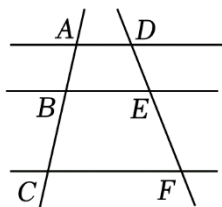


2023 北京一六六中初三（上）期中

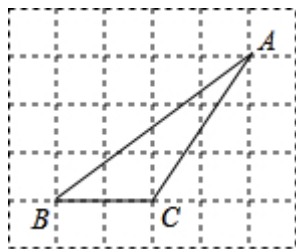
数 学

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）第 1-8 题均有四个选项，符合

1. 如图， $AD \parallel BE \parallel CF$ ， $\frac{AB}{BC} = \frac{1}{2}$ ，则 $\frac{DE}{EF}$ 的值为（ ）



- A. 2 B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{3}$ D. 3
2. 抛物线 $y = -5(x+2)^2 - 6$ 的顶点坐标是（ ）
- A. (2, 6) B. (-2, 6) C. (2, -6) D. (-2, -6)
3. 已知 $\angle A$ 是锐角， $\tan A = \sqrt{3}$ ，那么 $\angle A$ 的度数是（ ）
- A. 15° B. 30° C. 45° D. 60°
4. 将抛物线 $y = -2x^2 + 1$ 向右平移 1 个单位长度，再向上平移 1 个单位长度所得的抛物线解析式为（ ）
- A. $y = -2(x+1)^2$ B. $y = -2(x+1)^2 + 2$
- C. $y = -2(x-1)^2 + 2$ D. $y = -2(x-1)^2 + 1$
5. 将一元二次方程 $x^2 - 8x + 10 = 0$ 通过配方转化为 $(x+a)^2 = b$ 的形式，下列结果中正确的是（ ）
- A. $(x-4)^2 = 6$ B. $(x-8)^2 = 6$ C. $(x-4)^2 = -6$ D. $(x-8)^2 = 54$
6. 如图， $\triangle ABC$ 在网格（小正方形的边长均为 1）中，则 $\cos \angle ABC$ 的值是（ ）



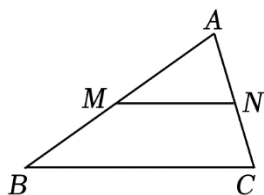
- A. $\frac{3}{4}$ B. $\frac{4}{3}$ C. $\frac{3}{5}$ D. $\frac{4}{5}$
7. 设 $A(-2, y_1)$, $B(1, y_2)$, $C(3, y_3)$ 是抛物线 $y = x^2 + 2x - 9$ 上的三点，则 y_1, y_2, y_3 的大小关系为（ ）
- A. $y_1 > y_2 > y_3$ B. $y_1 > y_3 > y_2$ C. $y_3 > y_2 > y_1$ D. $y_2 > y_1 > y_3$
8. 用绳子围成周长为 $10m$ 的矩形，记矩形的一边长为 xm ，它的邻边长为 ym ，矩形的面积为 Sm^2 ，当 x 在一定范围内变化时， y 和 S 都随 x 的变化而变化，则 y 与 x 、 S 与 x 满足的函数关系分别是（ ）
- A. 一次函数关系，二次函数关系
- B. 正比例函数关系，二次函数关系

C. 二次函数关系，一次函数关系

D. 正比例函数关系，一次函数关系

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

9. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， M ， N 分别为 AB ， AC 的中点，若 $\triangle AMN$ 的面积是 1，则 $\triangle ABC$ 的面积是 _____.



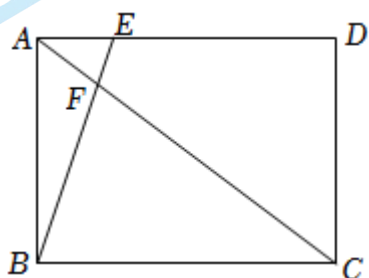
10. 写出一个开口向下，与 y 轴交于点 $(0, 1)$ 的抛物线的函数表达式：_____.

11. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ，如果 $\cos A=\frac{1}{3}$ ， $AC=2$ ，那么 AB 的长为 _____.

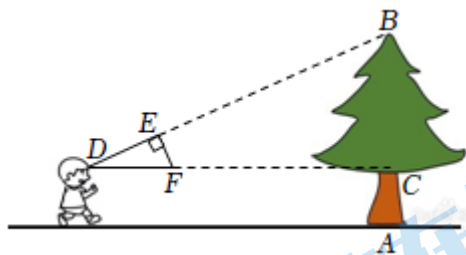
12. 某企业积极响应国家垃圾分类号召，在科研部门的支持下进行技术创新，计划在未来两个月内，将厨余垃圾的月加工处理量从现在的 1000 吨提高到 1200 吨，若加工处理量的月平均增长率相同，设月平均增长率为 x ，可列方程为 _____.

13. 请写出一个常数 c 的值，使得关于 x 的方程 $x^2+2x+c=0$ 没有实数根，则 c 的值可以是 _____.

