

高一数学

2021.1

本试卷共 5 页，共 150 分。考试时长 120 分钟。考生务必将答案写在答题卡上，在试卷上作答无效。

第一部分（选择题 共 40 分）

一、选择题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

(1) 已知集合 $A = \{-1, 0, 2, 3\}$, $B = \{x | x = 2k - 1, k \in \mathbb{N}\}$, 那么 $A \cap B =$

- (A) $\{-1, 0\}$ (B) $\{-1, 2\}$ (C) $\{0, 3\}$ (D) $\{-1, 3\}$

(2) 方程组 $\begin{cases} x + y = 0, \\ x^2 + x = 2 \end{cases}$ 的解集是

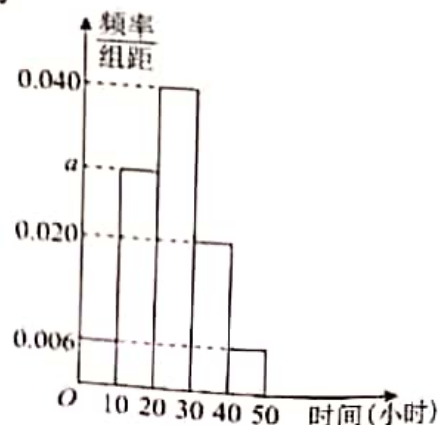
- (A) $\{(1, -1), (-1, 1)\}$ (B) $\{(1, 1), (-2, 2)\}$
(C) $\{(1, -1), (-2, 2)\}$ (D) $\{(2, -2), (-2, 2)\}$

(3) 函数 $y = \lg x + \frac{1}{x-1}$ 的定义域是

- (A) $(0, +\infty)$ (B) $(1, +\infty)$ (C) $(0, 1) \cup (1, +\infty)$ (D) $[0, 1) \cup (1, +\infty)$

(4) 为了解学生在“弘扬传统文化，品读经典文学”月的阅读情况，现从全校学生中随机抽取了部分学生，并统计了他们的阅读时间（阅读时间 $t \in [0, 50]$ ），分组整理数据得到如图所示的频率分布直方图，则图中 a 的值为

- (A) 0.028
(B) 0.030
(C) 0.280
(D) 0.300



(5) 若 $a > b$, 则一定有

(A) $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$

(B) $|a| > |b|$

(C) $\sqrt{a^2} > \sqrt{b^2}$

(D) $a^3 > b^3$

(6) 在平行四边形 $ABCD$ 中, 设对角线 AC 与 BD 相交于点 O , 则 $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CB} =$

(A) $2\overrightarrow{BO}$

(B) $2\overrightarrow{DO}$

(C) $\overrightarrow{BD}$

(D) $\overrightarrow{AC}$

(7) 设 $2^m = 3^n$, 则 m, n 的大小关系一定是

(A) $m > n$

(B) $m < n$

(C) $m \geq n$

(D) 以上答案都不对

(8) 从 2015 年到 2020 年, 某企业通过持续的技术革新来降低其能源消耗, 到了 2020 年该企业单位生产总值能耗降低了 20%, 如果这五年平均每年降低的百分率为 x , 那么 x 满足的方程是

(A) $5x = 0.2$

(B) $5(1-x) = 0.8$

(C) $x^5 = 0.2$

(D) $(1-x)^5 = 0.8$

(9) 设 a, b 为平面向量, 则 “存在实数 $\lambda (\lambda \geq 0)$, 使得 $a = \lambda b$ ” 是 “ $|a+b| = |a|+|b|$ ” 的

(A) 充分而不必要条件

(B) 必要而不充分条件

(C) 充分必要条件

(D) 既不充分也不必要条件

(10) 设 $f(x)$ 为定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数, 函数 $f(x+1)$ 是奇函数. 对于下列四个结论:

① $f(1) = 0$;

② $f(1-x) = -f(1+x)$;

③ 函数 $f(x)$ 的图像关于原点对称;

④ 函数 $f(x)$ 的图像关于点 $(1,0)$ 对称;

其中, 正确结论的个数为

(A) 1

(B) 2

(C) 3

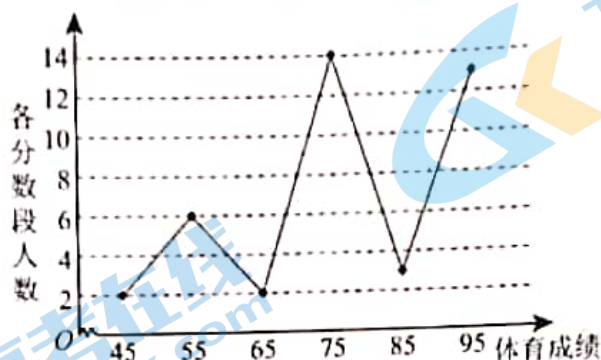
(D) 4



三、解答题共 6 小题，共 85 分。解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程。

(16) (本小题 13 分)

