

2022 北京昌平初三（上）期末

数 学

2022.1

本试卷共 8 页，共 100 分。考试时长 120 分钟。考生务必将答案答在答题卡上，在试卷上作答无效。考试结束后将答题卡交回。

一、选择题（本题共 8 道小题，每小题 2 分，共 16 分）下面各题均有四个选项，其中只有一个是符合题意的。

1. 已知 $\angle A$ 是锐角， $\sin A = \frac{1}{2}$ ，那么 $\angle A$ 的度数是

- (A) 15° (B) 30° (C) 45° (D) 60°

2. 已知 $3a = 4b$ ($ab \neq 0$)，则下列各式正确的是

- (A) $\frac{a}{b} = \frac{4}{3}$ (B) $\frac{a}{b} = \frac{3}{4}$ (C) $\frac{a}{3} = \frac{b}{4}$ (D) $\frac{a}{3} = \frac{4}{b}$

3. 抛物线 $y = x^2 - 2$ 的顶点坐标是

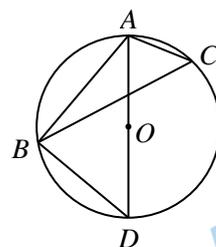
- (A) $(0, -2)$ (B) $(-2, 0)$ (C) $(0, 2)$ (D) $(2, 0)$

4. 已知反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图象经过点 $A(2, 3)$ ，则 k 的值为

- (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6

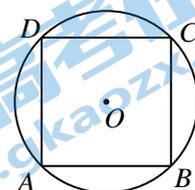
5. 如图， AD 是 $\triangle ABC$ 的外接圆 $\odot O$ 的直径，若 $\angle BCA = 50^\circ$ ，则 $\angle BAD$ 等于

- (A) 30° (B) 40° (C) 50° (D) 60°



6. 如图，面积为 18 的正方形 $ABCD$ 内接于 $\odot O$ ，则 $\odot O$ 的半径为

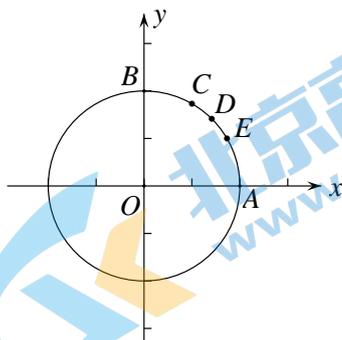
- (A) $\frac{3}{2}$ (B) $\frac{3}{2}\sqrt{2}$ (C) 3 (D) $3\sqrt{2}$



7. 关于二次函数 $y = -(x - 2)^2 + 3$ ，以下说法正确的是

- (A) 当 $x > -2$ 时， y 随 x 增大而减小
 (B) 当 $x > -2$ 时， y 随 x 增大而增大
 (C) 当 $x > 2$ 时， y 随 x 增大而减小
 (D) 当 $x > 2$ 时， y 随 x 增大而增大

8. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中， $\odot O$ 的半径为 2，与 x 轴， y 轴的正半轴分别交于点 A, B ，点 $C(1, c)$ ， $D(\sqrt{2}, d)$ ， $E(e, 1)$ ， $P(m, n)$ 均为 $\overset{\frown}{AB}$ 上的点（点 P 不与点 A, B 重合），若 $m < n < \sqrt{3}m$ ，则点 P 的位置为



- (A) 在 BC 上 (B) 在 CD 上 (C) 在 DE 上 (D) 在 EA 上

二、填空题（本题共 8 道小题，每小题 2 分，共 16 分）

9. 写出一个开口向下，与 y 轴交于点 $(0, 1)$ 的抛物线的函数表达式:_____.

10. $\odot O$ 的半径为 5cm，圆心 O 到直线 l 的距离是 4cm，则直线 l 与 $\odot O$ 的位置关系是_____.

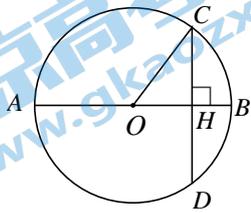
11. 若扇形的圆心角为 60° ，半径为 2，则该扇形的弧长是_____ (结果保留 π).

12. 点 $A(-1, y_1)$ ， $B(4, y_2)$ 是二次函数 $y = (x-1)^2$ 图象上的两个点，则 y_1 _____ y_2 (填“>”，“<”或“=”).

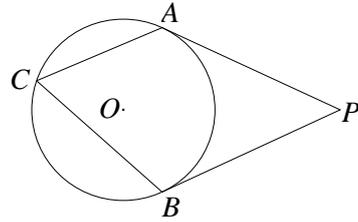
13. 如图， AB 为 $\odot O$ 的直径，弦 $CD \perp AB$ 于点 H ，若 $AB=10$ ， $CD=8$ ，则 OH 的长为_____.