14. 如图，在矩形 $ABCD$ 中，若 $AB=3$ ， $AC=5$ ， $\frac{AF}{FC}=\frac{1}{4}$ ，则 AE 的长为 _____.



15. 如图，小明同学用自制的直角三角形纸板 DEF 测量树的高度 AB ，他调整自己的位置，设法使斜边 DF 保持水平，并且边 DE 与点 B 在同一直线上. 已知纸板的两条直角边 $DE=40\text{cm}$ ， $EF=20\text{cm}$ ，测得边 DF 离地面的高度 $AC=1.5\text{m}$ ， $CD=8\text{m}$ ，则树高 $AB=$ _____ m .



16. 如表是某市本年度 GDP 前十强的区县排行榜，变化情况表示该区县相对于上一年度名次变化的情况，“ $\uparrow$ ”表示上升，“ $\downarrow$ ”表示下降，“—”则表示名次没有变化. 已知每个区县的名次变化都不超过两位，上一年度排名第 1 的区县是 _____，上一年度排在第 6，7，8 名的区县依次是 _____。（写出一种符合条件的排序）

名次	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
----	---	---	---	---	---	---	---	---	---	----

区县	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
变化情况	↑	—	↓	—	↑	↓	↑	↓	↓	—

三、解答题（本题共 68 分，第 17~19、21 题每小题 5 分，第 20 题 6 分，第 22 题 5 分，第 23-24 题，每小题 5 分，第 25 题 5 分，第 26 题 6 分，第 27-28 题，每小题 5 分）解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

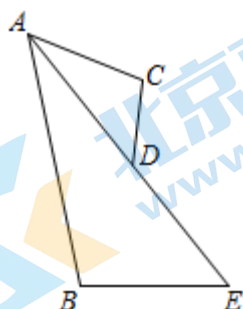
17. (5 分) 计算: $2\sin 60^\circ + \sqrt{12} + |-5| - (\pi - \sqrt{2})^0$.

18. (5 分) 解方程: $x^2 - 2x - 15 = 0$.

19. (5 分) 如图, AE 平分 $\angle BAC$, D 为 AE 上一点, $\angle B = \angle C$.

(1) 求证: $\triangle ABE \sim \triangle ACD$;

(2) 若 D 为 AE 中点, $BE = 4$, 求 CD 的长.



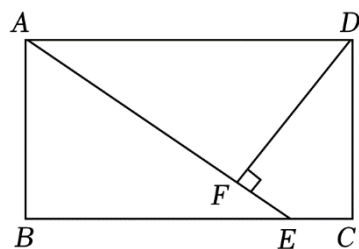
20. (6 分) 关于 x 的一元二次方程 $x^2 + 2(m-1)x + m^2 - 1 = 0$ 有两个不相等的实数根 x_1, x_2 .

(1) 求实数 m 的取值范围;

(2) 是否存在实数 m , 使得 $x_1 x_2 = 0$ 成立? 如果存在, 求出 m 的值, 如果不存在, 请说明理由.

21. (5 分) 已知, 二次函数图象经过点 $(2, 0)$, $(0, 4)$, $(-2, 0)$, 求二次函数的解析式.

22. (5 分) 如图, 矩形 $ABCD$ 中, $AD = 6$, E 为 BC 上一点, $\tan \angle AEB = \frac{3}{4}$, $DF \perp AE$ 于 F . 求 DF 的长.

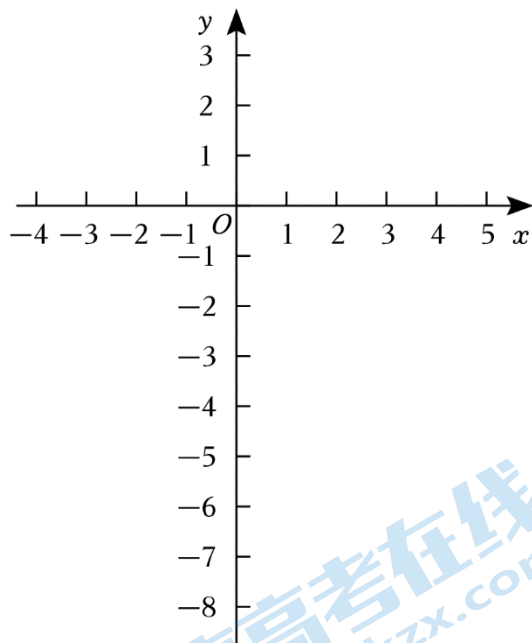


23. (6 分) 已知二次函数 $y = 2x^2 - 4x - 6$.

(1) 用配方法将 $y = 2x^2 - 4x - 6$ 化成 $y = a(x-h)^2 + k$ 的形式; 并写出对称轴和顶点坐标.

(2) 在平面直角坐标系中, 画出这个二次函数的草图;

(3) 当 $0 < x < 4$ 时, 直接写出 y 的取值范围.



