

2023 年普通高等学校招生全国统一考试(甲卷)

文科数学

一、选择题:本题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 设全集 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, 集合 $M = \{1, 4\}$, $N = \{2, 5\}$, 则 $N \cup \complement_U M =$ ()

- A. $\{2, 3, 5\}$ B. $\{1, 3, 4\}$ C. $\{1, 2, 4, 5\}$ D. $\{2, 3, 4, 5\}$

2. $\frac{5(1+i^3)}{(2+i)(2-i)} =$ ()

- A. -1 B. 1 C. $1-i$ D. $1+i$

3. 已知向量 $a = (3, 1)$, $b = (2, 2)$, 则 $\cos\langle a+b, a-b \rangle =$ ()

- A. $\frac{1}{17}$ B. $\frac{\sqrt{17}}{17}$ C. $\frac{\sqrt{5}}{5}$ D. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

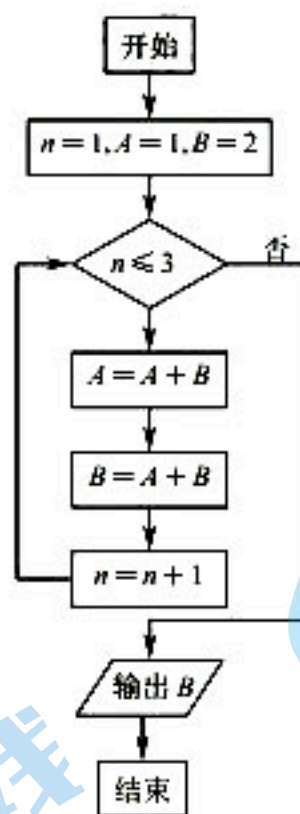
4. 某校文艺部有 4 名学生, 其中高一、高二年级各 2 名. 从这 4 名学生中随机选 2 名组织校文艺汇演, 则这 2 名学生来自不同年级的概率为 ()

- A. $\frac{1}{6}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{2}{3}$

5. 记 S_n 为等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 若 $a_2 + a_8 = 10$, $a_4 a_8 = 45$, 则 $S_5 =$ ()

- A. 25 B. 22 C. 20 D. 15

6. 执行右边的程序框图, 则输出的 $B =$ ()



- A. 21 B. 34 C. 55 D. 89

7. 设 F_1, F_2 为椭圆 $C: \frac{x^2}{5} + y^2 = 1$ 的两个焦点, 点 P 在 C 上, 若 $\overrightarrow{PF_1} \cdot \overrightarrow{PF_2} = 0$, 则 $|PF_1| \cdot |PF_2| =$ ()

- A. 1 B. 2 C. 4 D. 5

8. 曲线 $y = \frac{e^x}{x+1}$ 在点 $(1, \frac{e}{2})$ 处的切线方程为 ()

- A. $y = \frac{e}{4}x$ B. $y = \frac{e}{2}x$
C. $y = \frac{e}{4}x + \frac{e}{4}$ D. $y = \frac{e}{2}x + \frac{3e}{4}$

9. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的离心率为 $\sqrt{5}$, C 的一条渐近线与圆 $(x-2)^2 + (y-3)^2 = 1$ 交于 A, B 两点, 则 $|AB| =$ ()

- A. $\frac{\sqrt{5}}{5}$ B. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ C. $\frac{3\sqrt{5}}{5}$ D. $\frac{4\sqrt{5}}{5}$

10. 在三棱锥 $P-ABC$ 中, $\triangle ABC$ 是边长为 2 的等边三角形, $PA = PB = 2, PC = \sqrt{6}$, 则该棱锥的体积为 ()

- A. 1 B. $\sqrt{3}$ C. 2 D. 3

11. 已知函数 $f(x) = e^{-(x-1)^2}$, 记 $a = f\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right), b = f\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right), c = f\left(\frac{\sqrt{6}}{2}\right)$, 则 ()

- A. $b > c > a$ B. $b > a > c$ C. $c > b > a$ D. $c > a > b$

12. 函数 $y = f(x)$ 的图象由 $y = \cos\left(2x + \frac{\pi}{6}\right)$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度得到, 则 $y = f(x)$ 的图象与直线 $y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$ 的交点个数为 ()

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

二、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 记 S_n 为等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 若 $8S_6 = 7S_3$, 则 $\{a_n\}$ 的公比为 _____.

14. 若 $f(x) = (x-1)^2 + ax + \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$ 为偶函数, 则 $a =$ _____.

15. 若 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} 3x - 2y \leq 3, \\ -2x + 3y \leq 3, \\ x + y \geq 1, \end{cases}$ 则 $z = 3x + 2y$ 的最大值为 _____.

