

宜宾市普通高中 2020 级第一次诊断性测试

数学 (文史类)

(考试时间: 120 分钟 满分: 150 分)

注意事项:

- 答卷前, 考生务必用黑色碳素笔将自己的姓名、准考证号、考场号、座位号填写在答题卡上, 并认真核准条形码上的准考证号、姓名、考场号、座位号及科目, 在规定的位置贴好条形码。
- 回答选择题时, 选出每小题答案后, 用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其它答案标号。回答非选择题时, 将答案写在答题卡上, 写在本试卷上无效。
- 考试结束后, 将答题卡交回。

一、选择题: 本大题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A = \{x | x^2 + 2x - 3 \leq 0\}$, $B = \{x | x \geq -1\}$, 则 $A \cap B$ 的元素个数为

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

2. 若复数 z 满足 $(z-1) \cdot i = 1-i$, 则 $z =$

- A. $2+i$ B. $2-i$ C. i D. $-i$

3. 若 $x \in [-1, 2]$, 则 $x^2 \leq 1$ 的概率为

- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{2}{3}$

4. “ $\lg a < \lg b$ ”是“ $2^a < 2^b$ ”的

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

5. 已知函数 $f(x) = x \cos x$, 则 $y = f(x)$ 的大致图象是



A.

C

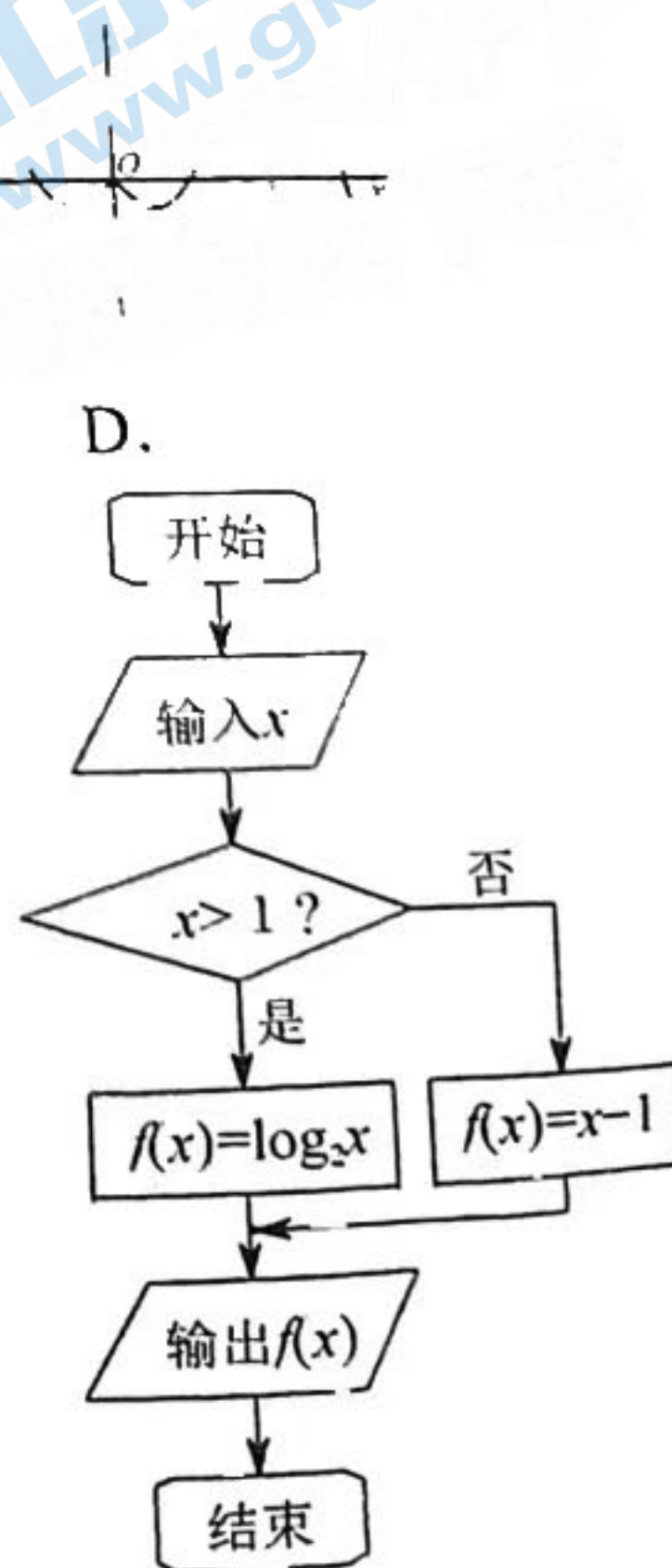
D.

