九年级数学

2024.01

学校______________　　姓名______________　　准考证号______________

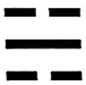
注意事项	
注	1．本试卷共 7 页，共两部分，28 道题，满分 100 分。考试时间 120 分钟。
意	2．在试卷和答题纸上准确填写学校名称、姓名和准考证号。
事	3．试题答案一律填涂或书写在答题纸上，在试卷上作答无效。
项	4．在答题纸上，选择题用 2B 铅笔作答，其他题用黑色字迹签字笔作答。

第一部分　选择题

一、选择题（共 16 分，每题 2 分）

第 1－8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个．

1．我国古代典籍《周易》用"卦"描述万物的变化．下图为部分"卦"的符号，其中是中心对称图形的是


（A）


（B）


（C）


（D）

2．抛物线 $y=-(x-1)^2+2$ 的顶点坐标是

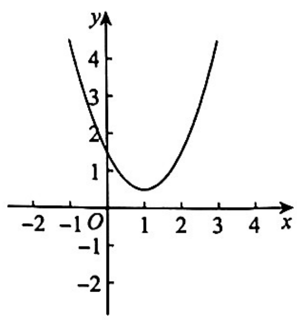
（A）$(1,\ -2)$　　（B）$(1,\ 2)$

（C）$(-1,\ -2)$　　（D）$(-1,\ 2)$

3．若关于 x 的一元二次方程 $2x^2+x-m=0$ 有一个根为 1，则 m 的值为

（A）3　　（B）0　　（C）-2　　（D）-3

4．在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 如图所示，则关于 x 的方程 $ax^2+bx+c=0$ 的根的情况为



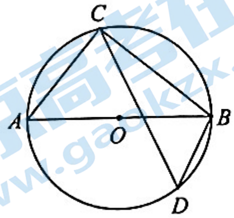
（A）有两个不相等的实数根

（B）有两个相等的实数根

（C）有实数根

（D）没有实数根

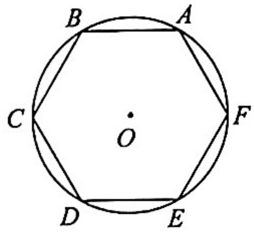
5. 如图，在⊙O中，AB为直径，C，D为圆上的点，若$\angle CDB=51°$，则$\angle CBA$的大小为



（A）51°　　（B）49°

（C）40°　　（D）39°

6. 如图，⊙O的半径为2，将⊙O的内接正六边形$ABCDEF$绕点O顺时针旋转，第一次与自身重合时，点A经过的路径长为



（A）2　　（B）$\frac{\pi}{3}$

（C）$\frac{2\pi}{3}$　　（D）4π

7. 林业部门考察某种幼树在一定条件下的移植成活率，统计数据如下：

移植总数 m	10	270	750	1500	3500	7000	14000
成活数 n	8	235	662	1335	3180	6292	12628
成活的频率 $\frac{n}{m}$（结果保留小数点后三位）	0.800	0.870	0.883	0.890	0.909	0.899	0.902

下列说法正确的是

（A）若移植10棵幼树，成活数将为8棵

（B）若移植270棵幼树，成活数不会超过235棵

（C）移植的幼树越多，成活率越高

（D）随着移植总数的增加，幼树移植成活的频率总在0.900左右摆动，显示出一定的稳定性，可以估计该幼树在同等条件下移植成活的概率为0.900

8. 如果一个圆的内接三角形有一边的长度等于半径，那么称其为该圆的“半径三角形”．给出下面四个结论：

①一个圆的“半径三角形”有无数个；

②一个圆的“半径三角形”可能是锐角三角形、直角三角形或钝角三角形；

③当一个圆的“半径三角形”为等腰三角形时，它的顶角可能是30°，120° 或 150°；

④若一个圆的半径为2，则它的“半径三角形”面积最大值为$2\sqrt{3}$.

