

2022—2023 学年度第二学期期中练习题

年级：高一 科目：数学

考试时间：120 分钟，满分：150 分

一、选择题（共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分。在每小题列出的四个选项中符合题目要求的一项）

1. 已知 α 是第三象限角，那么 $\frac{\alpha}{2}$ 是() 象限角.

- A. 第二 B. 第三 C. 第二或第三 D. 第二或第四

2. 若点 $(\sin \frac{5\pi}{6}, \cos \frac{5\pi}{6})$ 在角 α 的终边上，则 $\sin \alpha$ 的值为()

- A. $-\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

3. $\sin 1.5$, $\cos 1.5$, $\tan 1.5$ 的大小关系为()

- A. $\tan 1.5 > \sin 1.5 > \cos 1.5$ B. $\sin 1.5 > \tan 1.5 > \cos 1.5$
C. $\sin 1.5 > \cos 1.5 > \tan 1.5$ D. $\tan 1.5 > \cos 1.5 > \sin 1.5$

4. 《九章算术》是中国古代的数学名著，其中《方田》一章涉及到了弧田面积的计算问题，如图所示，弧田是由弧 AB 和弦 AB 所围成的图中阴影部分，若弧田所在

圆的半径为 2，圆心角为 $\frac{2\pi}{3}$ ，则此弧田的面积为()

- A. $\frac{4\pi}{3} - \sqrt{3}$ B. $\frac{4\pi}{3} - 2\sqrt{3}$
C. $\frac{8\pi}{3} - \sqrt{3}$ D. $\frac{8\pi}{3} - 2\sqrt{3}$

已知 $\tan \alpha = 2$ ，则 $\frac{1 + \cos 2\alpha}{\sin 2\alpha} = ()$

- A. 2 B. $\frac{1}{2}$ C. -2 D. $-\frac{1}{2}$

6. 若向量 a, b 满足 $|a| = 1$, $(a+b) \perp a$, $(2a+b) \perp b$, 则 $|b| = ()$

- A. 2 B. $\sqrt{2}$ C. 1 D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$



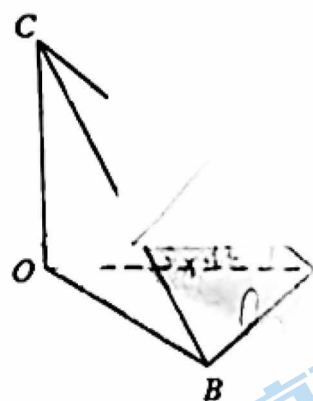
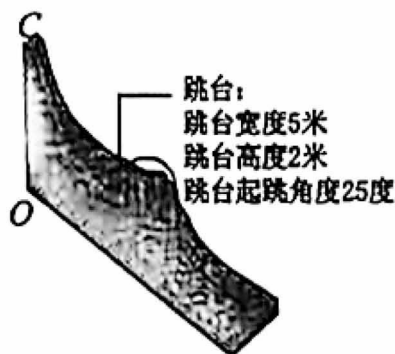
7. 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , $(a+b+c)(b+c-a)=3ac$ 且 $\sin A = 2\sin B \cos C$, 则 $\triangle ABC$ 是()

A. 直角三角形 B. 等腰三角形 C. 等边三角形 D. 等腰直角三角形

8. 若 $\triangle ABC$ 为钝角三角形, 且 $a=2, b=3$, 则边 c 的长度可以为()

A. 2.5 B. 3 C. 4

2022 年北京冬奥会拉开帷幕, 动作观赏性强、视觉冲击力大的自由式滑雪大跳台是目前“冬奥大家族”中最年轻的项目. 首钢滑雪大跳台实现了竞赛场馆与工业遗产再利用、城市更新的完整结合, 见证了中外运动员在大跳台“冲天一跳”的精彩表现和北京这座世界上独一无二“双奥之城”的无上荣光. 如图为大跳台示意图, 为测量大跳台最高处 C 点的高度, 小王在场馆内的 A, B 两点测得 C 的仰角分别为 45° 和 30° , $AB=60$ (单位: m), 且 $\angle AOB=30^\circ$, 则大跳台最高高度 $OC=$ ()



