

2022—2023 学年度第一学期高三年级数学学科 10 月练习

命题人：高三数学备课组

考试时间 120 分钟

一、选择题：共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

1. 若集合 $M = \{x \mid |x| \leq 2\}$, $N = \{x \mid x^2 - 3x = 0\}$, 则 $M \cap N =$

A. $\{3\}$

B. $\{0\}$

C. $\{0, 2\}$

D. $\{0, 3\}$

2. 在复平面内，复数 $z = i(2 + i)$ 对应的点的坐标为

A. $(1, 2)$

B. $(-1, 2)$

C. $(2, 1)$

D. $(2, -1)$

3. 已知 $\alpha \in (\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2})$, 且 $\tan \alpha = \sqrt{2}$, 那么 $\sin \alpha =$

A. $-\frac{\sqrt{3}}{3}$

B. $-\frac{\sqrt{6}}{3}$

C. $\frac{\sqrt{6}}{3}$

D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

4. 函数 $y = \sin(x + \varphi)$ 的图像关于 y 轴对称的充分必要条件是

A. $\varphi = \frac{\pi}{2}$

B. $\varphi = \pi$

C. $\varphi = k\pi + \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$

D. $\varphi = 2k\pi + \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$

5. 函数 $y = 2^x + \frac{2}{2^x}$ 的最小值为

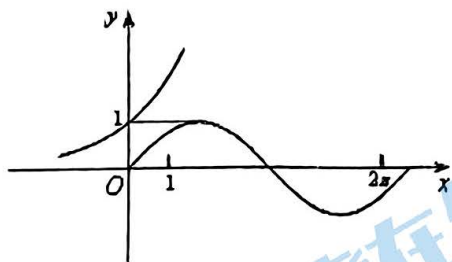
A. 1

B. 2

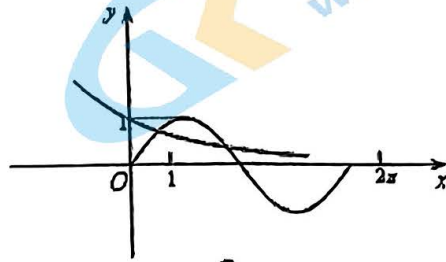
C. $2\sqrt{2}$

D. 4

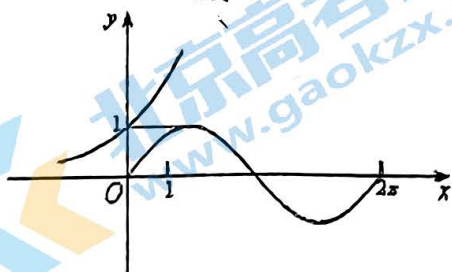
6. 在同一个坐标系中画出函数 $y = a^x$ 与 $y = \sin ax$ 的部分图象，其中 $a > 0$ 且 $a \neq 1$, 则下列所给图象中可能正确的是 ()



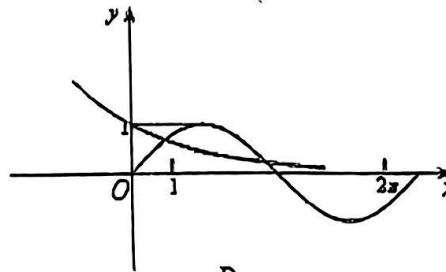
A.



B.



C.



D.

7. 已知 $x_1 = \log_{\frac{1}{3}} 2$, $x_2 = 2^{-\frac{1}{2}}$, x_3 满足 $(\frac{1}{3})^{x_3} = \log_3 x_3$, 则

- A. $x_1 < x_2 < x_3$ B. $x_1 < x_3 < x_2$ C. $x_2 < x_1 < x_3$ D. $x_3 < x_1 < x_2$

8. 已知函数 $f(x) = \cos^2 x + \sin x$, 那么下列命题中假命题是

- A. $f(x)$ 既不是奇函数也不是偶函数 B. $f(x)$ 在 $[-\pi, 0]$ 上恰有一个零点
C. $f(x)$ 是周期函数 D. $f(x)$ 在 $(\frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{6})$ 上是增函数

9. 每年红嘴鸥都从西伯利亚飞越千山万水来到美丽的昆明过冬, 科学家经过测量发现候鸟的飞行速度可以表示为函数 $v = \frac{1}{2} \log_3 \frac{x}{100} - \lg x_0$ (单位: km/min), 其中 x 表示候鸟每分钟耗氧量的单位数, 常数 x_0 表示测量过程中候鸟每分钟的耗氧偏差. 若雄鸟的飞行速度为 1.3 km/min , 雌鸟的飞行速度为 0.8 km/min , 则此时雄鸟每分钟的耗氧量是雌鸟每分钟的耗氧量的

- A. 2 倍 B. 3 倍 C. 4 倍 D. 5 倍

10. 设函数 $f(x)$ 的定义域为 D , 如果对任意 $x_1 \in D$, 都存在唯一的 $x_2 \in D$, 使得

$f(x_1) + f(x_2) = m$ (m 为常数) 成立, 那么称函数 $f(x)$ 在 D 上具有性质 Ψ_m . 现有函数:

- ① $f(x) = 3x$; ② $f(x) = 3^x$; ③ $f(x) = \log_3 x$; ④ $f(x) = \tan x$.

其中, 在其定义域上具有性质 Ψ_m 的函数的序号是

- A. ①③ B. ①④ C. ②③ D. ②④

二、填空题: 共 5 小题, 每小题 5 分, 共 25 分.