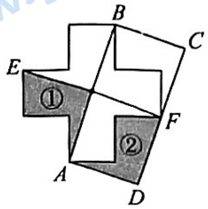
上述结论中，所有正确结论的序号是

（A）①②　　（B）②③　　（C）①②③　　（D）①②④

第二部分 非选择题

二、填空题（共 16 分，每题 2 分）

9. 在平面直角坐标系 xOy 中，将抛物线 $y=3x^2$ 向下平移 1 个单位，得到的抛物线表达式为________.



10. 如图，由 5 个相同的正方形组成的十字形纸片沿直线 AB 和 EF 剪开后重组可得到矩形 $ABCD$，那么②可看作①通过一次________得到（填“平移”“旋转”或“轴对称”）.

11. 若关于 x 的一元二次方程 $ax^2=16$ 有整数根，则整数 a 的值可以是________（写出一个即可）.

12. 已知 y 是 x 的二次函数，表中列出了部分 y 与 x 的对应值：

x	0	1	2
y	0	1	-1

则该二次函数有________（填“最小值”或“最大值”）.

13. “青山绿水，畅享生活”，人们经常将圆柱形竹筒改造成生活用具，图 1 所示是一个竹筒水容器，图 2 为该竹筒水容器的截面. 已知截面的半径为 10 cm，开口 AB 宽为 12 cm，这个水容器所能装水的最大深度是________ cm.

图 1

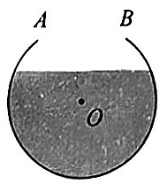
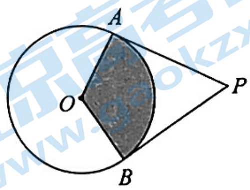
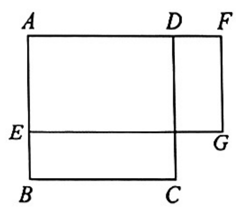


图 2



14. 如图，PA，PB 是⊙O 的两条切线，切点分别为 A，B，$\angle P=60°$. 若⊙O 的半径为 3，则图中阴影部分的面积为________（结果保留 π）.



15. 如图，将面积为 25 的正方形 $ABCD$ 的边 AD 的长度增加 a，变为面积为 22 的矩形 $AEGF$. 若正方形 $ABCD$ 和矩形 $AEGF$ 的周长相等，则 a 的值是________.

16. 小云将 9 张点数分别为 1~9 的扑克牌以某种分配方式全部放入 A，B 两个不透明的袋子中（每个袋子至少放一张扑克牌），从两个袋子中各随机抽取一张扑克牌，将两张扑克牌的点数之和为 k 这一事件的概率记为 P_k.

（1）若将点数为 1 和 2 的扑克牌放入 A 袋，其余扑克牌放入 B 袋，则 $P_8=$________；

（2）对于所有可能的分配方式以及所有的 k，P_k 的最大值是________.

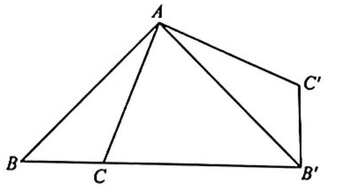
三、解答题（共 68 分，第 17–19 题，每题 5 分，20 题 6 分，第 21–23 题，每题 5 分，第 24–26 题，每题 6 分，第 27–28 题，每题 7 分）

解答写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. 解方程：$x^2+x=1$.

18. 已知 $2a^2-3a+1=0$，求代数式 $(a-3)^2+a(a+3)$ 的值.

19. 如图，在△ABC 中，$\angle B=45°$，将△ABC 绕点 A 逆时针旋转得到△$AB'C'$，使点 B' 在 BC 的延长线上．求证：$BB'\perp C'B'$.



20. 已知关于 x 的方程 $x^2-2mx+m^2-n=0$ 有两个不相等的实数根.

（1）求 n 的取值范围；

（2）若 n 为符合条件的最小整数，且该方程的较大根是较小根的 2 倍，求 m 的值.

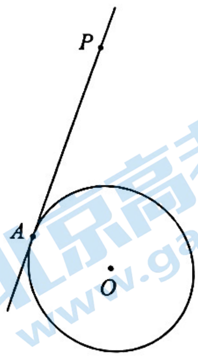
21. 如图，P 是⊙O 外一点，PA 与⊙O 相切，切点为 A. 画出⊙O 的另一条切线 PB，切点为 B.