6. 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $AB = 5$, $AC = 4$, 则 $(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) \cdot \overrightarrow{BC} =$

- A. -20 B. -9
C. 9 D. 16

7. 如图所示程序框图中, 若输出的函数值 $f(x)$ 在区间 $[-2, 2]$ 内, 则输入的实数 x 的取值范围是

- A. $[-2, 2]$ B. $[-2, 4]$
C. $[-1, 4]$ D. $[-1, 2]$



8. 已知角 α 的终边上一点 P 的坐标为 $(-1, 2)$, 角 β 的终边与角 α 的终边关于 x 轴对称, 则

$$\tan(\beta + \frac{\pi}{4}) =$$

A. $-\frac{1}{3}$

B. $\frac{1}{3}$

C. -3

D. 3

9. 已知 $3^x + 9^y = 18$, 当 $x + 2y - 1$ 取最大值时, xy 的值为

A. $\sqrt{2}$

B. 2

C. 3

D. 4

10. 我国南宋数学家杨辉给出了著名的三角垛公式: $1 + (1+2) + (1+2+3) + \cdots + (1+2+3+\cdots+n)$

$= \frac{1}{6}n(n+1)(n+2)$, 则利用此公式求数列 $\{n^2 - n\}$ 的前 n 项和, 结果为

A. $\frac{1}{3}(n-1)n(n+1)$

B. $\frac{1}{3}(n-1)n(2n+1)$

C. $\frac{1}{6}n(n+1)(n+2)$

D. $\frac{1}{6}(2n+1)n(n+1)$

11. 已知定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数 $f(x)$ 满足 $f(1) = 2$, $f(1+x) = f(1-x)$, 则 $f(2022) + f(2023) =$

A. 4

B. 0

C. -2

D. -4

12. 已知 $a = \left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{2}{3}}$, $b = \left(\frac{7}{5}\right)^{\frac{5}{7}}$, $c = \left(\frac{5}{3}\right)^{\frac{3}{5}}$, 则 a, b, c 的大小关系为

A. $a < b < c$

B. $b < a < c$

C. $c < b < a$

D. $c < a < b$

二、填空题: 本大题共 4 个小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 若 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} 2x - y \geq 0, \\ x + 2y \leq 5, \\ y \geq 0, \end{cases}$ 则 $x - y$ 的最大值为 .

14. 已知等比数列 $\{a_n\}$ 中, $a_3 = 4$, $a_{11} = 9$; 则 $a_7 =$.

15. 若函数 $f(x) = 2\sin(2x + \frac{\pi}{3}) - 1$, 则 $f(x)$ 在区间 $[0, 2\pi]$ 上零点的个数是 .

16. 已知关于 x 的不等式 $ae^x - 2x - b \geq 0$ 的解集为 $\mathbf{R}$, 则 $\frac{b}{a}$ 的最大值是 .

三、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17~21 题为必考题, 每个试题考生都必须答. 第 22、23 题为选考题, 考生根据要求作答.

(一) 必做题: 共 60 分.

17. (12 分)

2022 年, 四川持续高温, 导致电力供应紧张. 某市电力局在保证居民生活用电的前提下, 尽量合理利用资源, 保障企业生产. 为了解电力资源分配情况, 在 8 月初, 分别对该市 A 区和 B 区各 10 个企业 7 月的供电量与需求量的比值进行统计, 结果用茎叶图表示如图.