24. (6分) 诸暨某童装专卖店在销售中发现, 一款童装每件进价为 80 元, 销售价为 120 元时, 每天可售出 20 件, 为了迎接“五一”国际劳动节, 商店决定采取适当的降价措施, 以扩大销售量, 增加利润, 经市场调查发现, 如果每件童装降价 1 元, 那么平均可多售出 2 件.

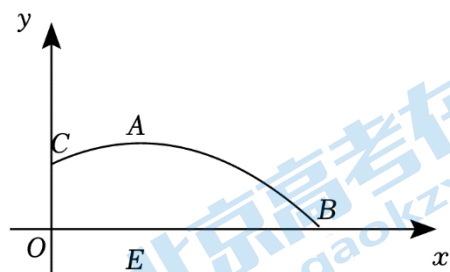
- (1) 设每件童装降价 x 元时, 每天可销售 _____ 件, 每件盈利 _____ 元; (用 x 的代数式表示)
- (2) 每件童装降价多少元时, 平均每天盈利 1200 元.
- (3) 要想平均每天盈利 2000 元, 可能吗? 请说明理由.

25. (5分) 如图, OC 是学校灌溉草坪用到的喷水设备, 喷水口 C 离地面垂直高度为 1.5 米. 喷出的水流都可以抽象为平面直角坐标系中的一条抛物线. (1) 灌溉设备喷出水流的最远射程可以到达草坪的最外侧边沿点 B 处, 此时, 喷水口 C 喷出的水流垂直高度与水平距离的几组数据如下表,

水平距离 x /米	0	0.5	1	2	3	4
竖直高度 y /米	1.5	1.71875	1.875	2	1.875	1.5

结合数据, 求此抛物线的表达式, 并求水流最大射程 OB 的长度.

(2) 为了全面灌溉, 喷水口 C 可以喷出不同射程的抛物线水流. 喷水口 C 喷出的另外一条水流形成的抛物线满足表达式 $y=a(x-\frac{2}{3})^2+h$, 此时水流最大射程 $OE=2$ 米, 求水流距离地面的最大高度.



26. (6分) 已知抛物线 $y=ax^2+2ax-1$.

- (1) 该抛物线的对称轴为 _____;
- (2) 若该抛物线的顶点在 x 轴上, 求抛物线的解析式;

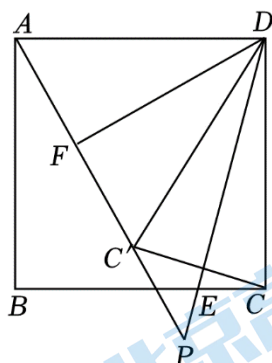
(3) 设点 $M(m, y_1)$, $N(2, y_2)$ 在该抛物线上, 若 $y_1 > y_2$, 求 m 的取值范围.

27. (7分) 如图, 在正方形 $ABCD$ 中, E 是边 BC 上一动点 (不与点 B, C 重合), 连接 DE , 点 C 关于直线 DE 的对称点为 C' , 连接 AC' 并延长交直线 DE 于点 P , F 是 AC' 中点, 连接 DF .

(1) 求 $\angle FDP$ 的度数;

(2) 连接 BP , 请用等式表示 AP, BP, DP 三条线段之间的数量关系, 并证明;

(3) 若正方形的边长为 $\sqrt{2}$, 请直接写出 $\triangle ACC'$ 的面积最大值.



28. (7分) 在平面直角坐标系 xOy 中, 对于点 P , 直线 l 和矩形 w , 定义如下: 若点 P 关于直线 l 的对称点 P' 在矩形 $ABCD$ 的边上, 则称点 P 为矩形 $ABCD$ 关于直线 l 的“对矩点”.

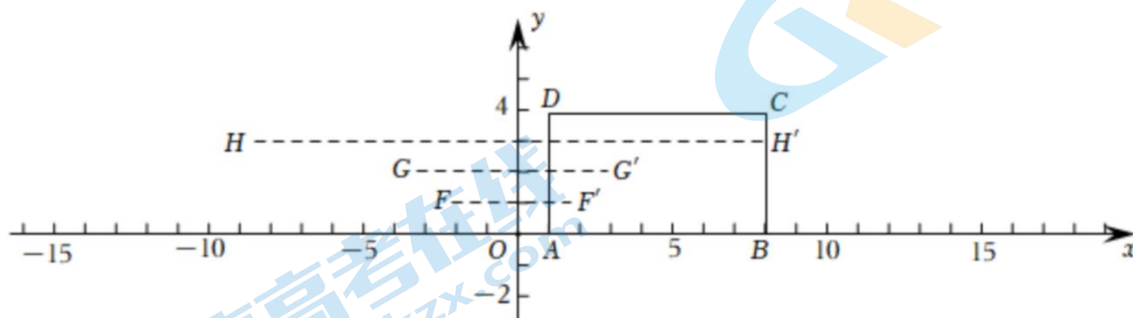
已知矩形 $ABCD$ 的顶点 $A(1, 0)$, $B(8, 0)$, $C(8, 4)$, $D(1, 4)$.