14. 已知反比例函数 $y = \frac{m-1}{x}$ 的图象分布在第二、四象限，则 m 的取值范围是_____.

15. 如图， PA ， PB 分别与 $\odot O$ 相切于 A ， B 两点， C 是优弧 AB 上的一个动点，若 $\angle P = 50^\circ$ ，则 $\angle ACB =$ _____ $^\circ$.



13 题图



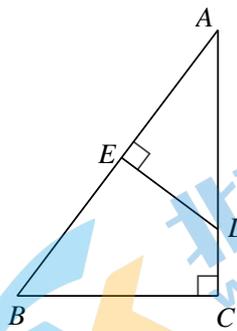
15 题图

16. 点 $A(x_1, y_1)$ ， $B(x_2, y_2)$ ($x_1 \cdot x_2 \geq 0$) 是 $y = ax^2$ ($a \neq 0$) 图象上的点，存在 $|x_1 - x_2| = 1$ 时， $|y_1 - y_2| = 1$ 成立，写出一个满足条件 a 的值_____.

三、解答题（本题共 12 道小题，第 17-22 题，每小题 5 分，第 23-26 题，每小题 6 分，第 27、28 题，每小题 7 分，共 68 分）

17. 计算： $2\sin 60^\circ + \tan 45^\circ - \cos 30^\circ \tan 60^\circ$

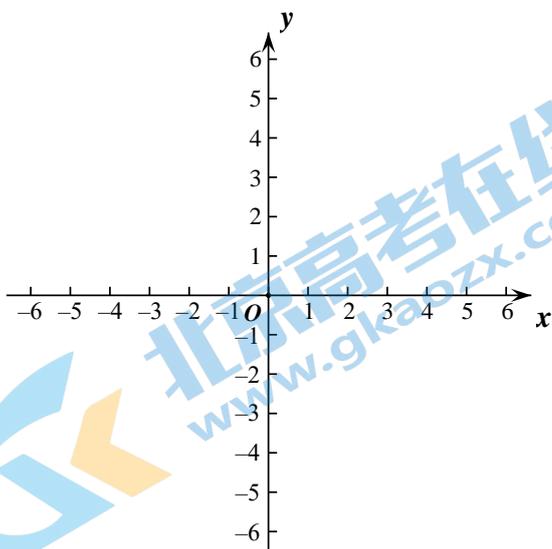
18. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $AC = 4$ ， $AB = 5$ ，点 D 在 AC 上且 $AD = 3$ ， $DE \perp AB$ 于点 E ，求 AE 的长.



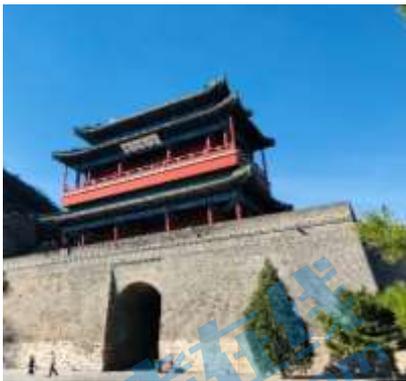
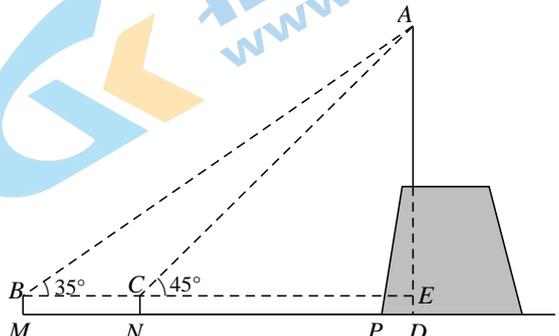
22. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中， $A(a, 2)$ 是一次函数 $y = x - 1$ 的图象与反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 的图象的交点.

(1) 求反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 的表达式;

(2) 过点 $P(n, 0)$ 且垂直于 x 轴的直线与一次函数图象，反比例函数图象的交点分别为 M, N ，当 $S_{\triangle OPM} > S_{\triangle OPN}$ 时，直接写出 n 的取值范围.



