2023 北京平谷中学初三（上）期中

数　　学

2023.11

一、选择题（本题共 8 道小题，每小题 2 分,共 16 分）

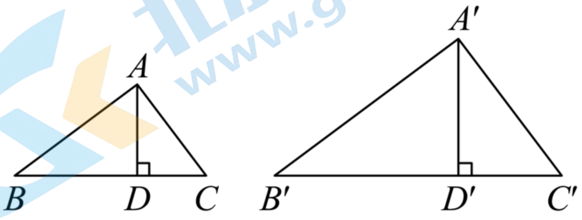
1. 已知 $ax=by$，且所有字母均表示正实数，则下列各式不成立的是（　　）

A. $\frac{a}{b}=\frac{x}{y}$　　B. $\frac{a}{y}=\frac{b}{x}$　　C. $\frac{y}{x}=\frac{a}{b}$　　D. $\frac{x}{b}=\frac{y}{a}$

2. 抛物线 $y=3(x-2)^2+5$ 的顶点坐标是（　　）

A. （－2，5）　　B. （－2，－5）　　C. （2，5）　　D. （2，－5）

3. 如图，$\triangle ABC\backsim\triangle A'B'C'$，$AD$ 和 $A'D'$ 分别是 $\triangle ABC$ 和 $\triangle A'B'C'$ 的高，若 $AD=2$，$A'D'=3$，则 $\triangle ABC$ 与 $\triangle A'B'C'$ 的面积的比为（　　）



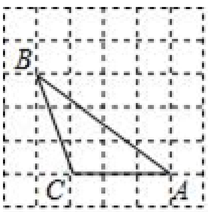
A. 4：9　　B. 9：4　　C. 2：3　　D. 3：2

4. 关于抛物线 $y=x^2+2x-1$，下列说法错误的是（　　）

A. 顶点坐标为（－1，－2）　　B. 对称轴是直线 $x=-1$

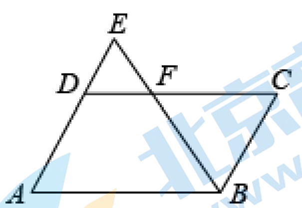
C. 开口向上　　D. 当 $x>-1$ 时，y 随 x 的增大而减小

5. 如图，在 6×6 的正方形网格中，△ABC 的顶点都在小正方形的顶点上，则 tan∠BAC 的值是(　)



A. $\frac{4}{5}$　　B. $\frac{4}{3}$　　C. $\frac{3}{4}$　　D. $\frac{3}{5}$

6. 如图，点 F 是 $ABCD$ 的边 CD 上一点，直线 BF 交 AD 的延长线于点 E，则下列结论正确的有(　　)



① $\frac{ED}{EA}=\frac{DF}{AB}$；② $\frac{DE}{BC}=\frac{EF}{FB}$；③ $\frac{BC}{DE}=\frac{BF}{BE}$；④ $\frac{BF}{BE}=\frac{BC}{AE}$.

A. 1 个　　　　　B. 2 个　　　　　C. 3 个　　　　　D. 4 个

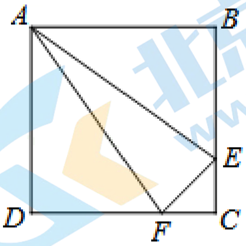
7. 根据下列表格的对应值，判断方程 $ax^2+bx+c=0$（$a\neq 0$，a，b，c 为常数）的一个解 x 的范围是（　　）

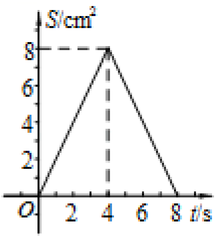
x	3.23	3.24	3.25	3.26
ax^2+bx+c	-0.06	-0.02	0.03	0.09

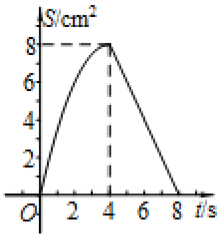
A. $3<x<3.23$　　　　B. $3.23<x<3.24$

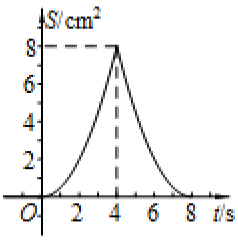
C. $3.24<x<3.25$　　　　D. $3.25<x<3.26$

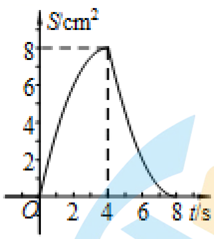
8. 如图，正方形 $ABCD$ 中，$AB=4cm$，点 E、F 同时从 C 点出发，以 $1cm/s$ 的速度分别沿 $CB-BA$、$CD-DA$ 运动，到点 A 时停止运动．设运动时间为 t（s），$\triangle AEF$ 的面积为 S（cm^2），则 S（cm^2）与 t（s）的函数关系可用图象表示为（　　）



A. 

B. 

C. 

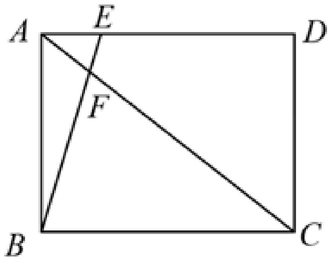
D. 

二、填空题（本题共 8 道小题，每小题 2 分，共 16 分）

9. 已知 $\frac{x}{y}=\frac{3}{5}$，那 $\frac{x}{x+y}$ 的值为__________.

10. 已知函数 $y=(m-1)x^{|m|-2}$ 是反比例函数，则 $m=$________.

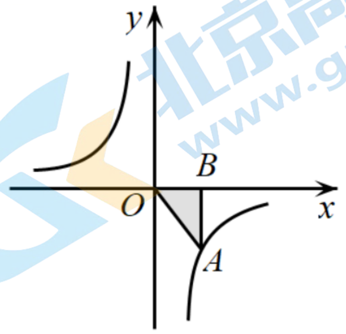
11. 如图，在矩形 $ABCD$ 中，若 $AB=3, AC=5, \frac{AF}{FC}=\frac{1}{4}$，则 AE 的长为_______.



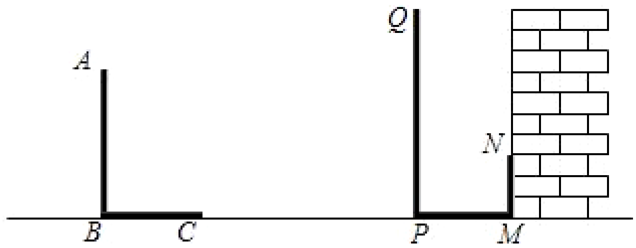
12. 将抛物线 $y=3x^2$ 先向上平移 1 个单位长度后，再向左平移 1 个单位长度，所得抛物线的解析式是________.