例如, 图 1 中的点 F 和点 G 都不是矩形 $ABCD$ 关于 y 轴的“对矩点”, 点 H 是矩形 $ABCD$ 关于 y 轴的“对矩点”.

(1) 在点 $P_1(-2, 2)$, $P_2(2, 4)$, $P_3(4, 2)$, $P_4(6, 3)$ 中, 是矩形 $ABCD$ 关于直线 $l: x=3$ “对矩点”的点是 _____;

(2) 若在直线 $y=2x+6$ 上存在点 M , 使得点 M 是矩形 $ABCD$ 关于直线 $l: x=t$ 的“对矩点”, 求 t 的取值范围;

(3) 若抛物线 $y=-x^2-4x+9$ 上存在矩形 $ABCD$ 关于直线 $l: x=t$ 的“对矩点”且恰有 4 个, 请直接写出 t 的取值范围.



参考答案

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）第 1-8 题均有四个选项，符合

1. 【解答】解：∵ $AD \parallel BE \parallel CF$, $\frac{AB}{BC} = \frac{1}{2}$,

$$\therefore \frac{DE}{EF} = \frac{AB}{BC} = \frac{1}{2},$$

故选：B.

2. 【解答】解：∵ $y = -5(x+2)^2 - 6$ 是抛物线解析式的顶点式，

∴ 顶点坐标为 $(-2, -6)$.

故选：D.

3. 【解答】解：∵ $\angle A$ 是锐角， $\tan A = \sqrt{3}$,

∴ $\angle A = 60^\circ$.

故选：D.

4. 【解答】解：∵ 抛物线 $y = -2x^2 + 1$ 向右平移 1 个单位长度，

∴ 平移后解析式为： $y = -2(x-1)^2 + 1$,

∴ 再向上平移 1 个单位长度所得的抛物线解析式为： $y = -2(x-1)^2 + 2$.

故选：C.

5. 【解答】解： $x^2 - 8x = -10$,

$$x^2 - 8x + 16 = 6,$$

$$(x-4)^2 = 6.$$

故选：A.

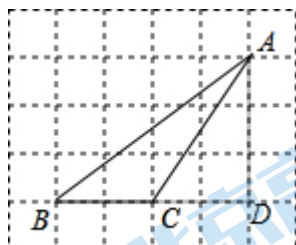
6. 【解答】解：作 $AD \perp BC$ 交 BC 延长线于 D ，如图所示：

在 $\text{Rt}\triangle ABD$ 中， $\angle ADB = 90^\circ$ ， $AD = 3$ ， $BD = 4$ ，

$$\therefore AB = \sqrt{AD^2 + BD^2} = 5,$$

$$\therefore \cos \angle ABC = \frac{BD}{AB} = \frac{4}{5}.$$

故选：D.



7. 【解答】解：∵ 抛物线 $y = x^2 + 2x - 9$ 开口向上，对称轴为直线 $x = -\frac{2}{2 \times 1} = -1$,

∴ 抛物线上距离对称轴越远的点的纵坐标越大，

∴ $A(-2, y_1)$ 距离对称轴最近， $C(3, y_3)$ 距离对称轴最远，

$$\therefore y_3 > y_2 > y_1.$$

故选：C.

8. 【解答】解：由题意可得： $2x+2y=10$ ， $S=xy$ ，

$$\therefore y=5-x, S=x(5-x)=-x^2+5x,$$

$\therefore y$ 与 x 是一次函数关系， S 与 x 是二次函数关系，

故选A.

二、填空题（本题共16分，每小题2分）

9. 【解答】解： $\because M、N$ 分别是边 $AB、AC$ 的中点，

$$\therefore MN \parallel BC, MN = \frac{1}{2}BC,$$

$$\therefore \triangle AMN \sim \triangle ABC,$$

$$\therefore \frac{S_{\triangle AMN}}{S_{\triangle ABC}} = \left(\frac{MN}{BC}\right)^2 = \frac{1}{4},$$

$$\therefore S_{\triangle ABC} = 4S_{\triangle AMN} = 4 \times 1 = 4,$$

故答案为：4.

10. 【解答】解：设二次函数的解析式为 $y=ax^2+bx+c$ ，

$\because$ 该函数的图象开口向下，

$\therefore a < 0$ ，可以取 $a = -1$ ，

$\because$ 当 $x=0$ ， $y=1$ ，

$\therefore c=1$ ，

$\therefore$ 满足条件的一个函数为 $y = -x^2+1$ ，

故答案为： $y = -x^2+1$ ，（答案不唯一）.

11. 【解答】解：在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ，

$$\therefore \cos A = \frac{AC}{AB} = \frac{1}{3},$$

$$\therefore AC=2,$$

$$\therefore AB=3AC=6,$$

故答案为：6.

12. 【解答】解：设月平均增长率为 x ，列方程为

$$1000(1+x)^2 = 1200,$$

故答案为： $1000(1+x)^2 = 1200$.