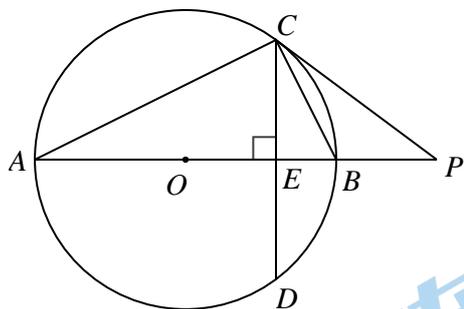
23. 居庸关位于距北京市区 50 余公里外的昌平区境内，是京北长城沿线上的著名古关城，有“天下第一雄关”的美誉。某校数学社团的同学们使用皮尺和测角仪等工具，测量南关主城门上城楼顶端距地面的高度，下表是小强填写的实践活动报告的部分内容：请你帮他计算出城楼的高度 AD 。（结果精确到 0.1m， $\sin 35^\circ \approx 0.574$ ， $\cos 35^\circ \approx 0.819$ ， $\tan 35^\circ \approx 0.700$ ）

题目	测量城楼顶端到地面的高度	
测量目标示意图		
相关数据	$BM=1.6\text{m}$, $BC=13\text{m}$, $\angle ABC=35^\circ$, $\angle ACE=45^\circ$	

24. 如图, $\odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的外接圆, AB 是 $\odot O$ 的直径, $AB \perp CD$ 于点 E , P 是 AB 延长线上一点, 且 $\angle BCP = \angle BCD$.

(1) 求证: CP 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 连接 DO 并延长, 交 AC 于点 F , 交 $\odot O$ 于点 G , 连接 GC . 若 $\odot O$ 的半径为 5, $OE = 3$, 求 GC 和 OF 的长.



25. 随着冬季的到来, 干果是这个季节少不了的营养主角, 某超市购进一批干果, 分装成营养搭配合理的小包装后出售, 每袋成本 20 元. 销售过程中发现, 每天销售量 y (袋) 与销售单价 x (元) 之间的关系可近似地看作一次函数: $y = -2x + 80$ ($20 \leq x \leq 40$), 设每天获得的利润为 w (元).

(1) 求出 w 与 x 的关系式;

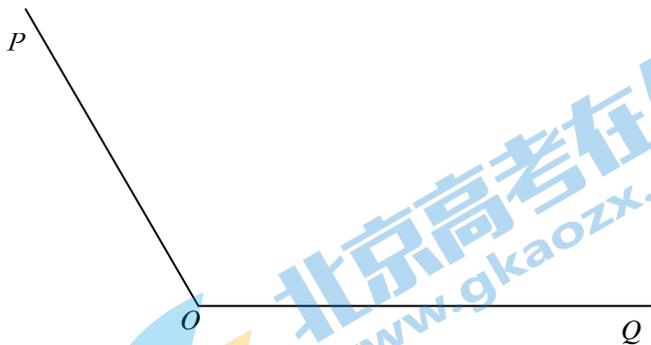
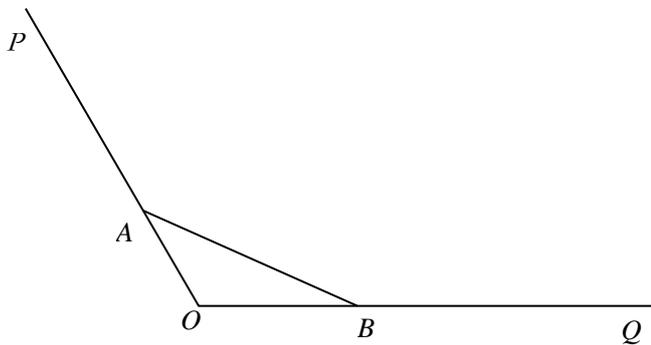
(2) 当销售单价定为多少元时, 每天可获得最大利润? 最大利润是多少?

26. 在平面直角坐标系 xOy 中, 点 $(1, m)$ 和点 $(3, n)$ 在二次函数 $y=x^2+bx$ 的图象上.

- (1) 当 $m=-3$ 时.
- ①求这个二次函数的顶点坐标;
- ②若点 $(-1, y_1)$, (a, y_2) 在二次函数的图象上, 且 $y_2>y_1$, 则 a 的取值范围是_____;
- (2) 当 $mn<0$ 时, 求 b 的取值范围.

27. 已知 $\angle POQ=120^\circ$, 点 A, B 分别在 OP, OQ 上, $OA<OB$, 连接 AB , 在 AB 上方作等边 $\triangle ABC$, 点 D 是 BO 延长线上一点, 且 $AB=AD$, 连接 AD .

- (1) 补全图形;
- (2) 连接 OC , 求证: $\angle COP=\angle COQ$;
- (3) 连接 CD , CD 交 OP 于点 F , 请你写出一个 $\angle DAB$ 的值, 使 $CD=OB+OC$ 一定成立, 并证明.