11. 不等式 $\frac{1}{x} < 1$ 的解集为_____.

12. 已知命题 $p: \exists x \in \mathbb{R}, x^2 + ax + a < 0$. 若 $\neg p$ 是真命题, 则实数 a 的取值范围是_____.

13. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c . 若 $A = \frac{\pi}{3}$, $\cos B = \frac{2\sqrt{7}}{7}$, $b = 2$, 则 $a =$ _____.

14. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} (\frac{1}{2})^x, & x \leq 0, \\ 1-3x, & x > 0, \end{cases}$ 则 $f(f(-1)) = \underline{\hspace{2cm}}$; 若 $f(2a^2-3) > f(5a)$, 则实数 a 的取值

范围是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

15. 将函数 $f(x) = \sin 2x$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位后得到函数 $g(x)$ 的图象, 则 $g(x)$ 的解析式为

$g(x) = \underline{\hspace{2cm}}$; 对于满足 $|f(x_1) - g(x_2)| = 2$ 的 x_1, x_2 , $|x_1 - x_2|$ 的最小值等于 $\underline{\hspace{2cm}}$.

三、解答题共 6 小题, 共 85 分. 解答应写出文字说明, 演算步骤或证明过程.

16. (本小题共 13 分) 已知函数 $f(x) = 2\sqrt{2} \cos x \sin(x + \frac{\pi}{4}) - 1$.

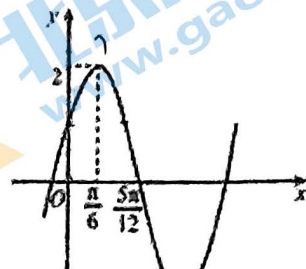
(I) 求 $f(\frac{\pi}{4})$ 的值;

(II) 求 $f(x)$ 的单调增区间及在区间 $[0, \frac{\pi}{2}]$ 上的最大值和最小值.

17. (本小题共 13 分) 已知函数 $f(x) = A \sin(\omega x + \varphi)$ ($A > 0, \omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$) 的部分图象如图所示.

(I) 求 $f(x)$ 的解析式;

(II) 若对于任意的 $x \in [0, m]$, $f(x) \geq 1$ 恒成立, 求 m 的最大值.



18. (本小题共 14 分) 设函数 $f(x) = x^3 - 3ax + b$ ($a \neq 0$).

(I) 若曲线 $y = f(x)$ 在点 $(2, f(2))$ 处与直线 $y = 8$ 相切, 求 a, b 的值;

(II) 求函数 $f(x)$ 的单调区间与极值点.

19. (本小题共 15 分) 设 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 且 $a \sin B = \sqrt{3} b \cos A$.

(I) 求角 A 的大小;

(II) 再从以下三组条件中选择一组条件作为已知条件, 使三角形存在且唯一确定, 并求 $\triangle ABC$ 的面积.

第①组条件: $a = \sqrt{19}, c = 5$;

第②组条件: $\cos C = \frac{1}{3}, c = 4\sqrt{2}$;

第③组条件: AB 边上的高 $h = \sqrt{3}, a = 3$.

注: 如果选择的条件不符合要求, 第 (II) 问得 0 分; 如果选择多个符合要求的条件分别解答, 按第一个解答计分.

20. (本小题共 15 分) 设函数 $f(x) = \ln x - ax$, $g(x) = e^x - ax$, 其中 a 为实数.

(1) 若 $a = 1$, 求 $f(x)$ 的极值和单调区间;

(2) 若 $g(x)$ 在 $(1, +\infty)$ 上有最小值, 求 a 的取值范围;

(3) 若 $g(x)$ 在 $(-1, +\infty)$ 上是单调增函数, 试求 $f(x)$ 的零点个数, 并证明你的结论.

21. (本小题共 15 分) 对于数列 $A: a_1, a_2, \dots, a_n (n \geq 3)$, 定义变换 T , T 将数列 A 变换成数列 $T(A): a_2, a_3, \dots, a_n, a_1$, 记 $T^1(A) = T(A)$, $T^m(A) = T(T^{m-1}(A))$, $m \geq 2$.

对于数列 $A: a_1, a_2, \dots, a_n$ 与 $B: b_1, b_2, \dots, b_n$, 定义 $A \cdot B = a_1 b_1 + a_2 b_2 + \dots + a_n b_n$.

若数列 $A: a_1, a_2, \dots, a_n (n \geq 3)$ 满足 $a_i \in \{-1, 1\} (i = 1, 2, \dots, n)$, 则称数列 A 为 $\mathfrak{R}_n$ 数列.

(I) 若 $A: -1, -1, 1, -1, 1, 1$, 写出 $T(A)$, 并求 $A \cdot T^2(A)$;

(II) 对于任意给定的正整数 $n (n \geq 3)$, 是否存在 $\mathfrak{R}_n$ 数列 A , 使得 $A \cdot T(A) = n - 3$? 若存在, 写出一个数列 A ; 若不存在, 说明理由;

(III) 若 $\mathfrak{R}_n$ 数列 A 满足 $T^k(A) \cdot T^{k+1}(A) = n - 4 (k = 1, 2, \dots, n - 2)$, 求数列 A 的个数.

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 “精益求精、专业严谨” 的建设理念，不断探索 “K12 教育+互联网+大数据” 的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供 “衔接和桥梁纽带” 作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