小云的画法是：

①连接 PO，过点 A 画出 PO 的垂线交⊙ O 于点 B；

②画出直线 PB.

直线 PB 即为所求.



（1）根据小云的画法，补全图形；

（2）补全下面的证明.

证明：连接 OA，OB.

∵ $OA=OB$，$AB\perp PO$，

∴ PO 垂直平分 AB，$\angle OAB=\angle OBA$.

∴ $PA=$____①____.

∴ $\angle PAB=$____②____.

∴ $\angle PAO=\angle PBO$.

∵ PA 是⊙ O 的切线，A 为切点，

∴ $OA\perp AP$.

∴ $\angle PAO=90°$.

∴ $\angle PBO=90°$.

∴ $OB\perp PB$ 于点 B.

∵ OB 是⊙ O 的半径，

∴ PB 是⊙ O 的切线（________③________）（填推理的依据）.

22. 不透明袋子中装有1个红球，1个绿球和2个黄球，这些球除颜色外无其他差别.

（1）从袋子中随机摸出1个球，摸出的球是黄球的概率为________；

（2）从袋子中随机摸出一个球后，不放回，再从剩余的球中随机摸出一个. 请利用列表或画树状图的方法，求摸出的两个球恰好是一个红球和一个黄球的概率.

23. 在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y=x^2+bx+c$ 经过点 $A(0, 2)$，$B(3, -1)$.

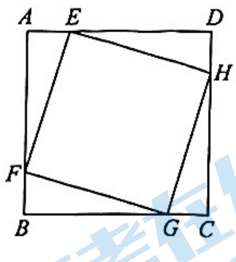
（1）求该抛物线的表达式；

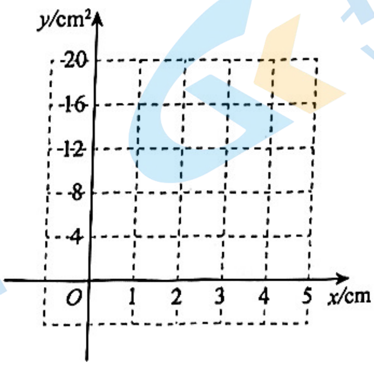
（2）过点 $(0, t)$ 与 y 轴垂直的直线 l 与抛物线交于点 $P(x_1, y_1)$，$Q(x_2, y_2)$，其中 $x_1<x_2$，与直线 AB 交于点 $N(x_3, y_3)$. 若 $x_1<x_3<x_2$，直接写出 t 的取值范围.

24. 如图，在边长为4 cm的正方形 $ABCD$ 各边上取点 E，F，G，H（可与 A，B，C，D 重合），使得四边形 $EFGH$ 为正方形. 设 AE 为 x cm，正方形 $EFGH$ 的面积为 y cm^2.

（1）y 关于 x 的函数表达式是________________，自变量 x 的取值范围是________；

（2）在下面的平面直角坐标系 xOy 中，画出（1）中函数的图象；



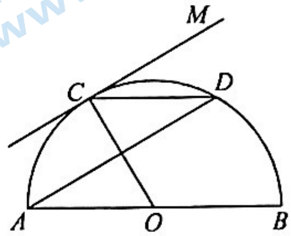


（3）当 $x=$________cm时，正方形 $EFGH$ 面积有最小值________cm^2.

25. 如图，AB 为半圆 O 的直径，点 C，D 在半圆 O 上，直线 CM 与半圆 O 相切于点 C，$CM \parallel AD$.

（1）若 $\angle MCD=\alpha$，求 $\angle COA$ 的大小（用含 α 的式子表示）；

（2）过点 O 作 $OE \perp CD$ 交 CM 于点 E，交 CD 于点 F，若 $CD \parallel AB$，$AB=6$，求 CE 的长．



26. 在平面直角坐标系 xOy 中，点 $A(-1,m)$，点 $B(3,n)$ 在抛物线 $y=ax^2+bx+c\ (a>0)$ 上．设抛物线的对称轴为直线 $x=t$.