备用图

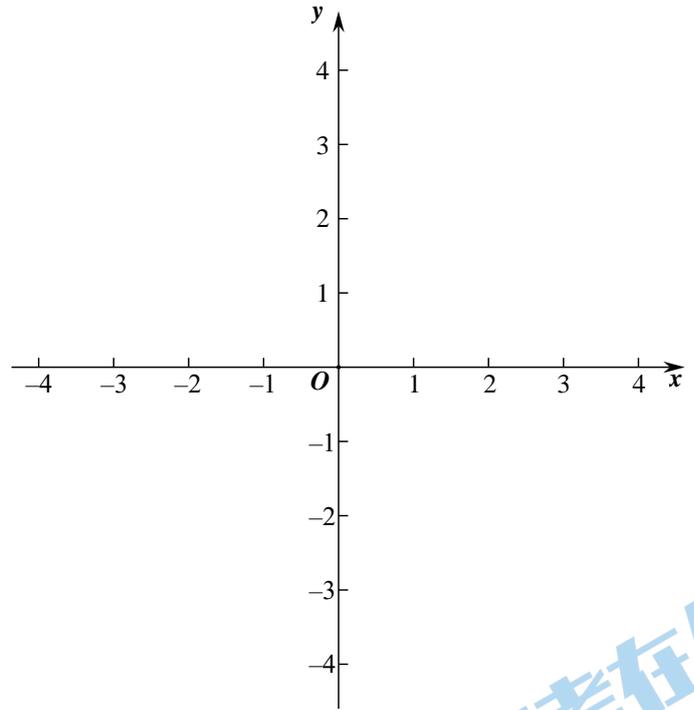
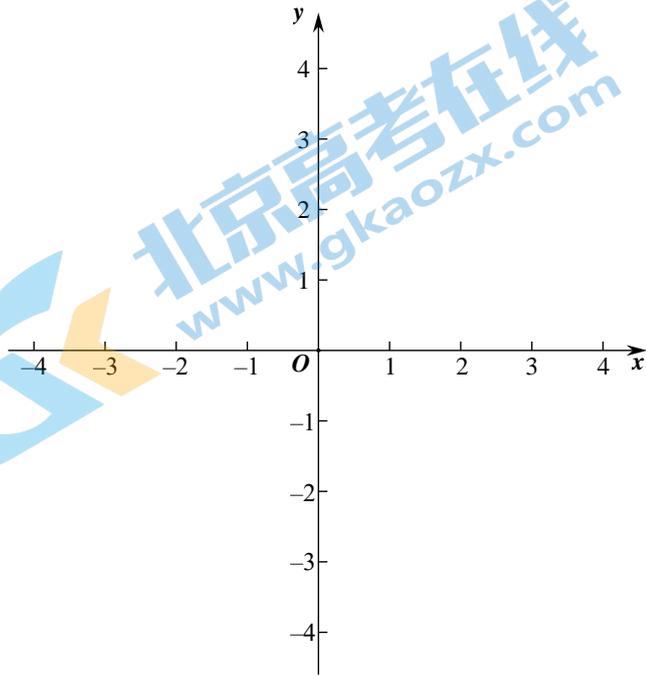
28. 在平面直角坐标系 xOy 中, 对于点 P, O, Q 给出如下定义: 若 $OQ < PO < PQ$ 且 $PO \leq 2$, 我们称点 P 是线段 OQ 的“潜力点”.

已知点 $O(0, 0), Q(1, 0)$.

(1) 在 $P_1(0, -1), P_2(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}), P_3(-1, 1)$ 中是线段 OQ 的“潜力点”是_____;

(2) 若点 P 在直线 $y=x$ 上, 且为线段 OQ 的“潜力点”, 求点 P 横坐标的取值范围;

(3) 直线 $y=2x+b$ 与 x 轴交于点 M , 与 y 轴交于点 N , 当线段 MN 上存在线段 OQ 的“潜力点”时, 直接写出 b 的取值范围.



2022 北京昌平初三（上）期末数学

参考答案

一、选择题（本题共 8 道小题，每小题 2 分，共 16 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	B	A	A	D	B	C	C	B

二、填空题（本题共 8 道小题，每小题 2 分，共 16 分）

题号	9	10	11	12	13	14	15	16
答案	答案不唯一 例如 $y = -x^2 + 1$	相交	$\frac{2}{3}\pi$	$y_1 < y_2$	3	$m < 1$	65	答案不唯一 例如 $a=1$

三、解答题（本题共 12 道小题，第 17-22 题，每小题 5 分，第 23-26 题，每小题 6 分，第 27、28 题，每小题 7 分，共 68 分）

17. 解：原式 = $2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} + 1 - \frac{\sqrt{3}}{2} \times \sqrt{3}$ 4 分

= $\sqrt{3} - \frac{1}{2}$ 5 分

18. 解：∵ $DE \perp AB$ 于点 E , $\angle C = 90^\circ$,

∴ $\angle AED = \angle C$ 1 分

∵ $\angle A = \angle A$,

∴ $\triangle ADE \sim \triangle ABC$ 3 分

∴ $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$ 4 分

$\frac{3}{5} = \frac{AE}{4}$.