13. 【解答】解： $\because$ 若关于 x 的方程 $x^2+2x+c=0$ 没有实数根，

$$\therefore \Delta = b^2 - 4ac < 0,$$

$$\therefore 2^2 - 4c < 0,$$

$$4 - 4c < 0,$$

$$-4c < -4,$$

$$c > 1,$$

$\therefore c$ 的值可以为 2 (不唯一),

故答案为: 2 (不唯一).

14. 【解答】解: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形,

$$\therefore \angle ABC = 90^\circ, AD \parallel BC,$$

$$\because AB = 3, AC = 5,$$

$$\therefore BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4,$$

$$\because AD \parallel BC,$$

$$\therefore \angle EAF = \angle BCF, \angle AEF = \angle CBF,$$

$$\therefore \triangle EAF \sim \triangle BCF,$$

$$\therefore \frac{AF}{FC} = \frac{1}{4},$$

$$\therefore \frac{AE}{BC} = \frac{AF}{FC} = \frac{1}{4},$$

$$\therefore \frac{AE}{4} = \frac{1}{4},$$

$$\therefore AE = 1,$$

故答案为: 1.

15. 【解答】解: $\because \angle DEF = \angle BCD = 90^\circ, \angle D = \angle D$

$$\therefore \triangle DEF \sim \triangle DCB$$

$$\therefore \frac{BC}{EF} = \frac{DC}{DE}$$

$$\because DE = 40\text{cm} = 0.4\text{m}, EF = 20\text{cm} = 0.2\text{m}, AC = 1.5\text{m}, CD = 8\text{m},$$

$$\therefore \frac{BC}{0.2} = \frac{8}{0.4}$$

$$\therefore BC = 4\text{ 米},$$

$$\therefore AB = AC + BC = 1.5 + 4 = 5.5 \text{ (米)},$$

故答案为: 5.5.

16. 【解答】解: $\because A$ 的名次上升了, 且最多上升了两位, 同时 C 的名次下降了, 且最多下降 2 位,

又 $\because B$ 的名次没有变化,

$\therefore$ 上一年度排在前三位分别是 C 、 B 、 A ;

又 $\because E$ 的名次下降, 且前四名已经确定,

$\therefore$ 上一年度 F 排在第 5 名;

同理: 上一年度 G 排在第 9 名;

E 排在第 6 名, 则 H 排在第 7 名; I 排在第 8 名;

或 E 排在第 7 名, 则 H 排在第 6 名; I 排在第 8 名;

所以上一年度排在第 6, 7, 8 名的区县依次是 EHI 或 HEI .

故答案为: C , EHI 或 HEI .

三、解答题 (本题共 68 分, 第 17~19、21 题每小题 5 分, 第 20 题 6 分, 第 22 题 5 分, 第 23-24 题, 每小题 5 分, 第 25 题 5 分, 第 26 题 6 分, 第 27-28 题, 每小题 5 分) 解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. 【解答】解: $2\sin 60^\circ + \sqrt{12} + |-5| - (\pi - \sqrt{2})^0$
 $= 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} + 2\sqrt{3} + 5 - 1$
 $= \sqrt{3} + 2\sqrt{3} + 5 - 1$
 $= 3\sqrt{3} + 4.$

18. 【解答】解: $x^2 - 2x - 15 = 0,$

$$(x+3)(x-5) = 0,$$

$$\therefore x+3=0 \text{ 或 } x-5=0,$$

$$\therefore x_1 = -3, x_2 = 5.$$

19. 【解答】(1) 证明: $\because AE$ 平分 $\angle BAC,$

$$\therefore \angle BAE = \angle CAD,$$

$$\because \angle B = \angle C.$$

$$\therefore \triangle ABE \sim \triangle ACD;$$

(2) 解: $\because D$ 为 AE 中点, $BE=4,$

$$\therefore AE = 2AD,$$

$$\because \triangle ABE \sim \triangle ACD,$$

$$\therefore \frac{BE}{CD} = \frac{AE}{AD},$$

$$\therefore \frac{4}{CD} = \frac{2AD}{AD},$$

$$\therefore CD = 2.$$

20. 【解答】解: (1) $\because$ 方程 $x^2 + 2(m-1)x + m^2 - 1 = 0$ 有两个不相等的实数根 $x_1, x_2.$

$$\therefore \Delta = 4(m-1)^2 - 4(m^2 - 1) = -8m + 8 > 0,$$

$$\therefore m < 1;$$

(2) 存在实数 m , 使得 $x_1 x_2 = 0$ 成立;

$$\because x_1 x_2 = 0,$$

$$\therefore m^2 - 1 = 0,$$

解得: $m = -1$ 或 $m = 1,$

$$\therefore \text{当 } m = 1 \text{ 时, 方程为 } x^2 = 0, \text{ 有两个相等的实数根, 与题意不符, 舍去,}$$

$$\therefore m = -1.$$

21. 【解答】解: 设二次函数的解析式为 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$),

把 $(2, 0), (0, 4), (-2, 0)$ 代入解析式得:
$$\begin{cases} 4a+2b+c=0 \\ c=4 \\ 4a-2b+c=0 \end{cases},$$

解得
$$\begin{cases} a=-1 \\ b=0 \\ c=4 \end{cases},$$

$\therefore$ 二次函数的解析式为 $y = -x^2 + 4$.