A. $45m$ B. $45\sqrt{2}m$ C. $60m$ D. $60\sqrt{3}m$

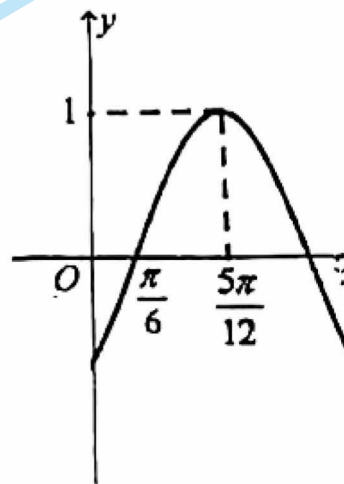
10. 已知函数 $f(x) = \sin(\omega x + \varphi)$ ($\omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$) 的部分图象如图所示, 则()

A. 函数 $f(x)$ 的最小正周期是 2π ;

B. 函数 $y = f\left(x + \frac{\pi}{12}\right)$ 的图象关于直线 $x = -\frac{\pi}{2}$ 对称;

C. 函数 $f(x)$ 在区间 $\left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$ 上单调递减;

D. 函数 $f(x)$ 在区间 $\left[\frac{3\pi}{4}, \frac{4\pi}{3}\right]$ 上的最大值是



二、填空题 (共 5 小题, 每小题 5 分, 共 25 分)

11. $\sin 15^\circ - \cos 15^\circ =$ _____

12. 已知向量 $a = (4, 3)$, $2a + b = (3, 18)$, 则向量 a 与 b 的夹角的余弦值为 _____

13. 已知 $\sin \alpha + \cos \beta = 1$, $\cos \alpha + \sin \beta = 0$, 则 $\sin(\alpha + \beta) =$ _____

14. $(1 + \tan 7^\circ)(1 + \tan 38^\circ)$ 的值为 _____

15. 已知 $\alpha \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$, $\beta \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$, $\tan \alpha = \frac{1 - \sin \beta}{\cos \beta}$, 若关于 α 的方程

 $\sin \alpha + \sin \beta + m = 0$ 有两个不相等的实数根, 则实数 m 的取值范围是 _____

三、解答题 (共 6 题, 满分 85 分)

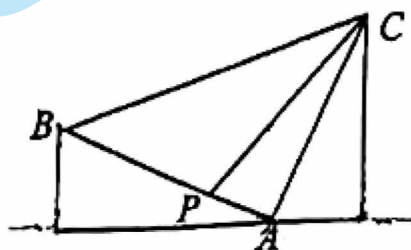
16. (15 分) 已知 $f(\alpha) = \frac{\sin(3\pi - \alpha) \cos(5\pi + \alpha)}{\cos^2\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) + \sin^2\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)}$,

(I) 化简 $f(\alpha)$, 并求 $f\left(\frac{\pi}{6}\right)$ 的值;(II) 若 $\tan \alpha = 3$, 求 $f(\alpha)$ 的值;(III) 若 $f(\alpha) = \frac{12}{25}$, $\alpha \in (0, \pi)$, 求 $\sin \alpha - \cos \alpha$ 的值.

17. (10 分) 已知 $\cos(\alpha - \beta) = -\frac{5}{13}$, $\cos \beta = \frac{4}{5}$, $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$, $\beta \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$,

求 $\cos(\alpha - 2\beta)$ 的值.