$AE = \frac{12}{5}$ 5 分

19. (1) 解： $y = x^2 - 4x + 3$.

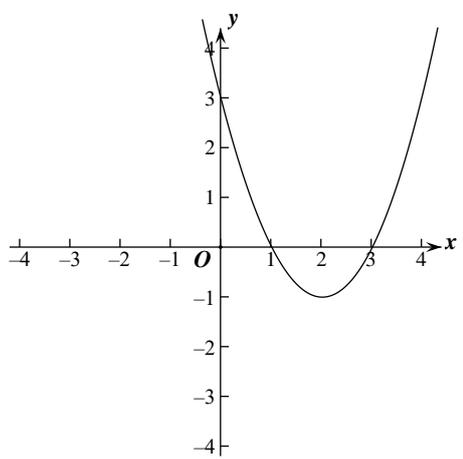
顶点坐标为 (2, -1) 1 分

令 $y = 0$, 则 $x^2 - 4x + 3 = 0$.

解得 $x_1 = 1, x_2 = 3$.

∴ 图象与 x 轴交点坐标为 (1, 0) (3, 0) 3 分

(2)



.....4分

当 $y < 0$ 时, 自变量 x 的取值范围为 $1 < x < 3$5分

20. 解: $\because AD \perp BC$ 于点 D ,
 $\therefore \triangle ABD, \triangle ADC$ 为直角三角形.

\because Rt $\triangle ADE$ 中, $\angle B = 30^\circ, AB = 4$,
 $\therefore AD = 2$1分

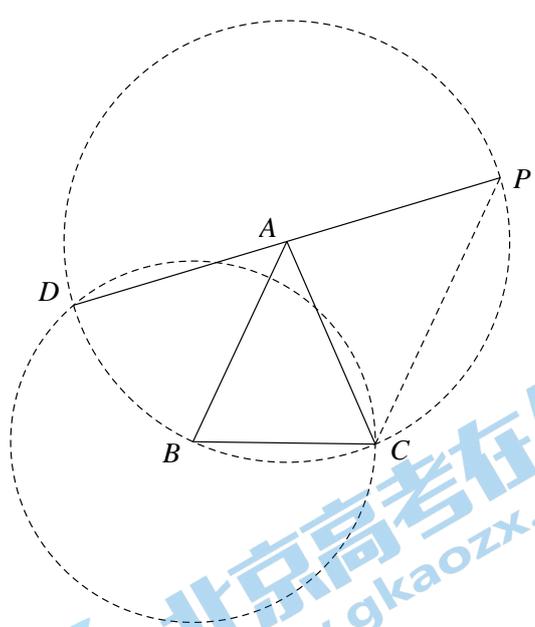
$\therefore BD = 2\sqrt{3}$2分

\because Rt $\triangle ADC$ 中, $\tan \angle CAD = \frac{1}{2}, AD = 2$,
 $\therefore \tan \angle CAD = \frac{CD}{AD} = \frac{1}{2}$3分

$\therefore CD = 1$4分

$\therefore BC = 2\sqrt{3} + 1$5分

21. 解: (1)



.....2分

(2) $\angle BAC = \angle BAD$4分

一条弧所对的圆周角等于它所对圆心角的一半.....5分

22. 解: (1) 把 $A(a, 2)$ 代入 $y = x - 1$, 得 $a = 3$, 点 A 坐标为 $(3, 2)$ 1分

把 $A(3, 2)$ 代入 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$, 得 $k=6$2分

所以反比例函数表达式为 $y = \frac{6}{x}$ 3分

(2) $n < -2$ 或 $n > 3$5分

23. 解: 根据题意, 得 $BM=ED=1.6\text{m}$, $\angle AEC=90^\circ$.