16. 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB = 4, O$ 为 AC_1 的中点, 若该正方体的棱与球 O 的球面有公共点, 则球 O 的半径的取值范围是 _____.

三、解答题: 共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题, 考生根据要求作答。

(一) 必考题: 共 60 分。

17. (12 分) 来源: 高三答案公众号

记 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 已知 $\frac{b^2 + c^2 - a^2}{\cos A} = 2$.

(1) 求 bc ;

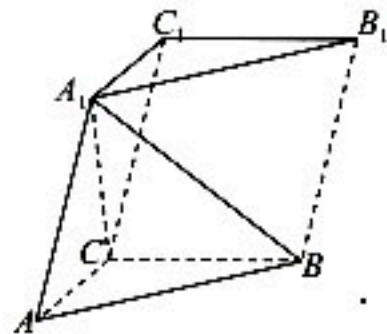
(2) 若 $\frac{a \cos B - b \cos A}{a \cos B + b \cos A} - \frac{b}{c} = 1$, 求 $\triangle ABC$ 面积.

18. (12 分)

如图, 在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $A_1C \perp$ 平面 $ABC, \angle ACB = 90^\circ$.

(1) 证明: 平面 $ACC_1A_1 \perp$ 平面 BB_1C_1C ;

(2) 设 $AB = A_1B, AA_1 = 2$, 求四棱锥 $A_1-BB_1C_1C$ 的高



19. (12分)

一项试验旨在研究臭氧效应,试验方案如下:选40只小白鼠,随机地将其中20只分配到试验组,另外20只分配到对照组,试验组的小白鼠饲养在高浓度臭氧环境,对照组的小白鼠饲养在正常环境,一段时间后统计每只小白鼠体重的增加量(单位:g).试验结果如下:

对照组的小白鼠体重的增加量从小到大排序为

15.2	18.8	20.2	21.3	22.5	23.2	25.8	26.5	27.5	30.1
32.6	34.3	34.8	35.6	35.6	35.8	36.2	37.3	40.5	43.2

试验组的小白鼠体重的增加量从小到大排序为

7.8	9.2	11.4	12.4	13.2	15.5	16.5	18.0	18.8	19.2
19.8	20.2	21.6	22.8	23.6	23.9	25.1	28.2	32.3	36.5

- (1) 计算试验组的样本平均数;
- (2) (i) 求40只小白鼠体重的增加量的中位数 m ,再分别统计两样本中小于 m 与不小于 m 的数据的个数,完成如下列联表

	$< m$	$\geq m$
对照组		
实验组		

(ii) 根据(i)中的列联表,能否有95%的把握认为小白鼠在高浓度臭氧环境中与在正常环境中体重的增加量有差异?

附: $K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$,

k_0	0.100	0.050	0.010
$P(K^2 \geq k_0)$	2.706	3.841	6.635

20. (12分)

已知函数 $f(x) = ax - \frac{\sin x}{\cos^2 x}$, $x \in (0, \frac{\pi}{2})$.

- (1) 当 $a = 1$ 时,讨论 $f(x)$ 的单调性;
- (2) 若 $f(x) + \sin x < 0$,求 a 的取值范围.

21. (12分)

已知直线 $x - 2y + 1 = 0$ 与抛物线 $C: y^2 = 2px (p > 0)$ 交于 A, B 两点, $|AB| = 4\sqrt{15}$.

(1) 求 p ;

(2) 设 F 为 C 的焦点, M, N 为 C 上两点, 且 $\overrightarrow{FM} \cdot \overrightarrow{FN} = 0$, 求 $\triangle MFN$ 面积的最小值.

(二) 选考题: 共 10 分。请考生在第 22、23 题中任选一题作答。如果多做, 则按所做的第一题计分。

22. [选修 4-4: 坐标系与参数方程] (10分)

已知点 $P(2, 1)$, 直线 $l: \begin{cases} x = 2 + t\cos\alpha \\ y = 1 + t\sin\alpha \end{cases} (t \text{ 为参数})$, α 为 l 的倾斜角, l 与 x 轴正半轴, y 轴正半轴分别交于 A, B ,

且 $|PA| \cdot |PB| = 4$.

(1) 求 α ;

(2) 以坐标原点为极点, x 轴正半轴为极轴建立极坐标系, 求 l 的极坐标方程.

23. [选修 4-5: 不等式选讲] (10分)

设 $a > 0$, 函数 $f(x) = 2|x - a| - a$.

(1) 求不等式 $f(x) < x$ 的解集;

(2) 若曲线 $y = f(x)$ 与 x 轴所围成的图形的面积为 2, 求 a .

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 “精益求精、专业严谨” 的建设理念，不断探索 “K12 教育+互联网+大数据” 的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供 “衔接和桥梁纽带” 作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