22. 【解答】解: $\because$ 矩形 $ABCD$,

$$\therefore AD \parallel BC,$$

$$\therefore \angle DAE = \angle AEB,$$

$$\because DF \perp AE,$$

$$\therefore \angle B = \angle AFD = 90^\circ,$$

在 $\triangle ABE$ 与 $\triangle DFA$ 中:

$$\angle B = \angle AFD, \angle AEB = \angle DAE$$

$$\therefore \triangle ABE \sim \triangle DFA.$$

在 $\text{Rt}\triangle ABE$ 中, $\tan \angle AEB = \frac{3}{4},$

$$\therefore \frac{AB}{BE} = \frac{3}{4},$$

$$\therefore \text{设 } AB = 3x, BE = 4x \ (x > 0),$$

$$\therefore AE = 5x,$$

$$\because \triangle ABE \sim \triangle DFA$$

$$\therefore \frac{BA}{DF} = \frac{AE}{DA},$$

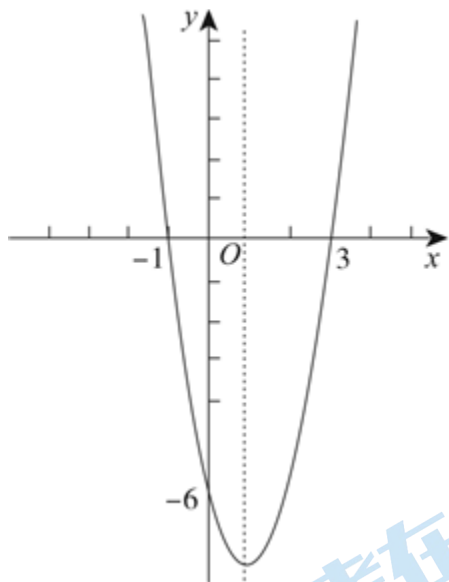
$$\therefore \frac{3x}{DF} = \frac{5x}{6},$$

$$\therefore DF = 3.6.$$

23. 【解答】解: (1) 由题意可得: $y = 2x^2 - 4x - 6 = 2(x - 1)^2 - 8,$

对称轴为: 直线 $x = 1$, 顶点坐标为: $(1, -8).$

(2) 如图所示:



(3) 当 $0 < x < 4$ 时,

当 $x=1$, $y=-8$, 当 $x=4$, $y=10$,

则 y 的取值范围为: $-8 \leq y < 10$.

24. 【解答】解: (1) 设每件童装降价 x 元时, 每天可销售 $(20+2x)$ 件, 每件盈利 $(40-x)$ 元,

故答案为: $(20+2x)$, $(40-x)$;

(2) 根据题意, 得: $(20+2x)(40-x)=1200$,

解得: $x_1=20$, $x_2=10$,

$\therefore$ 要扩大销售量,

$\therefore x=20$,

答: 每件童装降价 20 元, 平均每天盈利 1200 元;

(3) 不能, 理由如下:

$(20+2x)(40-x)=2000$,

整理, 得: $x^2 - 30x + 600 = 0$,

$\therefore \Delta = (-30)^2 - 4 \times 600 = -1500 < 0$,

$\therefore$ 此方程无实数根,

故不可能做到平均每天盈利 2000 元.

25. 【解答】解: (1) 观察表格可知, 抛物线经过 $(0, 1.5)$, 顶点为 $(2, 2)$,

设抛物线函数表达式为 $y=a(x-2)^2+2$, 将 $(0, 1.5)$ 代入得:

$1.5=4a+2$,

解得 $a=-\frac{1}{8}$,

$\therefore y=-\frac{1}{8}(x-2)^2+2=-\frac{1}{8}x^2+\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}$;

$$\therefore \text{抛物线的表达式为 } y = -\frac{1}{8}x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{3}{2},$$

在 $y = -\frac{1}{8}x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$ 中, 令 $y=0$ 得:

$$0 = -\frac{1}{8}x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{3}{2},$$

解得 $x=6$ 或 $x=-2$ (舍去),

$\therefore$ 水流最大射程 OB 的长度为 6 米;

(2) 根据题意, 把 $(0, 1.5)$, $(2, 0)$ 代入 $y = a(x - \frac{2}{3})^2 + h$ 得:

$$\begin{cases} \frac{4}{9}a + h = \frac{3}{2} \\ \frac{16}{9}a + h = 0 \end{cases},$$

$$\text{解得 } \begin{cases} a = -\frac{9}{8} \\ h = 2 \end{cases},$$

$$\therefore y = -\frac{9}{8}(x - \frac{2}{3})^2 + 2,$$

$$\because -\frac{9}{8} < 0,$$

$\therefore$ 当 $x = \frac{2}{3}$ 时, y 最大为 2,

$\therefore$ 此水流距离地面的最大高度是 2 米.