13. 若 $A(-4,y_1)$，$B(-3,y_2)$，$C(1,y_3)$ 为二次函数 $y=x^2+4x-5$ 的图像上的三点，则 y_1,y_2,y_3 的大小关系是____________.（用“<”连接）

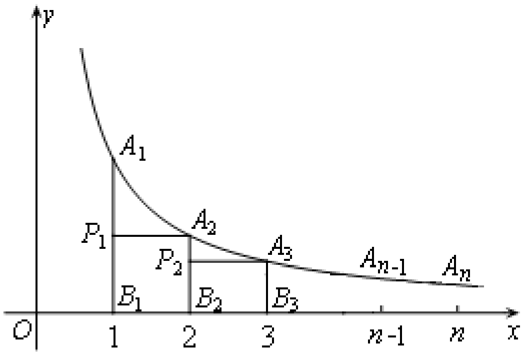
14. 如下图：点 A 在双曲线 $y=\dfrac{k}{x}$ 上，$AB\perp x$ 轴于 B，且△AOB 的面积 $S_{\triangle AOB}=3$，则 $k=$_____.



15. 在同一时刻两根木竿在太阳光下的影子如图所示，其中木竿 $AB=2$m，它的影子 $BC=1.5$m，木竿 PQ 的影子有一部分落在了墙上，$PM=1.2$m，$MN=0.8$m，则木竿 PQ 的长度为_______m.



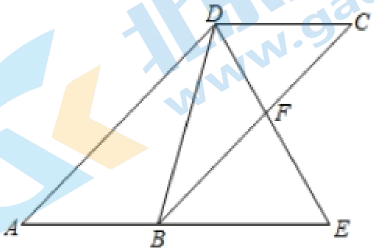
16. 如图，在反比例函数 $y=\dfrac{2}{x}(x>0)$ 的图象上有点 A_1，A_2，A_3，…，A_{n-1}，A_n，这些点的横坐标分别是 1，2，3，…，$n-1$，n 时，点 A_2 的坐标是_________；过点 A_1 作 x 轴的垂线，垂足为 B_1，再过点 A_2 作 $A_2P_1\perp A_1B_1$ 于点 P_1，以点 P_1、A_1、A_2 为顶点的 $\triangle P_1A_1A_2$ 的面积记为 S_1，按照以上方法继续作图，可以得到 $\triangle P_2A_2A_3$，…，$\triangle P_{n-1}A_{n-1}A_n$，其面积分别记为 S_2，…，S_{n-1}，则 $S_1+S_2+\cdots+S_n=$________.



三、解答题（17—21 题每题 5 分，22—26 题每小题 6 分，27 题 6 分，28 题 7 分）

17. 计算：$\sqrt{2}\cos 45° - 2\sin 60° + \sqrt{12} + \left(\frac{1}{3}\right)^{-1}$

18. 如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，连接 DB， F 是边 BC 上一点，连接 DF 并延长，交 AB 的延长线于 E，且 $\angle EDB = \angle A$.



（1）求证：$\triangle BDF \backsim \triangle BCD$；

（2）如果 $BD = 3\sqrt{5}$， $BC = 9$，求 BF 的值.

19. 已知：二次函数 $y=x^2 - mx+m - 2$

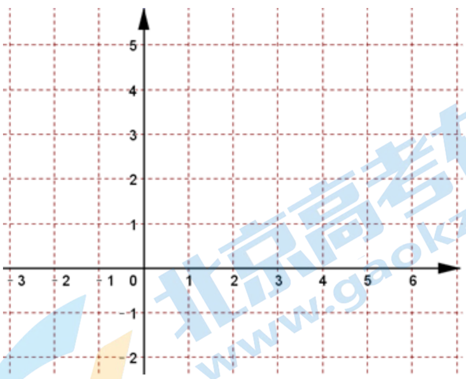
（1）求证：无论 m 为任何实数，该二次函数的图象与 x 轴都有两个交点；

（2）若图象经过原点，求二次函数的解析式.

20. 已知二次函数 $y = x^2 - 4x + 3$.

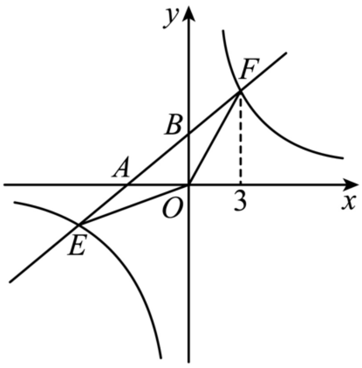
（1）将 $y = x^2 - 4x + 3$ 化成 $y = a(x-h)^2 + k$ 的形式，并写出顶点坐标；

（2）在所给的平面直角坐标系 xOy 中，画出它的示意图；



（3）当 $1 < x < 4$ 时，直接写出 y 的取值范围.

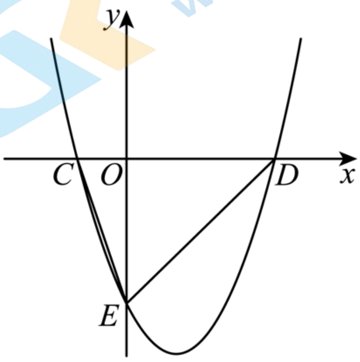
21. 如图，一次函数 $y=ax+\frac{3}{2}$ 图像与 x 轴，y 轴分别相交于 A 、 B 两点，与反比例函数 $y=\frac{k}{x}(k\neq 0)$ 的图像相交于点 E 、 F ，已知点 $A(-3,0)$，点 $F(3,t)$.



（1）求一次函数和反比例函数的表达式；

（2）结合该图像直接写出满足不等式 $\frac{k}{x}<ax+\frac{3}{2}$ 的解集.

22. 已知关于 x 的二次函数 $y=x^2-(m-2)x-3$.



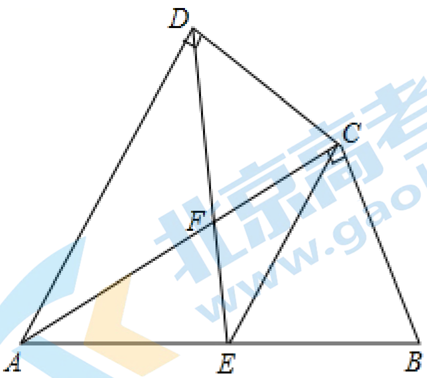
（1）该函数图象经过点 $A(2,-3)$.

①求这个二次函数的表达式及顶点坐标 B；

②分别求出这个二次函数图象与 x 轴交点坐标 C 、 D， y 轴的交点坐标 E；

（2）求 $\triangle CDE$ 的面积.

23. 如图，四边形 $ABCD$ 中， AC 平分 $\angle DAB, \angle ADC=\angle ACB=90^\circ$， E 为 AB 的中点，连接 CE, DE .



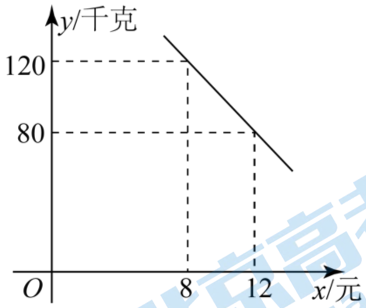
（1）求证： $AC^2=AB\cdot AD$；

（2）若 $AD=4, AB=6$，求 $\dfrac{AF}{FC}$ 的值.