18. (15 分) 如图, 在四边形 $OBCD$ 中, $\overline{CD} = 2\overline{BO}$, $\overline{OA} = 2\overline{AD}$, $\angle D = 90^\circ$,

且 $|\overline{BO}| = |\overline{AD}| = 1$.(I) 用 $\overline{OA}$, $\overline{OB}$ 表示 $\overline{CB}$;(II) 点 P 在线段 AB 上, 且 $AB = 3AP$,求 $\cos \angle PCB$ 的值.

19. (15 分) 在 $\triangle ABC$ 中, $a = 3$, $b = 2\sqrt{6}$, $B = 2A$.

求 A 的值;试比较 $\angle B$ 与 $\angle C$ 的大小.

20. (15 分) 已知函数 $f(x) = \sqrt{3} \sin\left(\omega x + \frac{\pi}{6}\right) + 2 \sin^2\left(\frac{\omega x}{2} + \frac{\pi}{12}\right) - 1$ ($\omega > 0$) 的图像中相

邻两个对称轴之间的距离为 $\frac{\pi}{2}$.

(I) 求 $f(x)$ 的解析式;

(II) 将函数 $f(x)$ 的图像向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度, 再把各点的横坐标缩小为原来的 $\frac{1}{2}$ (纵坐标不变), 得到函数 $y = g(x)$ 的图像, 当 $x \in \left[-\frac{\pi}{12}, \frac{\pi}{6}\right]$ 时, 求函数 $g(x)$ 的值域;

(III) 对于第(2)问中的函数 $g(x)$, 记方程 $g(x) = \frac{4}{3}$ 在 $\left[\frac{\pi}{6}, \frac{4\pi}{3}\right]$ 上的根从小到大依次为 $x_1, x_2, \dots, x_n$, 若 $m = x_1 + 2x_2 + 2x_3 + \dots + 2x_{n-1} + x_n$, 试求 n 和 m 的值.

21. (15 分) 已知函数 $f(x) = A \sin(\omega x + \varphi)$ ($A > 0, \omega > 0, |\varphi| < \pi$) 的部分图像如图所

示, 点 B, D, F 为 $f(x)$ 与 x 轴的交点, 点 C, E 分别为 $f(x)$ 的最高点和最低

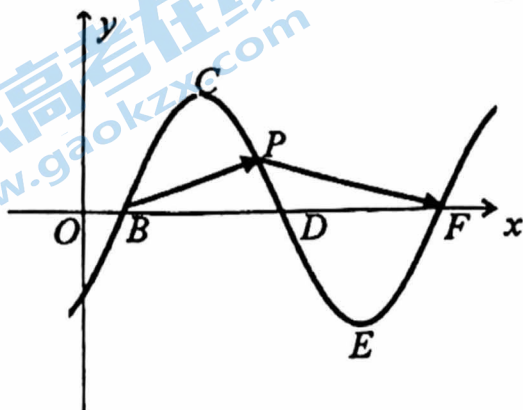
点, 若将其图像向右平移 $\frac{1}{2}$ 个单位后得到函数 $g(x)$ 的图像, 而函数 $g(x)$ 的最

小正周期为 4, 且在 $x = 0$ 处取得最小值.

(I) 求参数 ω 和 φ 的值;

(II) 若点 P 为函数 $f(x)$ 的图像上的动点, 当点 P 在 C, E 之间 (包含 C, E) 运动时, $\overrightarrow{BP} \cdot \overrightarrow{PF} \geq 1$ 恒成立, 求实数 A 的取值范围;

(III) 若 $M(x_1, y_1), N(x_2, y_2)$ 是 $f(x)$ 函数图像上的两点, 满足 $\overrightarrow{OM} + \overrightarrow{ON}$ 与 $\overrightarrow{OD}$ 共线, 且 MN 的中点不在函数 $f(x)$ 的图像上, 求 $\cos\left[\frac{\pi}{2}(x_2 - x_1)\right]$ 的值.



关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 “精益求精、专业严谨” 的建设理念，不断探索 “K12 教育+互联网+大数据” 的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供 “衔接和桥梁纽带” 作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