26. 【解答】解: (1) $y = ax^2 + 2ax - 1 = a(x^2 + 2x) - 1 = a(x+1)^2 - (a+1)$,

$\therefore$ 抛物线的对称轴为 $x = -1$,

故答案为: $x = -1$;

(2) 由 (1) 知, 抛物线的顶点为 $(-1, a+1)$,

$\therefore$ 抛物线的顶点在 x 轴上,

$$\therefore a+1=0,$$

解得 $a = -1$,

$\therefore$ 抛物线的解析式 $y = -x^2 - 2x - 1$;

(3) $\because$ 抛物线的对称轴为 $x = -1$,

$\therefore N(2, y_2)$ 关于直线 $x = -1$ 的对称点为 $N'(-4, y_2)$,

① 当 $a > 0$ 时, 若 $y_1 > y_2$, 则 $m > 2$ 或 $m < -4$;

② 当 $a < 0$ 时, 若 $y_1 > y_2$, 则 $-4 < m < 2$.

综上, 当 $a > 0$ 时, $m > 2$ 或 $m < -4$; 当 $a < 0$ 时, $-4 < m < 2$.

27. 【解答】解: (1) 由对称得: $CD = C'D$, $\angle CDE = \angle C'DE$,

在正方形 $ABCD$ 中, $AD = CD$, $\angle ADC = 90^\circ$,

$$\therefore AD=CD,$$

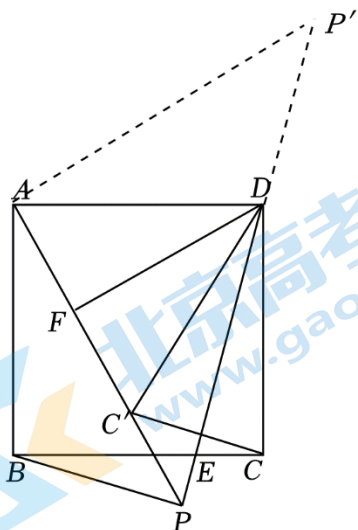
$\because F$ 是 AC 的中点,

$$\therefore DF \perp AC, \angle ADF = \angle CDF,$$

$$\therefore \angle FDP = \angle FDC + \angle EDC = \frac{1}{2} \angle ADC = 45^\circ;$$

(2) 结论: $BP+DP=\sqrt{2}AP$,

证明: 如图, 作 $AP' \perp AP$ 交 PD 的延长线于 P' ,



$$\therefore \angle PAP' = 90^\circ,$$

在正方形 $ABCD$ 中, $DA=BA$, $\angle BAD=90^\circ$,

$$\therefore \angle DAP' = \angle BAP,$$

由 (1) 可知: $\angle FDP=45^\circ$,

$$\because \angle DFP=90^\circ,$$

$$\therefore \angle APD=45^\circ,$$

$$\therefore \angle P'=45^\circ,$$

$$\therefore AP=AP',$$

在 $\triangle BAP$ 和 $\triangle DAP'$ 中,

$$\begin{cases} BA=DA \\ \angle BAP=\angle DAP' \\ AP=AP' \end{cases},$$

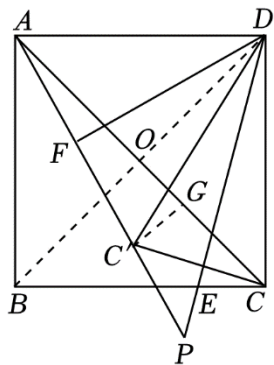
$$\therefore \triangle BAP \cong \triangle DAP' (SAS),$$

$$\therefore BP=DP',$$

$$\therefore DP+BP=PP'=\sqrt{2}AP;$$

(3) $\sqrt{2}-1$.

理由如下: 如图, 过 C 作 $CG \perp AC$ 于 G , 则 $S_{\triangle ACC} = \frac{1}{2} AC \cdot CG$,



Rt $\triangle ABC$ 中, $AB=BC=\sqrt{2}$,

$\therefore AC=\sqrt{(\sqrt{2})^2+(\sqrt{2})^2}=2$, 即 AC 为定值,

当 CG 最大时, $\triangle ACC$ 的面积最大,

连接 BD , 交 AC 于 O , 当 C 在 BD 上时, CG 最大, 此时 G 与 O 重合,

$\therefore CD=CB=\sqrt{2}$, $OD=\frac{1}{2}AC=1$,

$\therefore CG=\sqrt{2}-1$,

$\therefore S_{\triangle ACC}=\frac{1}{2}AC \cdot CG=\frac{1}{2} \times 2 \times (\sqrt{2}-1)=\sqrt{2}-1$.