（1）当 $t=2$ 时，

①直接写出 b 与 a 满足的等量关系；

②比较 m，n 的大小，并说明理由；

（2）已知点 $C(x_0,p)$ 在该抛物线上，若对于 $3<x_0<4$，都有 $m>p>n$，求 t 的取值范围.

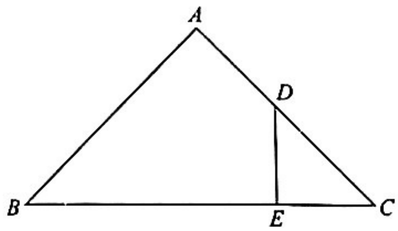
27. 如图，在△ABC 中，$AB=AC$，点 D，E 分别在边 AC，BC 上，连接 DE，$\angle EDC=\angle B$.

（1）求证：$ED=EC$；

（2）连接 BD，点 F 为 BD 的中点，连接 AF，EF.

①依题意补全图形；

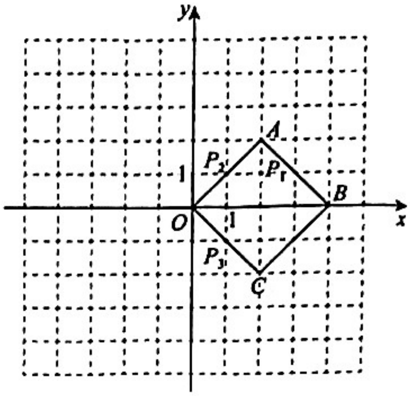
②若 $AF \perp EF$，求 $\angle BAC$ 的大小．



28. 在平面直角坐标系 xOy 中，将中心为 T 的正方形记作正方形 T，对于正方形 T 和点 P（不与 O 重合）给出如下定义：若正方形 T 的边上存在点 Q，使得直线 OP 与以 TQ 为半径的⊙T 相切于点 P，则称点 P 为正方形 T 的“伴随切点”.

（1）如图，正方形 T 的顶点分别为点 O，A（2，2），B（4，0），C（2，−2）.

①在点 P_1（2，1），P_2（1，1），P_3（1，−1）中，正方形 T 的“伴随切点”是 ________；



②若直线 $y=x+b$ 上存在正方形 T 的“伴随切点”，求 b 的取值范围；

（2）已知点 T（t，$t+1$），正方形 T 的边长为 2．若存在正方形 T 的两个“伴随切点” M，N，使得△OMN 为等边三角形，直接写出 t 的取值范围.

海淀区九年级第一学期期末练习

数学试卷参考答案

第一部分　选择题

一、选择题 （共 16 分，每题 2 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	A	B	A	D	D	C	D	C

第二部分　非选择题

二、填空题（共 16 分，每题 2 分）

9． $y=3x^2-1$

10．旋转

11．1（答案不唯一）

12．最大值

13．18

14． 3π

15． $\sqrt{3}$

16．（1） $\frac{1}{7}$ ，（2） $\frac{1}{5}$

三、解答题（共 68 分，第 17-19 题，每题 5 分，第 20 题 6 分，第 21-23 题，每题 5 分，第 24-26 题，每题 6 分，第 27-28 题，每题 7 分）

解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. 解：方程化为 $x^2+x-1=0$.

$a=1,\ b=1,\ c=-1$.

$\varDelta=b^2-4ac=1^2-4\times1\times(-1)=5>0$.

方程有两个不相等的实数根

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\frac{-1\pm\sqrt{5}}{2},$$

即　$x_1=\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$， $x_2=\frac{-1-\sqrt{5}}{2}$.

18. 解：$\because\ 2a^2-3a+1=0$，

$\therefore\ 2a^2-3a=-1$.

$\therefore$ 原式 $=a^2-6a+9+a^2+3a$

$=2a^2-3a+9$

$=-1+9$

$=8$.

19. 证明：∵将△ABC绕点A逆时针旋转得到△$AB'C'$，

∴△ABC≌△$AB'C'$.