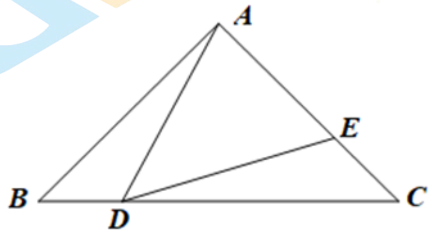
24. 某种杂交柑橘新品种，皮薄汁多，口感细嫩，风味极佳，深受怎么喜爱，某果农种植销售过程中发现，这种柑橘的种植成本为 6 元/千克，日销量 ykg 与销售单价 x（元）之间存在一次函数关系，如图所示

（1）求 y 与 x 之间的函数关系式

（2）该果农每天销售这种柑橘不低于 60 千克且不超过 150 千克，试求其销售单价定为多少时，除去种植成本后，每天销售利润最大？最大利润是多少？



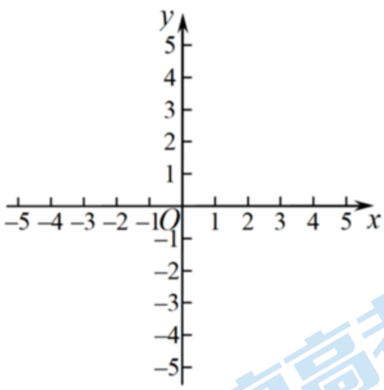
25. 如图，在等腰三角形 ABC 中，$\angle BAC=90°$，$AB=AC=2$，D 是 BC 边上的一个动点，（不与 B、C 重合）在 AC 边上取一点 E，使 $\angle ADE=45°$.



（1）求证：$\triangle ABD \backsim \triangle DCE$；

（2）设 $BD=x$，$AE=y$，求 y 关于 x 的函数关系式并写出自变量 x 的取值范围

26. 在平面直角坐标系 xOy 中，已知抛物线 G：$y=ax^2-2ax+3\ (a\neq 0)$



（1）当 $a>0$ 时，

①抛物线 G 的对称轴为 $x=$______；

②若在抛物线 G 上有两点 $(-1,\ y_1)$，$(m,\ y_2)$，且 $y_2>y_1$，则 m 的取值范围是______；

（2）抛物线 G 的对称轴与 x 轴交于点 M，点 M 与点 A 关于 y 轴对称，将点 M 向右平移 3 个单位长度得到

点 B，若抛物线 G 与线段 AB 恰有一个公共点，结合图象，求 a 的取值范围．

27. 在正方形 $ABCD$ 中，E 是 CD 边上一点（$CE>DE$），AE，BD 交于点 F．

（1）如图 1，过点 F 作 $GH\perp AE$，分别交边 AD，BC 于点 G，H．

求证：$\angle EAB=\angle GHC$；

（2）AE 的垂直平分线分别与 AD，AE，BD 交于点 P，M，N，连接 CN．

①依题意补全图形；

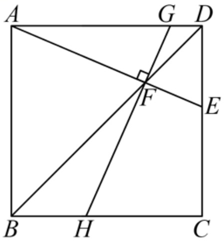
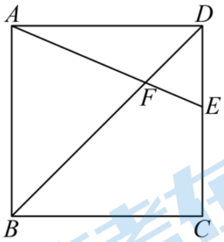


图1



备用图

②用等式表示线段 AE 与 CN 之间的数量关系，并证明．

28. 如图，在△ABC 中，∠ACB＝90°，CD⊥AB，

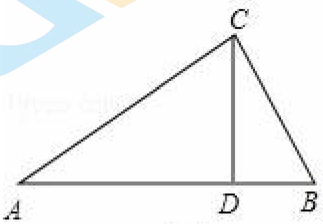


图1

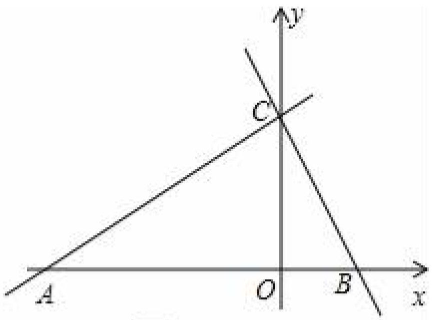


图2

（1）图 1 中共有______对相似三角形，写出来分别为______（不需证明）；

（2）已知 AB＝10，AC＝8，请你求出 CD 的长；

（3）在（2）的情况下，如果以 AB 为 x 轴，CD 为 y 轴，点 D 为坐标原点 O，建立直角坐标系（如图 2），若点 P 从 C 点出发，以每秒 1 个单位的速度沿线段 CB 运动，点 Q 出 B 点出发，以每秒 1 个单位的速度沿线段 BA 运动，其中一点最先到达线段的端点时，两点即刻同时停止运动；设运动时间为 t 秒是否存在点 P，使以点 B、P、Q 为顶点的三角形与△ABC 相似？若存在，请求出点 P 的坐标；若不存在，请说明理由．

参考答案

一、选择题（本题共 8 道小题，每小题 2 分,共 16 分）

1. 【答案】A

【分析】四个选项分别十字相乘验证即可.

【详解】解：四个选项分别十字相乘，

只有 A 选项是 ay=bx 不满足题意.

故选：A.

【点睛】本题考查的是比例式，我们可以从乘式来写比例，也可以从比例式十字相乘来验证乘式.

2. 【答案】C

【分析】根据二次函数的性质 $y=a(x-h)^2+k$ 的顶点坐标是$(h，k)$进行求解即可.

【详解】∵抛物线解析式为 $y=3(x-2)^2+5$，

∴二次函数图象的顶点坐标是(2，5).

故选 C.

【点睛】本题考查了二次函数的性质，根据抛物线的顶点式，可确定抛物线的开口方向，顶点坐标(对称轴)，最大(最小)值，增减性等.

3. 【答案】A

【分析】根据相似三角形的性质可直接得出结论.

【详解】解：∵ AD 和 $A'D'$ 分别是 $\triangle ABC$ 和 $\triangle A'B'C'$ 的高，若 $AD=2$， $A'D'=3$，

∴其相似比为 2：3，

∴ $\triangle ABC$ 与 $\triangle A'B'C'$ 的面积的比为 4：9；

故选：A.

【点睛】本题考查的是相似三角形的性质，熟知相似三角形（多边形）的高的比等于相似比是解答此题的关键.

4. 【答案】D

【分析】先将一般式化为顶点式，根据顶点式进行判断.

【详解】解：抛物线 $y=x^2+2x-1=(x+1)^2-2$，则顶点坐标为(-1，-2)，故 A 正确；对称轴为 x=-1，故 B 正确；因为 a=1＞0，开口向上，故 C 正确；由于抛物线开口向上且对称轴为 x=-1，当 x＞－1 时，y 随 x 的增大而增大，故 D 错误；

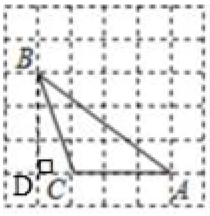
故选择 D.