设 AE 为 $x\text{m}$, 在 $\text{Rt}\triangle ACE$ 中,

$\because \angle ACE=45^\circ$,

$\therefore \angle CAE=45^\circ$,

$\therefore AE=CE$1分

在 $\text{Rt}\triangle ABE$ 中,

$\because \tan \angle ABE =$

$\frac{AE}{BE}$,2分

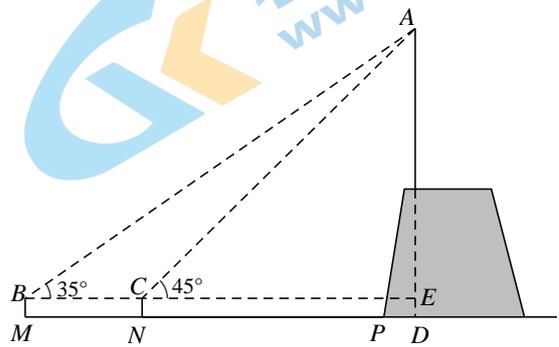
又 $\because \angle ABE=35^\circ$,

$\therefore \tan 35^\circ = \frac{x}{x+13}$ 3分

解得 $x \approx 30.3$4分

$\therefore AD=AE+ED \approx 30.3+1.6 \approx 31.9 (\text{m})$5分

答: 城楼顶端距地面约为 31.9m6分



24. (1) 证明: 连接 OC .

$\because OB=OC$,

$\therefore \angle OBC = \angle OCB$.

$\because AB \perp CD$ 于点 E ,

$\therefore \angle CEB = 90^\circ$.

$\therefore \angle OBC + \angle BCD = 90^\circ$.

$\therefore \angle OCB + \angle BCD = 90^\circ$.

$\because \angle BCP = \angle BCD$,

$\therefore \angle OCB + \angle BCP = 90^\circ$.

$\therefore OC \perp CP$.

$\therefore CP$ 是 $\odot O$ 的切线.....3分

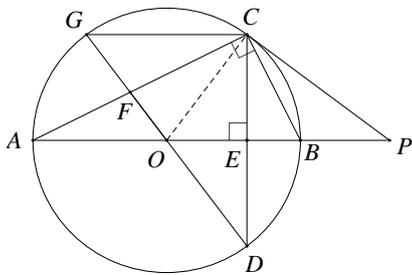
(2) $\because AB \perp CD$ 于点 E ,

$\therefore E$ 为 CD 中点.

$\because O$ 为 GD 中点,

$\therefore OE$ 为 $\triangle DCG$ 的中位线.

$\therefore GC = 2OE = 6$, $OE \parallel GC$.



$\because AO \parallel GC$

$\therefore \triangle GCF \sim \triangle OAF.$

$$\therefore \frac{GC}{OA} = \frac{GF}{OF}.$$

$$\frac{6}{5} = \frac{GF}{OF}.$$

$\because GF + OF = 5,$

$$\therefore OF = \frac{25}{11} \dots\dots\dots 6 \text{分}$$

25.解: (1) $w = (x-20)y \dots\dots\dots 1 \text{分}$

$$= (x-20)(-2x+80)$$

$$= -2x^2 + 120x - 1600 \dots\dots\dots 2 \text{分}$$

$$(2) w = -2(x-30)^2 + 200, \dots\dots\dots 3 \text{分}$$

$\because 20 \leq x \leq 40,$ 且 $a = -2 < 0,$

\therefore 当 $x = 30$ 时, $y_{\text{最大值}} = 200 \dots\dots\dots 5 \text{分}$

答: 当销售单价定为每袋 30 元时, 每天可获得最大利润, 最大利润是 200 元. $\dots\dots\dots 6 \text{分}$

26.解: (1) 当 $m = -3$ 时.

①把点 $(1, -3)$ 代入 $y = x^2 + bx$, 得 $b = -4. \dots\dots\dots 1 \text{分}$

二次函数表达式为 $y = x^2 - 4x = (x-2)^2 - 4.$

所以顶点坐标为 $(2, -4). \dots\dots\dots 2 \text{分}$

② $a < -1$ 或 $a > 5. \dots\dots\dots 4 \text{分}$

(2) 将点 $(1, m), (3, n)$ 代入 $y = x^2 + bx$, 可得 $m = 1 + b, n = 9 + 3b.$

当 $mn < 0$ 时, 有两种情况:

①若 $\begin{cases} m > 0, \\ n < 0. \end{cases}$ 把 $m = 1 + b, n = 9 + 3b$ 代入可得 $\begin{cases} 1 + b > 0, \\ 9 + 3b < 0. \end{cases}$ 此时不等式组无解.