∴ $AB=AB'$， $\angle B=\angle AB'C'=45°$.

∴ $\angle AB'B=\angle B=45°$.

∴ $\angle BB'C=\angle AB'B+\angle AB'C'=45°+45°=90°$.

∴ $BB'\perp C'B'$.

20. 解：（1）∵关于x的方程$x^2-2mx+m^2-n=0$有两个不相等的实数根，

∴ $\Delta=(-2m)^2-4(m^2-n)>0$.

解得 $n>0$.

（2）∵n为符合条件的最小整数，

∴ $n=1$.

∴方程可化为$x^2-2mx+m^2-1=0$.

解方程，得 $x_1=m-1$， $x_2=m+1$.

∵ $m+1-(m-1)=2>0$，

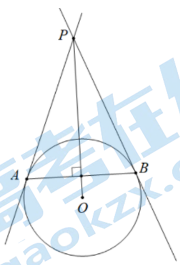
∴ $m+1>m-1$.

∵该方程的较大根是较小根的2倍，

∴ $m+1=2(m-1)$.

∴ $m=3$.

21.（1）作图如下：



（2） ① PB；

② $\angle PBA$；

③ 经过半径的外端并且垂直于这条半径的直线是圆的切线.

22.（1）$\frac{1}{2}$.

（2）解：画树状图如下：

由树状图可知，所有可能出现的结果共有 12 种，即（红，绿），（红，黄 1），（红，黄 2），（绿，红），（绿，黄 1），（绿，黄 2），（黄 1，红），（黄 1，绿），（黄 1，黄 2），（黄 2，红），（黄 2，绿），（黄 2，黄 1），并且它们出现的可能性相等. 其中，摸出的两个球恰好是一个红球和一个黄球（记事件 A）的结果有 4 种，即（红，黄 1），（红，黄 2），（黄 1，红），（黄 2，红）.

$\therefore P(A)=\frac{4}{12}=\frac{1}{3}$.

23. 解：（1）$\because$抛物线经过点 $A(0,2)$ 和 $B(3,-1)$，

$\therefore \begin{cases} c=2, \\ 9+3b+c=-1, \end{cases}$ 得 $\begin{cases} b=-4, \\ c=2. \end{cases}$

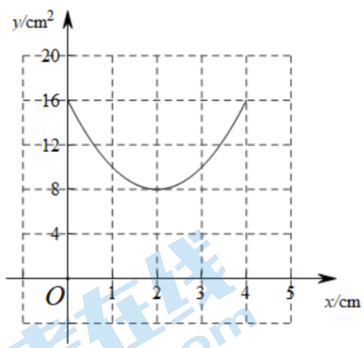
$\therefore$抛物线的表达式为 $y=x^2-4x+2$.

（2） $-1<t<2$.

24. （1） $y=2x^2-8x+16$，

$0\le x\le 4$；

（2）



（3）2，

8.

25. 解：（1）$\because CM/\!/AD$，

$\therefore \angle CDA=\angle MCD=\alpha$.

$\therefore \angle COA=2\angle CDA=2\alpha$.

（2）∵ CM 与半圆 O 的切线相切于点 C，

∴ $OC \perp CM$.

∴ $\angle ECO = 90°$.

即 $\angle DCO + \angle MCD = 90°$.

∵ $CD // AB$,

∴ $\angle DCO = \angle COA = 2\alpha$.

∴ $3\alpha = 90°$.

∴ $\alpha = 30°$.

∴ $\angle DCO = 60°$.

∵ $OE \perp CD$ 于 F ，

∴ $\angle CFO = 90°$.

∴ $\angle COE = 90° - \angle DCO = 90° - 60° = 30°$.

∴ $OE = 2CE$.

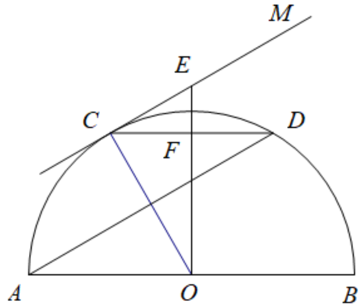
∵ AB 为直径， $AB = 6$ ，

∴ $OC = 3$.