【点睛】本题考查了二次函数的基本性质，将一般式化为顶点式是解题关键.

5. 【答案】C

【分析】过点 B 作 BD⊥AC，交 AC 延长线于点 D，利用正切函数的定义求解可得.

【详解】如图，过点 B 作 BD⊥AC，交 AC 延长线于点 D，



则 $\tan\angle BAC=\dfrac{BD}{AD}=\dfrac{3}{4}$，

故选 C．

【点睛】本题主要考查三角函数的定义，解题的关键是掌握正切函数的定义：锐角 A 的对边 a 与邻边 b 的比叫做∠A 的正切．

6. 【答案】C

【分析】由四边形 ABCD 是平行四边形，可得 CD∥AB，AD∥BC，CD=AB，AD=BC，然后根据平行线分线段成比例定理，对各个结论进行分析即可求得答案．

【详解】∵四边形 *ABCD* 是平行四边形，

∴$CD\parallel AB, AD\parallel BC$，$CD=AB$，$AD=BC$，

∴$\dfrac{ED}{EA}=\dfrac{DF}{AB}$，故①正确；

∴$\dfrac{DE}{AD}=\dfrac{EF}{FB}$,即$\dfrac{DE}{BC}=\dfrac{EF}{FB}$，故②正确；

∴$\dfrac{BC}{DE}=\dfrac{BF}{EF}$，故③错误；

∴$\dfrac{BF}{BE}=\dfrac{AD}{AE}$,即$\dfrac{BF}{BE}=\dfrac{BC}{AE}$，故④正确.

故选:C.

【点睛】考查平行线分线段成比例, 平行四边形的性质，比较基础，难度不大.

7. 【答案】C

【分析】本题考查了二次函数与一元二次方程，令 $y=ax^2+bx+c$（$a\neq 0$，a，b，c 为常数），根据二次函数的图象与 x 轴有交点时，方程 $ax^2+bx+c=0$ 有解，进而可求解．

【详解】解：令 $y=ax^2+bx+c$（$a\neq 0$，a，b，c 为常数），

当 $x=3.24$ 时，$ax^2+bx+c=-0.02$，

当 $x=3.25$ 时，$ax^2+bx+c=0.03$，

$\therefore 3.24<x<3.25$ 时，二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象与 x 轴有一个交点，

即方程 $ax^2+bx+c=0$ 的一个解 x 的范围是 $3.24<x<3.25$，

故选 C．

8. 【答案】D

【详解】试题分析：分类讨论：当 $0\le t\le 4$ 时，利用 $S=S_{正方形ABCD}-S_{\triangle ADF}-S_{\triangle ABE}-S_{\triangle CEF}$ 可得 $S=-\frac{1}{2}t^2+4t$，配成顶点式得 $S=-\frac{1}{2}(t-4)^2+8$，此时抛物线的开口向下，顶点坐标为（4，8）；当 $4<t\le 8$ 时，直接根据三角形面积公式得到 $S=\frac{1}{2}(8-t)^2=\frac{1}{2}(t-8)^2$，此时抛物线开口向上，顶点坐标为（8，0），于是根据这些特征可对四个选项进行判断．

解：当 $0\le t\le 4$ 时，$S=S_{正方形ABCD}-S_{\triangle ADF}-S_{\triangle ABE}-S_{\triangle CEF}$

$=4\cdot 4-\frac{1}{2}\cdot 4\cdot(4-t)-\frac{1}{2}\cdot 4\cdot(4-t)-\frac{1}{2}\cdot t\cdot t$

$=-\frac{1}{2}t^2+4t$

$=-\frac{1}{2}(t-4)^2+8$；

当 $4<t\le 8$ 时，$S=\frac{1}{2}\cdot(8-t)^2=\frac{1}{2}(t-8)^2$．

故选 D．

考点：动点问题的函数图象．

二、填空题（本题共 8 道小题，每小题 2 分，共 16 分）

9. 【答案】$\frac{3}{8}$

【分析】设 $x=3k$，$y=5k$，其中$(k\neq 0)$，代入即可消去 k 即可求解．

【详解】解：由 $\frac{x}{y}=\frac{3}{5}$ 可知，设 $x=3k$，$y=5k$，其中$(k\neq 0)$，

则 $x+y=8k$，

$\therefore \frac{x}{x+y}=\frac{3k}{8k}=\frac{3}{8}$，

故答案为：$\frac{3}{8}$．

【点睛】本题考查了比例的基本性质及运算，属于基础题．

10. 【答案】-1

【分析】根据反比例函数的解析式 $y=kx^{-1}\left(k\neq 0\right)$，得 $|m|-2=-1$，且 $m-1\neq 0$，求解即可．

【详解】解：由题意得：$|m|-2=-1$，且 $m-1\neq 0$

$\therefore m=-1$，

故答案为：-1．

【点睛】本题考查了反比例函数的定义，一般地，形如 $y=\frac{k}{x}\left(k\neq 0\right)$，则 y 叫 x 的反比例函数，熟练掌握

反比例函数解析式三种形式 $y=\frac{k}{x}(k\neq 0)$， $y=kx^{-1}(k\neq 0)$， $xy=k(k\neq 0)$ 是解题的关键．

11．【答案】1

【分析】根据勾股定理求出 BC，以及平行线分线段成比例进行解答即可．

【详解】解：在矩形 $ABCD$ 中， $AD\parallel BC$ ， $\angle ABC=90^\circ$，

$\therefore \frac{AE}{BC}=\frac{AF}{FC}=\frac{1}{4}$， $BC=\sqrt{AC^2-AB^2}=\sqrt{5^2-3^2}=4$，

