

北京市第二十一中学 2019-2020 学年第一学期 10 月月考试卷

高三数学

班级 姓名 分数

一、 选择题 (每小题 5 分 , 共 40 分)

1、函数 $y = \tan(\frac{\pi}{4} - x)$ 的定义域是 ()

A、 $\{x | x \neq \frac{\pi}{4}, x \in R\}$

B、 $\{x | x \neq -\frac{\pi}{4}, x \in R\}$

C、 $\{x | x \neq k\pi - \frac{3\pi}{4}, k \in Z, x \in R\}$

D、 $\{x | x \neq k\pi + \frac{3\pi}{4}, k \in Z, x \in R\}$

2、已知向量 $a = (1, 2)$, $b = (-1, 0)$, 则 $a + 2b = ()$

A、 $(-1, 2)$

B、 $(-1, 4)$

C、 $(1, 2)$

D、 $(1, 4)$

3、已知 O 是正方形 $ABCD$ 的中心 , 若 $\overrightarrow{DO} = \lambda \overrightarrow{AB} + \mu \overrightarrow{AC}$ 其中 $\lambda, \mu \in R$, 则 $\frac{\lambda}{\mu}$
= ()

A、 $-\frac{1}{2}$

B、 -2

C、 $-\sqrt{2}$

D、 $\sqrt{2}$

4、已知 m, n, l 为三条不同的直线 , α, β, γ 为三个不同的平面 , 则下列命题正确的是 ()

A、若 $m \perp l, n \perp l$ 则 $m // n$

B、若 $m // \alpha, n // \alpha$ 则 $m // n$

C、若 $m \perp \alpha, n \perp \alpha$ 则 $m // n$

D、若 $\alpha \perp \gamma, \beta \perp \gamma$ 则 $\alpha // \beta$

5、设 a, b 均为单位向量 , 则 “ $|a - 3b| = |3a + b|$ ” 是 “ $a \perp b$ ” 的 ()

A、充分而不必要条件

B、必要而不充分条件

C、充分必要条件

D、既不充分也不必要条件

6、设 m, n 是不同的直线 , α, β 是不同的平面 , 且 $m, n \subset \alpha$, 则 “ $\alpha // \beta$ ” 是
“ $m // \beta$ 且 $n // \beta$ ” 的 ()

A、充分而不必要条件

B、必要而不充分条件

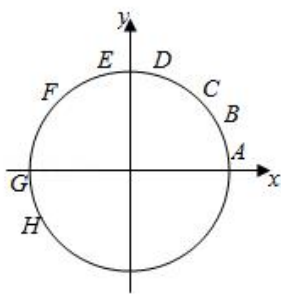
C、充分必要条件

D、既不充分也不必要条件

7、 $\triangle ABC$ 的外接圆的圆心为 O ，半径为 1，若 $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{OC} = \vec{0}$ ，且 $|\overrightarrow{OA}| = |\overrightarrow{AB}|$ ，则 $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB}$ 等于 ()

- A、 $\frac{3}{2}$ B、 $\sqrt{3}$ C、3 D、 $2\sqrt{3}$

8、在平面直角坐标系中， $\widehat{AB}$ ， $\widehat{CD}$ ， $\widehat{EF}$ ， $\widehat{GH}$ 是圆 $x^2 + y^2 = 1$ 上的四段弧（如图），点 P 其中一段上，角 α 以 Ox 为始边， OP 为终边。若 $\tan \alpha < \cos \alpha < \sin \alpha$ ，则 P 所在的圆弧是 ()



- A. $\widehat{AB}$ B. $\widehat{CD}$ C. $\widehat{EF}$ D. $\widehat{GH}$

二、填空题（每小题 5 分，共 30 分）

9、已知 $a = (2, 4, x)$, $b = (2, y, 2)$ ，若 $|a| = 6$ ，且 $a \perp b$ ，则 $x + y$ 的值为_____。

10、在 $\square ABCD$ 中， E, F 分别为边 BC, CD 的中点，若 $\overrightarrow{AF} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AE}$ ($x, y \in R$) 则 $x + y =$ _____。

11、将函数 $f(x) = \sin(x + \frac{\pi}{3})$ 的图象上所有点的横坐标变为原来的 2 倍，纵坐标不变，得到函数 $g(x) = \sin(\omega x + \varphi)$ 的图象，则 $\omega =$ _____， $\varphi =$ _____。

12、在 $\triangle ABC$ 中， $a = 5, c = 7, \cos C = \frac{1}{5}$ ，则 $b =$ _____， $\triangle ABC$ 的面积为_____。

13、已知 M 为 $\triangle ABC$ 所在平面内的一点，且 $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + n\overrightarrow{AC}$ 。若点 M 在 $\triangle ABC$ 的内部（不含边界），则实数 n 的取值范围是_____。