在 Rt△ OCE 中，由勾股定理得 $OC^2 + CE^2 = OE^2$.

∴ $3^2 + CE^2 = (2CE)^2$.

∴ $CE = \sqrt{3}$.



26.解：（1）① $b = -4a$;

② $m > n$.

理由如下：

由① ， $b = -4a$ ，

∴ $y = ax^2 + bx + c = ax^2 - 4ax + c$.

∵点 $A(-1, m)$ ， 点 $B(3, n)$ 在抛物线 $y = ax^2 - 4ax + c(a > 0)$ 上，

∴ $m = a + 4a + c = 5a + c$,

$n = 9a - 12a + c = -3a + c$.

∵ $a > 0$,

∴ $5a > -3a$.

$\therefore 5a+c>-3a+c$.

$\therefore m>n$.

（2）解法一：

$\because a>0$，

$\therefore$当$x\ge t$时，y随x的增大而增大，当$x\le t$时，y随x的增大而减小.

① 当$t\le -1$时，

$\because 3<x_0<4$，

$\therefore t\le -1<3<x_0$.

$\therefore m<n<p$，不符合题意.

② 当$-1<t\le 3$时，

设点$A(-1,m)$关于抛物线对称轴$x=t$的对称点为点$A'(x_{A'},m)$，

则$x_{A'}>t$，$t-(-1)=x_{A'}-t$.

$\therefore x_{A'}=2t+1$.

（i）当$-1<t\le 1$时，

$\because -1<t\le 1$，$3<x_0<4$

$\therefore 1<2t+1\le 3<x_0$.

$\therefore m<n<p$，不符合题意.

（ii）当$1<t<\frac{3}{2}$时，

令$x_0=2t+1$，则$m=p$，不符合题意.

（iii）当$\frac{3}{2}\le t\le 3$时，

$\because \frac{3}{2}\le t\le 3$，$3<x_0<4$，

$\therefore t\le 3<x_0<4\le 2t+1$.

$\therefore m>p>n$，符合题意.

③当$t>3$时，

令$3<x_0<t$，且$3<x_0<4$，则$n>p$，不符合题意.

综上所述，t 的取值范围是 $\frac{3}{2} \le t \le 3$.

解法二：

$\because a > 0$，

$\therefore$ 当 $x \ge t$ 时，y 随 x 的增大而增大，当 $x \le t$ 时，y 随 x 的增大而减小.

$\because$ 当 $3 < x_0 < 4$ 时，都有 $p > n$，

$\therefore t \le 3 < x_0$.

① 当 $t \le -1$ 时，

$\because t \le -1 < 3$，

$\therefore n > m$，不符合题意.

② 当 $-1 < t \le 3$ 时，

设点 $A(-1, m)$ 关于抛物线对称轴 $x = t$ 的对称点为点 $A'(x_{A'}, m)$，

则 $x_{A'} > t$，$t - (-1) = x_{A'} - t$.

$\therefore x_{A'} = 2t + 1$.

$\because m > p$，

$\therefore 2t + 1 > x_0$.

$\because$ 当 $3 < x_0 < 4$ 时，都有 $m > p$，

$\therefore 2t + 1 \ge 4$.

$\therefore t \ge \frac{3}{2}$.

$\therefore \frac{3}{2} \le t \le 3$.

综上所述，t 的取值范围是 $\frac{3}{2} \le t \le 3$.

27.（1）证明：$\because AB = AC$，

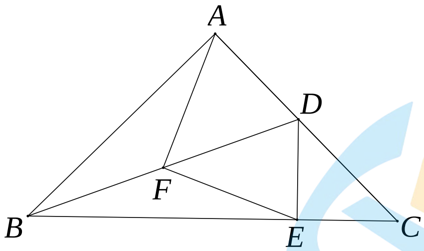
$\therefore \angle B = \angle C$.