$\therefore \frac{AE}{4}=\frac{1}{4}$，

$\therefore AE=1$，

故答案为：1．

【点睛】此题考查了勾股定理以及平行线分线段成比例，掌握平行线分线段成比例是解题的关键．

12．【答案】 $y=3(x+1)^2+1$

【分析】本题考查了二次函数图象的平移，根据图象平移规律即可求解，掌握：“自变量加减左右移，函数值加减上下移”的平移规律是解题的关键．

【详解】解：抛物线 $y=3x^2$ 先向上平移 1 个单位长度后，再向左平移 1 个单位长度得到抛物线的解析式是 $y=3(x+1)^2+1$，

故答案为： $y=3(x+1)^2+1$．

13．【答案】 $y_2<y_1<y_3$

【分析】分别将 $A(-4,y_1)$， $B(-3,y_2)$， $C(1,y_3)$ 代入解析式分别计算出 y_1,y_2,y_3 的值，然后比较大小．

【详解】解：把 $A(-4,y_1)$ 代入 $y=x^2+4x-5$ 得 $y_1=16-16-5=-5$，

把 $B(-3,y_2)$ 代入 $y=x^2+4x-5$ 得 $y_2=9-12-5=-8$，

把 $C(1,y_3)$ 代入 $y=x^2+4x-5$ 得 $y_3=1+4-5=0$，

$\therefore y_2<y_1<y_3$．

故答案为： $y_2<y_1<y_3$

【点睛】本题考查了二次函数图象上点的坐标特征：二次函数图象上点的坐标满足其解析式．

14．【答案】-6

【分析】根据反比例函数的比例系数 k 的几何意义得到 $\frac{1}{2}|k|=3$，然后解绝对值方法即可得到满足条件的 k 的值．

【详解】解：$\because AB\perp x$ 轴于 B，

$\therefore S_{\triangle AOB}=\frac{1}{2}|k|$，

即 $\frac{1}{2}|k|=3$，

而 $k<0$，

$\therefore k=-6$．

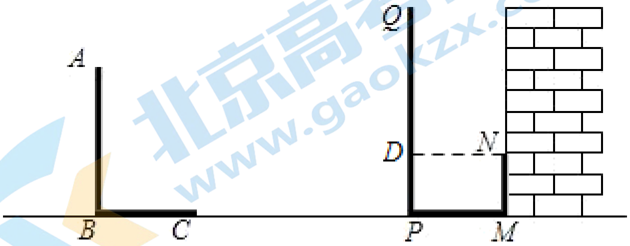
故答案为：-6．

【点睛】本题主要考查了反比例函数的几何意义，熟练掌握本题主要考查了反比例函数 $y=\dfrac{k}{x}(k\neq 0)$ 中 k 的几何意义，即过双曲线上任意一点引 x 轴、y 轴垂线，所得三角形面积等于 $\frac{1}{2}|k|$ 是解题的关键．

15.【答案】2.4

【分析】过 N 点作 ND⊥PQ 于 D，先根据同一时刻物高与影长成正比求出 QD 的影长，再求出 PQ 即可．

【详解】解：如图，过 N 点作 ND⊥PQ 于 D，



$\therefore \dfrac{BC}{AB}=\dfrac{DN}{QD}$，

又∵AB=2，BC=1.5，DN=PM=1.2， NM=0.8，

$\therefore \dfrac{1.5}{2}=\dfrac{1.2}{QD}$，

∴QD=1.6，

∴PQ=QD+DP=QD+NM=1.6+0.8=2.4（m）．

故答案为：2.4．

【点睛】在运用相似三角形的知识解决实际问题时，要能够从实际问题中抽象出简单的数学模型，然后列出相关数据的比例关系式，从而求出结论．

16.【答案】 ①. $(2,1)$ ②. $\dfrac{n}{n+1}$##$\dfrac{n}{1+n}$

【分析】由点 A_2 在 $y=\dfrac{2}{x}$ 上和 A_2 的横坐标为 2，可得点 A_2 的坐标．求出 A_1、A_2、A_3、A_4、$\cdots$ 的纵坐标，从而可计算出 S_1、S_2、S_3、$S_4\cdots$ 的高，进而求出 S_1、S_2、S_3、$S_4\cdots$，从而得出 $S_1+S_2+\cdots+S_n$ 的值．本题主要考查反比例函数的性质，依据函数图像探索坐标值规律变化，进而考查三角形面积之和．

【详解】因为点 A_2 在 $y=\dfrac{2}{x}$ 上且 A_2 的横坐标为 2，可得点 A_2 的坐标是 $(2,1)$．

当 $x=1$ 时，A_1 的纵坐标为 2，当 $x=2$ 时，A_2 的纵坐标为 1，当 $x=3$ 时，A_3 的纵坐标为 $\dfrac{2}{3}$，当 $x=4$

时，A_4 的纵坐标为$\frac{1}{2}$，当 $x=5$ 时，A_5 的纵坐标为 $\frac{2}{5}$，…，当 $x=n$ 时，A_n 的纵坐标为 $\frac{2}{n}$，

则 $S_1=\frac{1}{2}\times1\times(2-1)=\frac{1}{2}\left(\frac{2}{1}-\frac{2}{2}\right)$，

$S_2=\frac{1}{2}\times1\times\left(1-\frac{2}{3}\right)=\frac{1}{2}\left(\frac{2}{2}-\frac{2}{3}\right)$，

$S_3=\frac{1}{2}\times1\times\left(\frac{2}{3}-\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{2}\left(\frac{2}{3}-\frac{2}{4}\right)$，

$S_4=\frac{1}{2}\times1\times\left(\frac{1}{2}-\frac{2}{5}\right)=\frac{1}{2}\left(\frac{2}{4}-\frac{2}{5}\right)$，

…

$S_n=\frac{1}{2}\times1\times\left(\frac{2}{n}-\frac{2}{n+1}\right)=\frac{1}{2}\left(\frac{2}{n}-\frac{2}{n+1}\right)$.

$\therefore S_1+S_2+\ldots+S_n=\frac{1}{2}\left(\frac{2}{1}-\frac{2}{2}\right)+\frac{1}{2}\left(\frac{2}{2}-\frac{2}{3}\right)+\ldots+\frac{1}{2}\left(\frac{2}{n}-\frac{2}{n+1}\right)=\frac{1}{2}\left(2-\frac{2}{n+1}\right)=1-\frac{1}{n+1}=\frac{n}{n+1}$.

三、解答题（17—21 题每题 5 分，22—26 题每小题 6 分，27 题 6 分，28 题 7 分）

17.【答案】$4+\sqrt{3}$

【分析】本题考查了特殊角的三角函数值、二次根式化简、幂运算，熟练掌握 45°、60° 的三角函数值、一个数的负一次方等于这个数的倒数是解答本题的关键．化简整理得实数的运算，根据实数的运算法则求得计算结果．

【详解】解：$\sqrt{2}\cos45°-2\sin60°+\sqrt{12}+\left(\frac{1}{3}\right)^{-1}$

$=\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}-2\times\frac{\sqrt{3}}{2}+2\sqrt{3}+3$

$=1-\sqrt{3}+2\sqrt{3}+3$

$=4+\sqrt{3}$

故答案为 $4+\sqrt{3}$

18.【答案】（1）证明见解析

（2）5

【分析】（1）根据平行四边形对角相等可得 $\angle A=\angle C$，又 $\angle EDB=\angle A$，等量代换可得 $\angle C=\angle EDB$，再结合公共角 $\angle DBC=\angle FBD$，即可证明 $\triangle BDF\backsim\triangle BCD$；

（2）根据（1）的结论，列出比例式代入数值计算可得 $BF=5$．

【小问 1 详解】

证明：$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\therefore \angle A = \angle C$，

$\because \angle EDB = \angle A$，

$\therefore \angle C = \angle EDB$，

又$\because \angle DBC = \angle FBD$，

$\therefore \triangle BDF \backsim \triangle BCD$；

【小问 2 详解】

解：$\because \triangle BDF \backsim \triangle BCD$，

$\therefore \dfrac{BD}{BC} = \dfrac{BF}{BD}$，

$\because BD = 3\sqrt{5}$，$BC = 9$，

$\therefore BF = \dfrac{BD^2}{BC} = \dfrac{\left(3\sqrt{5}\right)^2}{9} = 5$.