某校高一年级 1000 名学生全部参加了体育达标测试，现从中随机抽取 40 名学生的测试成绩，整理并按分数段 $[40,50)$ ， $[50,60)$ ， $[60,70)$ ， $[70,80)$ ， $[80,90)$ ， $[90,100]$ 进行分组，假设同一组中的每个数据可用该组区间的中点值代替，则得到体育成绩的折线图如下。



(I) 估计该校高一年级中体育成绩大于或等于 70 分的学生人数；

(II) 现从体育成绩在 $[60,70)$ 和 $[80,90)$ 的样本学生中随机抽取 2 人，求其中恰有 1 人体育成绩在 $[60,70)$ 的概率。

(17) (本小题 15 分)

设函数 $f(x) = x + \frac{4}{x} + 3$ 。

(I) 求函数 $f(x)$ 的图像与直线 $y = 2x$ 交点的坐标；

(II) 当 $x \in (0, +\infty)$ 时，求函数 $f(x)$ 的最小值；

(III) 用单调性定义证明：函数 $f(x)$ 在 $(2, +\infty)$ 上单调递增。

(18) (本小题 14 分)

以下茎叶图记录了甲、乙两组各三名同学在期末考试中的数学成绩，乙组记录中有一个数字模糊，无法确认，假设这个数字具有随机性，并在图中以 a 表示。

(I) 若甲、乙两组的数学平均成绩相同，求 a 的值；

(II) 求乙组平均成绩超过甲组平均成绩的概率；

(III) 当 $a = 3$ 时，试比较甲、乙两组同学数学成绩的方差的大小。(结论不要求证明)

甲组			乙组		
8		8			
2 2		9	0 1 a		



(19) (本小题 15 分)

设函数 $f(x) = \frac{2^x + 1}{2^x - 1}$.

(I) 若 $f(a) = 2$, 求实数 a 的值;

(II) 判断函数 $f(x)$ 的奇偶性, 并证明你的结论;

(III) 若 $f(x) \leq m$ 对于 $x \in [1, +\infty)$ 恒成立, 求实数 m 的最小值.

(20) (本小题 13 分)

经销商经销某种农产品, 在一个销售季度内, 每售出 1 吨该产品获利润 500 元, 未售出的产品, 每 1 吨亏损 300 元. 经销商为下一个销售季度购进了 130 吨该农产品. 以 x (单位: 吨, $100 \leq x \leq 150$) 表示下一个销售季度内的市场需求量, y (单位: 元) 表示下一个销售季度内销售该农产品的利润.

(I) 将 y 表示为 x 的函数;

(II) 求出下一个销售季度利润 y 不少于 57000 元时, 市场需求量 x 的范围.

(21) (本小题 15 分)

设函数 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$. 若存在常数 $m(m \neq 0)$, 对于任意 $x \in \mathbf{R}$, $f(x+m) = mf(x)$ 成立, 则称函数 $f(x)$ 具有性质 Γ . 记 P 为满足性质 Γ 的所有函数的集合.

(I) 判断函数 $y = x$ 和 $y = 2$ 是否属于集合 P ? (结论不要求证明)

(II) 若函数 $g(x) = (\sqrt{2})^x$, 证明: $g(x) \in P$;

(III) 记二次函数的全体为集合 Q , 证明: $P \cap Q = \emptyset$.



第二部分 (非选择题 共 110 分)

二、填空题共 5 小题, 每小题 5 分, 共 25 分。

(11) 已知向量 $a = (1, -2)$, $b = (-3, 1)$, 那么 $|a - b| = \underline{\hspace{2cm}}$.

(12) 若方程 $x^2 - 2x + a = 0$ 有两个不相等的正实数根, 则实数 a 的取值范围是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

(13) 设 $f(x)$ 为 $\mathbf{R}$ 上的奇函数, 且 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递增, $f(2) = 0$, 则不等式 $f(x) < 0$ 的解集是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

(14) 已知函数 $f(x) = \begin{cases} \log_{0.5} x, & x > 0, \\ x^2 + 2x, & x \leq 0. \end{cases}$ 那么 $f(2) = \underline{\hspace{2cm}}$; 当函数 $y = f(x) - a$ 有且仅有三个零点时, 实数 a 的取值范围是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

(15) 某厂商为推销自己品牌的可乐, 承诺在促销期内, 可以用 3 个该品牌的可乐空罐换 1 罐可乐. 对于此促销活动, 有以下三个说法:

① 如果购买 10 罐可乐, 那么实际最多可以饮 13 罐可乐;

② 欲饮用 100 罐可乐, 至少需要购买 67 罐可乐;

③ 如果购买 $n (n \in \mathbf{N}^*)$ 罐可乐, 那么实际最多可饮用可乐的罐数 $f(n) = n + \left[\frac{n-1}{2} \right]$.

(其中 $[x]$ 表示不大于 x 的最大整数)

则所有正确说法的序号是 $\underline{\hspace{2cm}}$.



关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承“精益求精、专业严谨”的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