(1) 求 A 区企业 7 月的供电量与需求量的比值的中位数;

A 区		B 区
0 1 2	0.9	3
4 5 7 8	0.8	6 4 4/ 1 1
9	0.7	6 2 1 0

(2)当供电量与需求量的比值小于0.84时,生产要受到影响,统计茎叶图中的数据,填写右面 2×2 列联表,并根据列联表,判断是否有 95% 的把握认为生产受到影响与企业所在区有关?

$$\text{附: } K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$$

$P(K^2 \geq k)$	0.05	0.01	0.001
k	3.841	6.635	10.828

	不受影响	受影响	合计
A 区			
B 区			
合计			

18. (12 分)

设 $\triangle ABC$ 内角 A, B, C 所对边分别为 a, b, c , 已知 $\frac{c \sin C}{\sin A} - c = \frac{b \sin B}{\sin A} - a$, $b = 2$.

(1)若 $a = \frac{2\sqrt{3}}{3}$, 求 $\triangle ABC$ 的周长;

(2)若 AC 边的中点为 D , 且 $BD = \frac{3}{2}$, 求 $\triangle ABC$ 的面积.

19. (12 分)

现有甲、乙、丙三个人相互传接球, 第一次从甲开始传球, 甲随机地把球传给乙、丙中的一人, 接球后视为完成第一次传接球; 接球者进行第二次传球, 随机地传给另外两人中的一人, 接球后视为完成第二次传接球; 依次类推, 假设传接球无失误.

(1)设第一次接球人为 x , 第二次接球人为 y , 通过 2 次传接球后, 列举出 (x, y) 的所有可能的结果;

(2)完成第三次传接球后, 计算球正好在乙处的概率.

20. (12 分)

已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n 满足 $S_n = 2a_n - \frac{3}{2}n^2 + \frac{9}{2}n - 2$.

(1)求 a_1 , 并证明数列 $\{a_n + 3n\}$ 为等比数列;

(2)若 $b_n = n(a_n + 3n)$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

21. (12分)

已知函数 $f(x) = \frac{1}{x} + \ln x$, $g(x) = \frac{x-1}{\sqrt{x}}$.

(1) 求证: $f(x) \geq 1$;

(2) 证明: 当 $n \geq 2$, $n \in \mathbf{N}^*$ 时, $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{n} < g(n)$.

(二) 选做题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一题记分.

22. (10分) 选修 4-4: 坐标系与参数方程

在平面直角坐标 xOy 中, 曲线 C 的参数方程为
$$\begin{cases} x = \frac{2\sqrt{3}t}{1+t^2}, \\ y = \frac{2\sqrt{3}}{1+t^2} \end{cases} \quad (t \text{ 为参数, } t \in \mathbf{R}),$$
 以原点 O 为

极点, x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系.

(1) 求曲线 C 的普通方程和极坐标方程;

(2) 在平面直角坐标 xOy 中, 若过点 $P(-3, 0)$ 且倾斜角为 $\frac{\pi}{6}$ 的直线 l 与曲线 C 交于 A, B 两

点. 求证: $|PA|, |AB|, |PB|$ 成等差数列.

23. (10分) 选修 4-5: 不等式选讲

已知函数 $f(x) = |x-2a| + |x+b| + c$, $a > 0$, $b > 0$, $c > 0$.

(1) 当 $a=b=c=1$ 时, 解关于 x 的不等式 $f(x) < 6$;

(2) 当函数 $f(x)$ 的最小值为 7 时, 求 $\sqrt{a} + \sqrt{b+1} + \sqrt{c+2}$ 的最大值.

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 “精益求精、专业严谨” 的建设理念，不断探索 “K12 教育+互联网+大数据” 的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供 “衔接和桥梁纽带” 作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯

官方微信公众号: bjgkzx

官方网站: www.gaokzx.com

咨询热线: 010-5751 5980

微信客服: gaokzx2018

关注北京高考在线官方微信: **北京高考资讯(微信号:bjgkzx)**，获取更多试题资料及排名分析信息。