28. 【解答】解: (1) 点 $P_1(-2, 2)$ 关于 $x=3$ 的对称点为 $(8, 2)$,

$\therefore$ 点 $(8, 2)$ 在边 BC 上,

$\therefore$ 点 $P_1(-2, 2)$ 是矩形 $ABCD$ 关于直线 l 的“对矩点”;

点 $P_2(2, 4)$ 关于 $x=3$ 的对称点为 $(4, 4)$,

$\therefore$ 点 $(4, 4)$ 在边 CD 上,

$\therefore$ 点 $P_2(2, 4)$ 是矩形 $ABCD$ 关于直线 l 的“对矩点”;

点 $P_3(4, 2)$ 关于 $x=3$ 的对称点为 $(2, 2)$,

$\therefore$ 点 $(2, 2)$ 不在矩形 $ABCD$ 的边上,

$\therefore$ 点 $P_3(4, 2)$ 不是矩形 $ABCD$ 关于直线 l 的“对矩点”;

点 $P_4(6, 3)$ 关于 $x=3$ 的对称点为 $(0, 3)$,

$\therefore$ 点 $(0, 3)$ 不在矩形 $ABCD$ 的边上,

$\therefore$ 点 $P_4(6, 3)$ 不是矩形 $ABCD$ 关于直线 l 的“对矩点”;

故答案为: P_1, P_2 ;

(2) 直线 $y=2x+6$ 与 x 轴的交点为 $(-3, 0)$,

当 $(-3, 0)$ 关于 $x=t$ 的对称点与 A 点重合时, $t=-1$,

当 $y=4$ 时, $2x+6=4$, 解得 $x=-1$,

此时点 $(-1, 4)$ 在直线 $y=2x+6$ 上,

当 $(-1, 4)$ 关于 $x=t$ 的对称点与 C 点重合时, $t=\frac{7}{2}$,

$\therefore -1 \leq t \leq \frac{7}{2}$ 时，点 M 是矩形 $ABCD$ 关于直线 $l: x=t$ 的“对矩点”；

$$(3) \because y = -x^2 - 4x + 9 = -(x+2)^2 + 13,$$

$\therefore$ 抛物线的顶点为 $(-2, 13)$,

$\therefore$ 顶点 $(-2, 13)$ 关于直线 $x=t$ 对称的点为 $(2t+2, 13)$,

$\therefore$ 抛物线关于直线 $x=t$ 对称的抛物线解析式为 $y = -(x-2t-2)^2 + 13$,

$\therefore$ “对矩点” 且恰有 4 个，

$$\therefore 1 < 2t+2 < 8,$$

$$\therefore -\frac{1}{2} < t < 3,$$

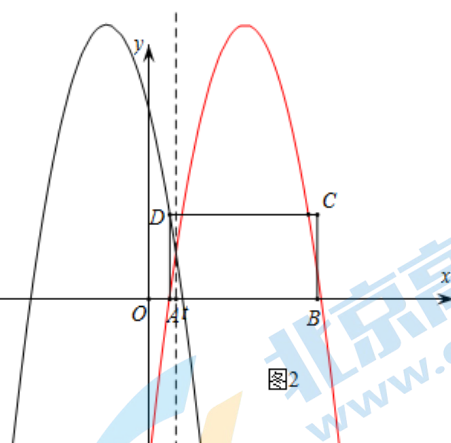
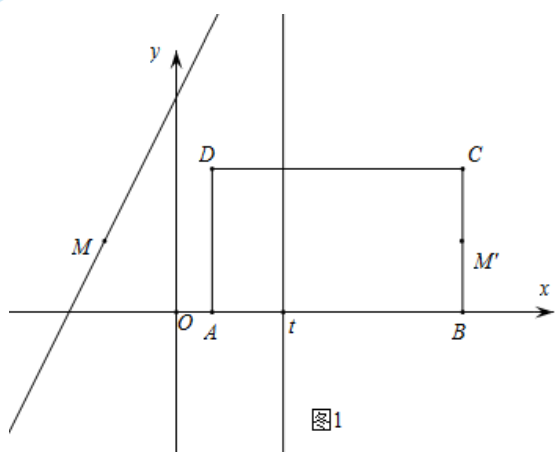
当抛物线 $y = -(x-2t-2)^2 + 13$ 经过 D 点时，“对矩点” 有三个，

此时 $t=1$ 或 $t=-2$ (舍)，

当抛物线 $y = -(x-2t-2)^2 + 13$ 经过 C 点时，“对矩点” 有三个，

此时 $t = \frac{3}{2}$ 或 $t = \frac{9}{2}$ (舍)，

$\therefore 1 < t < \frac{3}{2}$ 时，抛物线 $y = -x^2 - 4x + 9$ 上存在矩形 $ABCD$ 关于直线 $l: x=t$ 的“对矩点” 且恰有 4 个。



北京初三高一高二高三期中试题下载

京考一点通团队整理了【**2023 年 10-11 月北京各区各年级期中试题 & 答案汇总**】专题，及时更新最新试题及答案。

通过【**京考一点通**】公众号，对话框回复【**期中**】或者点击公众号底部栏目<**试题专区**>，进入各年级汇总专题，查看并下载电子版试题及答案！