$\because \angle EDC = \angle B$，

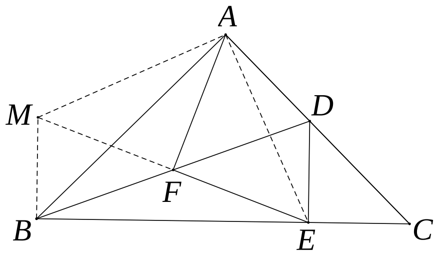
$\therefore \angle EDC = \angle C$.

$\therefore ED = EC$.

（2）① 依题意补全如下图.



② 延长 EF 至点 M，使 $MF=EF$，连接 BM，AM，AE.



$\because$ 点 F 是 BD 的中点，

$\therefore BF=FD$.

又 $\because \angle MFB=\angle EFD$，

$\therefore \triangle FMB \cong \triangle FED$.

$\therefore MB=ED$，$\angle MBF=\angle EDF$.

$\because ED=EC$，

$\therefore MB=EC$.

$\because AF \perp EF$，$FM=EF$，

$\therefore AM=AE$.

又 $\because AB=AC$，

$\therefore \triangle AMB \cong \triangle AEC$.

$\therefore \angle ABM=\angle C$.

设 $\angle C=\alpha$，则 $\angle ABM=\angle ABC=\angle EDC=\alpha$.

$\therefore \angle MBC=2\alpha$.

$\because \angle MBF=\angle EDF$，

$\therefore MB \parallel DE$.

$\therefore \angle DEC=\angle MBC=2\alpha$.

$\because \angle DEC+\angle EDC+\angle C=180°$，

$\therefore 2\alpha+\alpha+\alpha=180°$.

$\therefore \alpha=45°$.

$\therefore \angle ABC=\angle C=45°$.

$\therefore \angle BAC=90°$.

28.（1）① P_2，P_3；

② 依题意可知，点 $T(2,0)$，点 Q 为正方形边上的点，则 $\sqrt{2} \le TQ \le 2$.

∵ OP 与以 TQ 为半径的⊙ T 相切于点 P，

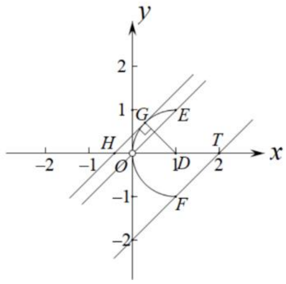
∴ $OP \perp TP$， $TP = TQ$.

∴ $\angle OPT = 90°$.

∴点 P 在以 OT 为直径的⊙ D 上，且 $\sqrt{2} \le TP \le 2$，其中点 $D(1,0)$.

∴符合条件的点 P 组成的图形为 EOF （点 O 除外），其中点 $E(1,1)$, $F(1,-1)$，如图.

当直线 $y = x + b$ 与⊙D 相切时，设切点为 G， 与 x 轴交点为 H，



则 $DG \perp$ 直线 $y = x + b$， $\angle GHD = 45°$.

由 $DG = 1$,可得 $DH = \sqrt{2}$.

∴ $H(1-\sqrt{2},0)$.

将 $H(1-\sqrt{2},0)$ 代入 $y = x + b$ 中可得 $b = \sqrt{2} - 1$.

当直线 $y = x + b$ 过点 $(0,0)$ 时， $b = 0$， 此时直线 $y = x + b$ 也经过点 $(1,1)$.

当直线 $y = x + b$ 过点 $(1,-1)$ 时， $b = -2$.

∵直线 $y = x + b$ 上存在伴随切点，

∴ b 的取值范围是 $-2 \le b \le \sqrt{2} - 1$.

（2） $\dfrac{-1-\sqrt{15}}{2} \le t \le \dfrac{-1-\sqrt{7}}{2}$ 或 $\dfrac{-1+\sqrt{7}}{2} \le t \le \dfrac{-1+\sqrt{15}}{2}$.

北京初三期末试题下载

京考一点通团队整理了【**2024 年 1 月北京初三期末试题&答案汇总**】专题，及时更新最新试题及答案。

通过【**京考一点通**】公众号，对话框回复【**期末**】，进入各年级汇总专题，查看并下载电子版试题及答案！