②若 $\begin{cases} m < 0, \\ n > 0. \end{cases}$ 把 $m = 1 + b, n = 9 + 3b$ 代入可得 $\begin{cases} 1 + b < 0, \\ 9 + 3b > 0. \end{cases}$ 解得 $-3 < b < -1. .$

所以 $-3 < b < -1. \dots\dots\dots 6 \text{分}$

27.解: (1) 如图所示:

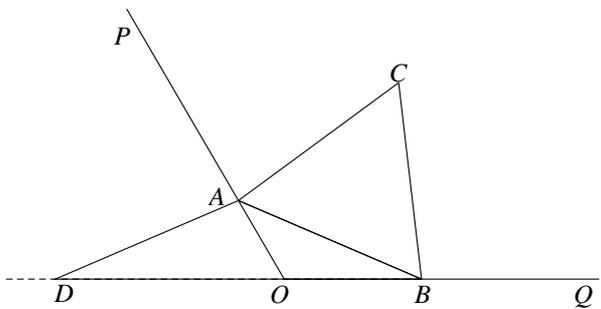


图 1

2分

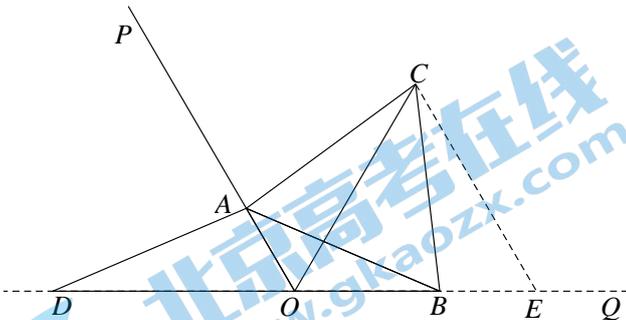


图 2

(2) 证明如下:

在 BQ 上截取 $BE=AO$, 连接 CE .

$\because \triangle ABC$ 为等边三角形,

$\therefore CA=CB, \angle ACB=60^\circ$.

$\because \angle POQ=120^\circ$,

$\therefore \angle CAO+\angle CBO=180^\circ$.

$\because \angle CBO+\angle CBE=180^\circ$,

$\therefore \angle CAO=\angle CBE$3分

在 $\triangle CAO$ 和 $\triangle CBE$ 中, $\begin{cases} CA=CB, \\ \angle CAO=\angle CBE, \\ AO=BE. \end{cases}$

$\therefore \triangle CAO \cong \triangle CBE$.

$\therefore CO=CE, \angle COA=\angle CEB$,

$\therefore \angle COE=\angle CEB$,

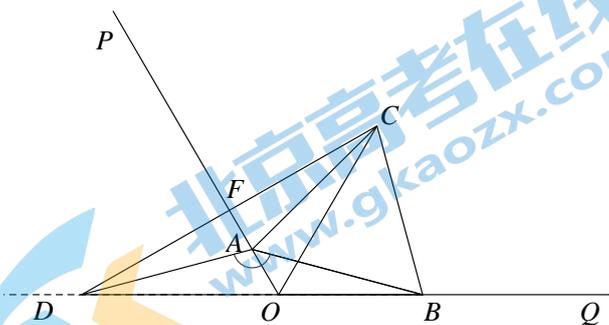


图 3

$\therefore \angle COP = \angle COQ$4分

(3) $\angle DAB = 150^\circ$5分

(方法一) 证明如下:

$\because \angle DAB = 150^\circ, DA = AB,$

$\therefore \angle ADB = \angle ABD = 15^\circ.$

$\because \triangle ABC$ 为等边三角形,

$\therefore \angle CAB = \angle CBA = \angle ACB = 60^\circ,$

$\therefore \angle CAD = 150^\circ.$

$\because AD = AC,$

$\therefore \angle ADC = \angle ACD = 15^\circ,$

$\therefore \angle DBC = \angle DCB = 75^\circ,$

$\therefore DB = DC$6分

$\because \angle POQ = 120^\circ, \angle BDC = 30^\circ,$

$\therefore \angle DFO = 90^\circ.$

$\because AD = AC,$

$\therefore DF = FC.$

$\therefore DO = OC$7分

$\because DB = DO + OB,$

$\therefore DB = CO + OB,$

$\therefore CD = OB + OC.$

(方法二) 证明如下:

$\because DA = AB, \triangle ABC$ 为等边三角形,

$\therefore DA = AB = AC.$

\therefore 点 D, B, C 在以点 A 为圆心, 以 AC 为半径的圆上.