【点睛】本题考查了平行四边形的性质，相似三角形的性质与判定，掌握相似三角形的性质与判定是解题的关键.

19.【答案】（1）见解析；（2）$y=x^2-2x$.

【分析】（1）根据二次函数与一元二次方程的关系，利用根的判别式大于零即可证明二次函数的图像与 x 轴都有两个交点；

（2）因为函数图象经过原点，将（0，0）代入函数解析式求得 m 的值即可.

【详解】（1）证明：$\triangle=(-m)^2-4(m-2)=m^2-4m+8=(m-2)^2+4>0$

∴无论 m 为任何实数，该二次函数的图象与 x 轴都有两个交点，

（2）解：把（0，0）代入 $y=x^2-mx+m-2$ 得 $m-2=0$，解得 $m=2$，

所以抛物线解析式为 $y=x^2-2x$.

【点睛】本题主要考查了根据根的判别式判断二次函数的图像与轴的交点的个数以及待定系数法求函数解析式.

20.【答案】（1）$y=\left(x-2\right)^2-1$，顶点坐标为 $2,-1$

（2）见解析　（3）$-1 \le y < 3$

【分析】此题考查二次函数的图象及性质：

（1）根据配方法配成顶点式解析式，即可求出顶点坐标；

（2）利用五点法画出函数图象；

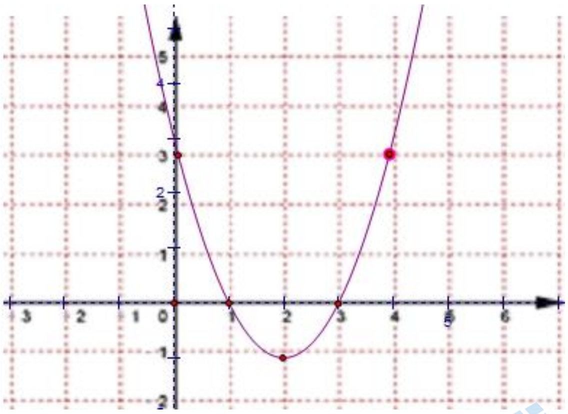
（3）利用二次函数的性质解答即可；

【小问 1 详解】

解：$y=x^2-4x+3=x^2-4x+4-1=\left(x-2\right)^2-1$，

∴顶点坐标为 $2,-1$ ；

【小问 2 详解】



【小问 3 详解】

当 $x=1$ 时， $y=0$；当 $x=4$ 时， $y=3$，

∵顶点坐标 $2,-1$ ，

∴当 $x=2$ 时，函数有最小值 -1，

∴当 $1<x<4$ 时， y 的取值范围是 $-1\le y<3$．

21. 【答案】(1) $y=\frac{9}{x}$， $y=\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}$

(2) $-6<x<0$ 或 $x>3$

【分析】(1) 将 $A(-3,0)$ 代入一次函数，求得一次函数解析式和 F 点的坐标，即可求解；

(2) 求得点 E 的坐标，结合函数图象，即可求得不等式 $\frac{k}{x}<ax+\frac{3}{2}$ 的解集.

【小问 1 详解】

解：将 $A(-3,0)$ 代入一次函数 $\mathrm{y}=\mathrm{ax}+\frac{3}{2}$，可得

$-3a+\frac{3}{2}=0$，解得 $a=\frac{1}{2}$，即 $y=\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}$，

将 $F(3,t)$ 代入 $y=\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}$ 可得：$t=\frac{1}{2}\times3+\frac{3}{2}=3$，即 $F(3,3)$，

$k=3\times3=9$，即 $y=\frac{9}{x}$，

故答案为： $y=\frac{9}{x}$， $y=\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}$；

【小问 2 详解】

联立一次函数和反比例函数可得： $\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}=\frac{9}{x}$，

即 $x^2+3x-18=0$，

解得 $x_1=-6$， $x_2=3$，

$y=\frac{1}{2}\times(-6)+\frac{3}{2}=-\frac{3}{2}$ 即 $E(-6,-\frac{3}{2})$，

根据函数图象可得：不等式 $\frac{k}{x}<ax+\frac{3}{2}$ 的解集为 $-6<x<0$ 或 $x>3$，

故答案为：$-6<x<0$ 或 $x>3$

【点睛】此题考查了一次函数与反比例函数的综合应用，解题的关键是熟练掌握一次函数与反比例函数的有关性质．

22.【答案】（1）① $y=x^2-2x-3$，顶点坐标为 $(1,-4)$，② $C(-1,0)$， $D(3,0)$． $E(0,-3)$；

（2）6

【分析】（1）①由待定系数法确定函数关系式，然后将其转化为顶点式方程，直接写出顶点坐标；

②将二次函数解析式转化为方程，然后解方程即可；

（2）根据三角形面积公式计算即可．

【小问 1 详解】

解：①∵该二次函数图象经过点 $(2,-3)$，

$\therefore -3=2^2-2(m-2)-3$，

解得 $m=4$．

$\therefore$ 二次函数的表达式为 $y=x^2-2x-3$．

$\because y=x^2-2x-3=(x-1)^2-4$，

$\therefore$ 二次函数顶点坐标为 $(1,-4)$；

②令 $x=0$，则 $y=-3$．

$\therefore$ 该二次函数图象与 y 轴的交点 E 的坐标为 $(0,-3)$．

令 $y=0$，则 $x_1=-1$， $x_2=3$．

$\therefore$ 该二次函数图象与 x 轴的交点 C、D 的坐标分别为 $(-1,0)$， $(3,0)$．

【小问 2 详解】

$$S_{\triangle CDE}=\frac{1}{2}CD\cdot OE=\frac{1}{2}(3+1)\times3=6$$

【点睛】主要考查了待定系数法求函数解析式、化一般式为顶点式，抛物线与坐标轴的交点坐标的求法，解题关键是要会利用方程求抛物线与坐标轴的交点．

23.【答案】（1）见解析；（2）$\frac{4}{3}$

【分析】（1）证明 $\triangle ADC\backsim\triangle ACB$，根据相似三角形的性质解答；

（2）根据直角三角形的性质求得 CE，再证明 $\triangle AFD\backsim\triangle CFE$，根据相似三角形的性质计算即可得解．

【详解】（1）证明：$\because AC$ 平分 $\angle DAB$，

$\therefore \angle DAC=\angle CAB$，

又$\because \angle ADC=\angle ACB=90^\circ$，

$\therefore \triangle ADC \backsim \triangle ACB$，

$\therefore \dfrac{AC}{AB}=\dfrac{AD}{AC}$，

$\therefore AC^2=AB\cdot AD$；

（2）$\because \angle ACB=90^\circ$，$E$为$AB$的中点，$AB=6$，

$\therefore CE=AE=\dfrac{1}{2}AB=3$，

$\therefore \angle EAC=\angle ECA$，

$\because \angle DAC=\angle CAB$，

$\therefore \angle DAC=\angle ECA$，

又$\because \angle DFA=\angle EFC$，

$\therefore \triangle AFD \backsim \triangle CFE$，

$\therefore \dfrac{AF}{FC}=\dfrac{AD}{CE}$，

$\because AD=4$，$CE=3$，

$\therefore \dfrac{AF}{AC}=\dfrac{4}{3}$．

【点睛】本题考查的是相似三角形的判定和性质，掌握相似三角形的判定定理和性质定理是解题的关键，也考查了直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半．

