷数列. 给出两个性质:

① 对于 $\{a_n\}$ 中任意两项 $a_i,a_j(i>j)$,在 $\{a_n\}$ 中都存在一项 a_m,使得 $2a_i-a_j=a_m$;

② 对于 $\{a_n\}$ 中任意项 $a_n(n\geqslant 3)$,在 $\{a_n\}$ 中都存在两项 $a_k,a_l(k>l)$,使得 $a_n=2a_k-a_l$.

(Ⅰ)若 $a_n=2^n(n=1,2,\cdots)$,判断数列 $\{a_n\}$ 是否满足性质①,说明理由;

(Ⅱ)若 $a_n=n(n=1,2,\cdots)$,判断数列 $\{a_n\}$ 是否同时满足性质①和性质②,说明理由;

(Ⅲ)若 $\{a_n\}$ 是递增数列,$a_1=0$,且同时满足性质①和性质②,证明:$\{a_n\}$ 为等差数列.

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 “精益求精、专业严谨” 的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。