$\because \angle CAB = 60^\circ,$

$\therefore \angle CDB = 30^\circ,$

$\because \angle POQ = 120^\circ,$

$\therefore \angle DFO = 90^\circ.$

$\because AD = AC,$

$\therefore DF = FC.$

$\therefore DO = OC$6分

$\because \angle DAB = 150^\circ, \angle CAB = 60^\circ,$

$\therefore \angle CAD = 150^\circ.$

易证 $\triangle DAB \cong \triangle DAC,$

$\therefore DB = DC$7分

$\because DB = DO + OB,$

$\therefore DB = CO + OB,$

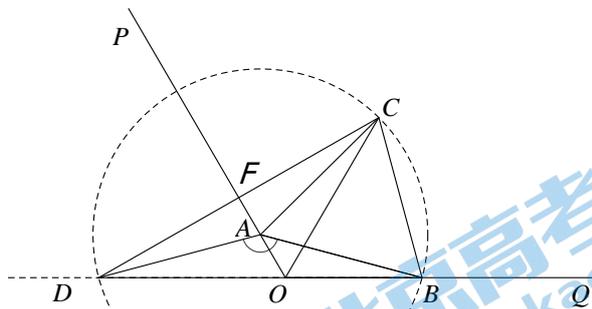


图 3

$\therefore CD=OB+OC.$

28. (1) P_32分

(2) \because 点 P 为线段 OQ 的“潜力点”，

$\therefore OQ < PO < PQ$ 且 $PO \leq 2$,

$\therefore OQ < PO$,

\therefore 点 P 在以 O 为圆心，1 为半径的圆外.

$\therefore PO < PQ$,

\therefore 点 P 在线段 OQ 垂直平分线的左侧.

$\therefore PO \leq 2$,

\therefore 点 P 在以 O 为圆心，2 为半径的圆上或圆内.

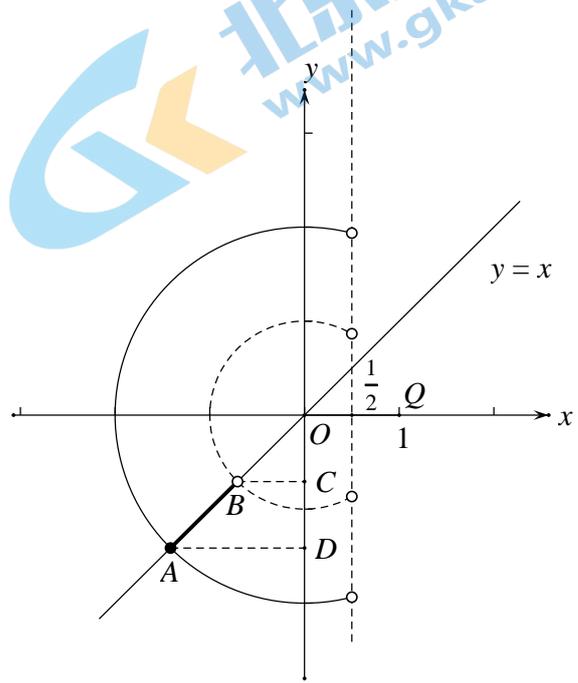
又 \because 点 P 在直线 $y=x$ 上，

\therefore 点 P 在如图所示的线段 AB 上（不包含点 B ）.

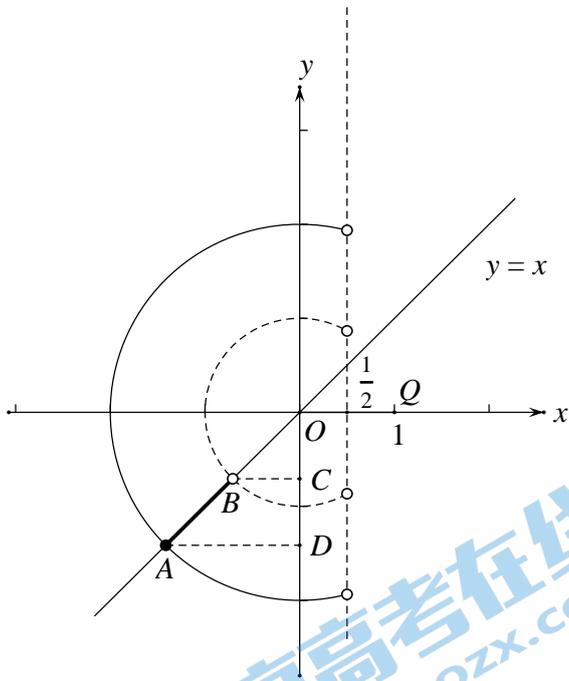
由题意可知 $\triangle BOC$ 和 $\triangle AOD$ 是等腰三角形

$\therefore BC = \frac{\sqrt{2}}{2} AD = \sqrt{2}$

$\therefore -\sqrt{2} \leq x_p < -\frac{\sqrt{2}}{2}$ 4分



(3) $1 < b \leq 2\sqrt{5}$ 或 $-\frac{\sqrt{15}}{2} - 1 < b < -1$7分



北京高一高二高三期末试题下载

北京高考资讯整理了【2022年1月北京各区各年级期末试题&答案汇总】专题，及时更新最新试题及答案。

通过【北京高考资讯】公众号，对话框回复【期末】或者底部栏目<试题下载→期末试题>，进入汇总专题，查看并下载电子版试题及答案！