24. 【答案】（1）$y=-10x+200$；（2）当$x=13$时，果农每天获得利润最大，最大利润为490元．

【分析】（1）设$y=kx+b$，根据待定系数法即可得到结论；

（2）设每天销售利润为W元，根据题意求得函数关系式，根据二次函数的性质即可得到结论．

【详解】解：（1）设$y=kx+b$，

$\because$一次函数的图形过$(8,120)$，$(12,80)$，

$\therefore \begin{cases}8k+b=120\\12k+b=80\end{cases}$，

解得：$\begin{cases}k=-10\\b=200\end{cases}$，

$\therefore y$与x之间的函数关系式为$y=-10x+200$；

（2）设每天销售利润为W元，

根据题意得，$W=(x-6)(-10x+200)=-10(x-13)^2+490$，

$\because 60\leqslant -10x+200\leqslant 150$，

$\therefore 5\leqslant x\leqslant 14$，

$\therefore$当$x=13$时，$W_{最大}=490$，

答：其销售单价定为 13 时，除去种植成本后，每天销售利润最大，最大利润是 490 元．

【点睛】此题主要考查了待定系数法求一次函数的解析式，二次函数的应用．在解答时理清题意，根据总利润公式得到二次函数解析式是解题关键．

25. 【答案】（1）见解析 （2）$y=\frac{1}{2}x^2-\sqrt{2}x+2$，$0<x<2\sqrt{2}$

【分析】本题考查的是相似三角形的判定和性质、等腰直角三角形的性质、二次函数的性质，

（1）根据等腰直角三角形的性质得到$\angle B=\angle C=45°$，根据三角形的外角性质得到$\angle BAD=\angle EAC$，根据相似三角形的判定定理证明结论；

（2）根据相似三角形的性质列出比例式，代入计算得到 y 关于 x 的函数关系式．

【小问 1 详解】

证明：$\because \angle BAC=90°$，$AB=AC=2$，

$\therefore \angle B=\angle C=45°$，$BC=2\sqrt{2}$，

$\because \angle ADC=\angle B+\angle BAD=45°+\angle BAD$，

$\because \angle ADE=45°$

$\therefore \angle ADC=\angle ADE+\angle EDC=45°+\angle EDC$，

$\therefore \angle BAD=\angle EDC$，

又$\because \angle B=\angle C$，

$\therefore \triangle ABD\backsim\triangle DCE$；

【小问 2 详解】

解：$\because \triangle ABD\backsim\triangle DCE$，

$\therefore \frac{BD}{EC}=\frac{AB}{CD}$，

$\because BD=x$，$AE=y$，$AB=AC=2$，$BC=2\sqrt{2}$，

$\therefore \frac{x}{2-y}=\frac{2}{2\sqrt{2}-x}$，

$\therefore y=\frac{1}{2}x^2-\sqrt{2}x+2$，

由题意得：$\begin{cases}x>0\\2\sqrt{2}-x>0\end{cases}$，

$\therefore 0<x<2\sqrt{2}$．

26. 【答案】（1）①1；②$m<-1$或$m>3$；

（2）$-1<a\le-\frac{3}{8}$或$a=3$．

【分析】（1）①根据对称轴公式求解即可；②根据抛物线的对称性得出$(-1,y_1)$关于对称轴对称的点为

$(3,y_1)$，再由二次函数的增减性质即可得出结果；

（2）由函数解析式确定对称轴及对称轴与 x 轴的交点 A，然后分别将点 M、N、A 点的坐标代入抛物线确定出相应的 a 的值，结合函数的图象和性质即可得出结果．

【小问 1 详解】

当 $a>0$ 时，

①抛物线的对称轴为：$x=-\dfrac{-2a}{2a}=1$，

故答案为：1；

②由①得抛物线的对称轴为 $x=1$，则 $(-1,y_1)$ 关于对称轴对称的点为 $(3,y_1)$，

$\because a>0$，

$\therefore$ 当 $x<1$ 时，y 随 x 增大而减小；当 $x>1$ 时，y 随 x 增大而增大；

$\therefore y_2>y_1$ 时，$m<-1$ 或 $m>3$，

故答案为：$m<-1$ 或 $m>3$；

【小问 2 详解】

$\because$ 抛物线 $G: y=ax^2-2ax+3(a\neq 0$ 的对称轴为 $x=1$，且对称轴与 x 轴交于点 M，

$\therefore$ 点 M 的坐标为 $(1,0)$．

$\because$ 点 M 与点 A 关于 y 轴对称，

$\therefore$ 点 A 的坐标为 $(-1,0)$．

$\because$ 点 M 右移 3 个单位得到点 B，

$\therefore$ 点 B 的坐标为 $(4,0)$．

依题意，抛物线 G 与线段 AB 恰有一个公共点，

把点 $A(-1,0)$ 代入 $y=ax^2-2ax+3$，可得 $a=-1$；

把点 $B(4,0)$ 代入 $y=ax^2-2ax+3$，可得 $a=-\dfrac{3}{8}$；

把点 $M(1,0)$ 代入 $y=ax^2-2ax+3$，可得 $a=3$．

可知抛物线 G 与线段 AB 恰有一个公共点时可得：$-1<a\le -\dfrac{3}{8}$ 或 $a=3$．

【点睛】本题主要考查二次函数的图象和性质，函数图象与坐标轴的交点问题，熟练掌握二次函数的基本性质结合函数图象求解是解题关键．

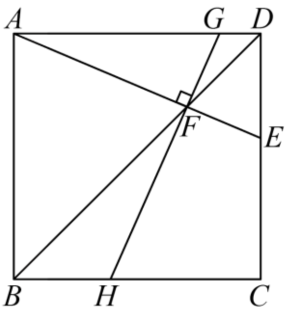
27.【答案】（1）详见解析；（2）①补全图形，如图所示．② $AE=\sqrt{2}CN$．详见解析

【分析】（1）根据正方形的性质，有 $AD\parallel BC$，$\angle BAD=90°$，得到 $\angle AGH=\angle GHC$，再根据 $GH\perp AE$，得到 $\angle EAB=\angle AGH$，即可证明．