14、给出下列关于互不相同的直线 l, m, n 和平面 α, β, γ 的三个命题：

①若 l 与 m 为异面直线， $l \subset \alpha, m \subset \beta$, 则 $\alpha // \beta$ ；

②若 $\alpha // \beta, l \subset \alpha, m \subset \beta$, 则 $l // m$ ；

③若 $\alpha \cap \beta = l, \beta \cap \gamma = m, \gamma \cap \alpha = n, l // \gamma$, 则 $m // n$ 。

其中真命题的个数为 ()

A、3

B、2

C、1

D、0

三、解答题 (本大题共 80 分)

15、已知函数 $f(x) = \sin 2x \cos \frac{\pi}{5} - \cos 2x \sin \frac{\pi}{5}$ 。

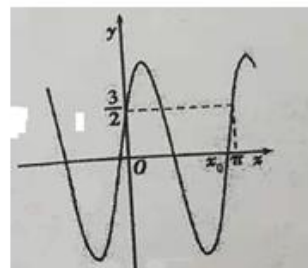
(1) 求函数 $f(x)$ 的最小正周期和对称轴方程；

(2) 求函数 $f(x)$ 在 $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ 上的最大值。

16、函数 $f(x) = 3 \sin(\omega x + \varphi)$ ($\omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$) 的部分图象如图所示，其中 x_0 是函数 $f(x)$ 的一个零点。

(1) 写出 ω, φ 以及 x_0 的值；

(2) 求函数 $f(x)$ 在区间 $\left[-\frac{\pi}{2}, 0\right]$ 上的最大值和最小值。



17、 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别是 a, b, c 。已知 $\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{a^2}{3 \sin A}$

(1) 求 $\sin B \sin C$ ；

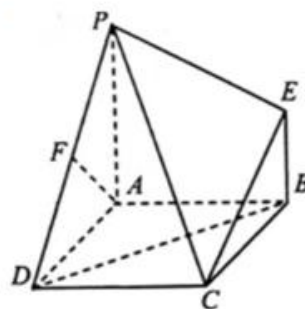
(2) 若 $6 \cos B \cos C = 1$ ， $a = 3$ ，求 $\triangle ABC$ 的周长。

18、如图，四边形 $ABCD$ 是正方形， $PA \perp$ 平面 $ABCD$ 。
 $EB \parallel PA$, $AB = PA = 4$, $EB = 2$, F 为 PD 的中点。

(1) 求证： $AF \perp PC$ ；

(2) 求证： $BD \parallel$ 平面 PEC ；

(3) 求二面角 $D-PC-E$ 的大小。



19、如图 1，在边长为 2 的正方形 $ABCD$ 中， P 是 CD 的中点，分别将 $\triangle PAD, \triangle PBC$ 沿 PA, PB 所在直线折叠，使点 C 与点 D 重合于点 O ，如图 2，在三棱锥 $P-OAB$ 中， E 为 PB 的中点。

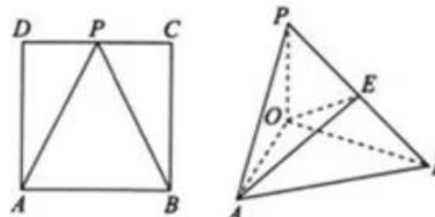
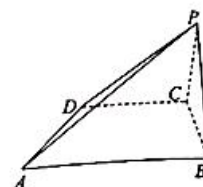


图 1

图 2

- (1) 求证： $PO \perp AB$ ；
- (2) 求直线 PB 与平面 POA 所成角的正弦值；
- (3) 求二面角 $P-AO-E$ 的大小。

20、如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，平面 $PBC \perp$ 平面 $ABCD$ ， $\triangle PBC$ 是等腰三角形，且 $PB = PC = 3$ 。在梯形 $ABCD$ 中， $AB \parallel DC$ ， $AD \perp DC$ ， $AB = 5, AD = 4, DC = 3$ 。



- (1) 求证： $AB \parallel$ 平面 PDC ；
- (2) 求二面角 $A-PB-C$ 的余弦值；
- (3) 在线段 AP 上是否存在点 H ，使得 $BH \perp$ 平面 ADP ？请说明理由。

北京高考在线是长期为中学老师、家长和考生提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划以及实用的升学讲座活动等全方位服务的升学服务平台。自 2014 年成立以来一直致力于服务北京考生，助力千万学子，圆梦高考。

目前，北京高考在线拥有旗下拥有北京高考在线网站和北京高考资讯微信公众号两大媒体矩阵，关注用户超 20 万+。

北京高考在线_2020 年北京高考门户网站

<http://www.gaokzx.com/>

北京高考资讯微信：bj-gaokao

北京高考资讯

关于我们

北京高考资讯隶属于太星网络旗下，北京地区高考领域极具影响力的升学服务平台。

北京高考资讯团队一直致力于提供最专业、最权威、最及时、最全面的高考政策和资讯。期待与更多中学达成更广泛的合作和联系。

长按二维码 识别关注



微信公众号：bj-gaokao

官方网址：www.gaokzx.com

咨询热线：010-5751 5980