（2）①根据垂直平分线的作法步骤进行即可．

②连接 AN，连接 EN 并延长，交 AB 边于点 Q，根据正方形的性质，得到 $NA=NC$，$\angle 1=\angle 2$，再根据垂直平分线的性质，得到 $NA=NE$，进而得到 $NC=NE$，$\angle 3=\angle 4$，在正方形 $ABCD$ 中，$BA\parallel CE$，$\angle BCD=90°$，得到 $\angle AQE=\angle 4$，$\angle 1+\angle AQE=\angle 2+\angle 3=90°$，$\angle ANE=\angle ANQ=90°$，最后在 Rt$\triangle ANE$ 中，即可求解．

【详解】（1）证明：在正方形 $ABCD$ 中，$AD\parallel BC$，$\angle BAD=90°$，



$\therefore \angle AGH=\angle GHC$．

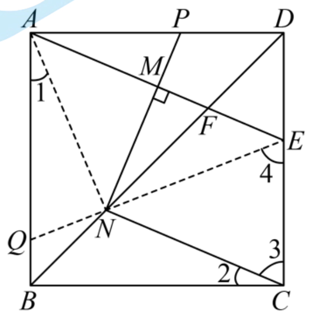
$\because GH\perp AE$，

$\therefore \angle EAB=\angle AGH$．

$\therefore \angle EAB=\angle GHC$．

（2）①补全图形，如图所示．

② $AE=\sqrt{2}CN$．



证明：连接 AN，连接 EN 并延长，交 AB 边于点 Q．

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形，

$\therefore$ 点 A，点 C 关于 BD 对称．

$\therefore NA=NC$，$\angle 1=\angle 2$．

$\because PN$ 垂直平分 AE，

$\therefore NA=NE$．

$\therefore NC=NE$．

$\therefore \angle 3=\angle 4$．

在正方形 $ABCD$ 中，$BA\parallel CE$，$\angle BCD=90°$，

$\therefore \angle AQE=\angle 4$．

$\therefore \angle 1+\angle AQE=\angle 2+\angle 3=90°$．

$\therefore \angle ANE=\angle ANQ=90°$．

在 Rt$\triangle ANE$ 中，

$\therefore AE=\sqrt{2}CN$.

【点睛】此题主要考查正方形的性质、垂直平分线的性质和勾股定理，熟练掌握性质就解题关键.

28.【答案】（1）3 对，分别是：△ABC∽△ACD，△ABC∽△CBD，△ACD∽△CBD；（2）4.8；（3）存在，（1.35，3）或（3.15，1.8）.

【分析】（1）根据两角对应相等的两三角形相似即可得到 3 对相似三角形，分别为：△ABC∽△ACD，△ABC∽△CBD，△ABC∽△CBD；

（2）先在△ABC 中由勾股定理求出 BC 的长，再根据△ABC 的面积不变得到$\frac{1}{2}$AB•CD=$\frac{1}{2}$AC•BC，即可求出 CD 的长；

（3）由于∠B 公共，所以以点 B、P、Q 为顶点的三角形与△ABC 相似时，分两种情况进行讨论：①△PQB∽△ACB；②△QPB∽△ACB.

【详解】解：（1）图 1 中共有 3 对相似三角形，分别为：△ABC∽△ACD，△ABC∽△CBD，△ABC∽△CBD.

故答案为 3，△ABC∽△ACD，△ABC∽△CBD，△ABC∽△CBD；

（2）如图 1，在△ABC 中，

∵∠ACB=90°，AB=10，AC=8，

∴BC=$\sqrt{AB^2-AC^2}=$=6.

∵△ABC 的面积=$\frac{1}{2}$AB•CD=$\frac{1}{2}$AC•BC，

∴CD=$\frac{AC\cdot BC}{AB}=\frac{6\times 8}{10}$=4.8；

（3）存在点 P，使以点 B、P、Q 为顶点的三角形与△ABC 相似，

理由如下：

在△BOC 中，∵∠COB=90°，BC=6，OC=4.8，

∴OB=$\sqrt{BC^2-CO^2}=$=3.6.

分两种情况：①当∠BQP=90°时，如图 2①，此时△PQB∽△ACB，

$\therefore \frac{BP}{AB}=\frac{BQ}{BC}$，

$\therefore \frac{6-t}{10}=\frac{t}{6}$，解得 t=2.25，即 BQ=CP=2.25，

∴OQ=OB﹣BQ=3.6﹣2.25=1.35，BP=BC﹣CP=6﹣2.25=3.75.

在△BPQ 中，由勾股定理，得 PQ=$\sqrt{BP^2-BQ^2}=\sqrt{3.75^2-2.25^2}=3$，

∴点 P 的坐标为（1.35，3）；

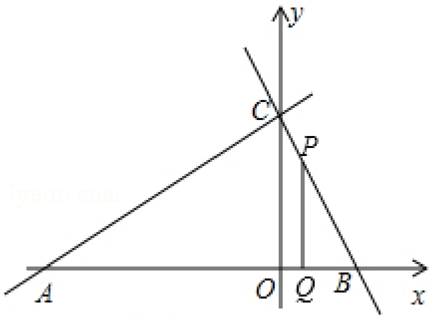


图2 ①

②当∠BPQ=90°时，如图 2②，此时△QPB∽△ACB，

$\therefore \dfrac{BP}{BC}=\dfrac{BQ}{AB}$，

$\therefore \dfrac{6-t}{6}=\dfrac{t}{10}$，

解得 t=3.75，即 BQ=CP=3.75，BP=BC﹣CP=6﹣3.75=2.25．

过点 P 作 PE⊥x 轴于点 E．

∵△QPB∽△ACB，

$\therefore \dfrac{PD}{CO}=\dfrac{BQ}{AB}$，

$\therefore \dfrac{PD}{4.8}=\dfrac{3.75}{10}$，

∴PE=1.8．

在△BPE 中，BE=$\sqrt{BP^2-BD^2}=\sqrt{2.25^2-1.8^2}=0.45$，

∴OE=OB﹣BE=3.6﹣0.45=3.15，

∴点 P 的坐标为（3.15，1.8）；

综上可得，点 P 的坐标为（1.35，3）或（3.15，1.8）．

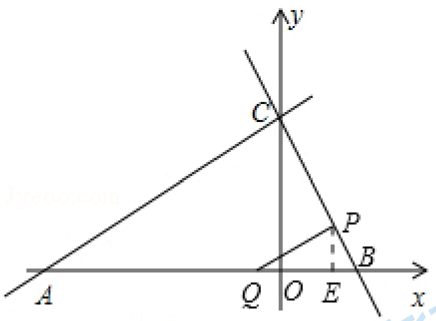


图2 ②

考点：1．相似三角形的判定与性质；2．勾股定理．

北京初三高一高二高三期中试题下载

京考一点通团队整理了【**2023 年 10-11 月北京各区各年级期中试题&答案汇总**】专题，及时更新最新试题及答案。

通过【**京考一点通**】公众号，对话框回复【**期中**】或者点击公众号底部栏目<**试题专区**>，进入各年级汇总专题，查看并下载电子版试题及答案！