

北京景山学校 2020—2021 学年度第二学期
高二年级数学习期中试卷

班级 _____ 姓名 _____ 学号 _____ 成绩 _____

注意事项	(1) 请用蓝色或黑色圆珠笔、钢笔或签字笔答卷，不得用铅笔或红笔答卷。
	(2) 认真审题，字迹工整，卷面整洁。
	(3) 本试卷共 <u>3</u> 页，共 <u>三</u> 道大题， <u>20</u> 道小题。考试时间 <u>120</u> 分钟。
	(4) 请将选择题的答案填涂在机读卡上，其余试题答案填写在试卷上。

第 I 卷 (请把选择题答案写在机读卡上)

一、选择题 (本大题共 10 小题)

1. 设函数 $f(x) = x^2 - 1$ ，当自变量 x 由 1 变到 1.1 时，函数 $f(x)$ 的平均变化率是()

- A. 2.1 B. 0.21 C. 1.21 D. 12.1

2. 下列求导运算不正确的是()

- A. $(x^2)' = 2x$ B. $(e^x + \ln 3)' = e^x + \frac{1}{3}$
C. $(3^x)' = 3^x \ln 3$ D. $(\sin x)' = \cos x$

3. 已知函数 $f(x)$ 的导函数 $f'(x)$ 的图象如图所示，则 $f(x)$ 的图象可能

是()



4. 已知直线 $y = kx$ 是曲线 $y = e^x$ 的切线，则实数 k 的值为()

- A. $\frac{1}{e}$ B. $-\frac{1}{e}$ C. $-e$ D. e

5. 从 4 位男生，2 位女生中选 3 人组队参加“弘扬传统文化，增强文化自信”答题比赛，且至少有 1 位女生入选，则不同的选法种数共有()

- A. 20 B. 16 C. 12 D. 8

关注北京高考在线官方微信：北京高考资讯 (ID:bj-gaokao)，获取更多试题资料及排名分析信息。

6. 函数 $f(x) = \frac{1}{x^2} + \frac{1}{2} \ln x$ 的单调递减区间为()
- A. $(-2, 2)$ B. $(1, +\infty)$ C. $(0, 4)$ D. $(0, 2)$
7. 在 $(x - \frac{1}{x^2})^6$ 的展开式中, 常数项为()
- A. 15 B. -15 C. 30 D. -30
8. 若存在 $x \in [-2, -\frac{1}{2}]$, 使得不等式 $ax^3 - x^2 + 4x + 3 \geq 0$ 成立, 则实数 a 的取值范围是()
- A. $a \geq -2$ B. $a \geq -\frac{9}{8}$ C. $a \leq 6$ D. $a \leq -2$
9. 已知函数 $f(x) = x + \frac{a}{2x}$ ($a > 0$), 则曲线 $y = f(x)$ 过点 $P(2, 0)$ 的切线有()
- A. 0 条 B. 1 条 C. 2 条 D. 3 条
10. 函数 $f(x) = \frac{e^x}{x} - ax$ 在 \mathbb{R} 上有三个零点, 则实数 a 的取值范围是()
- A. $(e, \frac{e^2}{2})$ B. $(\frac{e^2}{4}, \frac{e^2}{2})$ C. $(\frac{e^2}{2}, +\infty)$ D. $(\frac{e^2}{4}, +\infty)$

第 II 卷 (请把填空题和解答题答案写在答题纸上)

二、填空题 (本大题共 5 小题)

11. 已知函数 $f(x) = 2x^3$, 则 $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(\Delta x) - f(0)}{\Delta x} = \underline{\hspace{2cm}}$.
12. 5 位同学报名参加两个课外活动小组, 每位同学限报其中一个小组, 则不同的报名方法有 $\underline{\hspace{2cm}}$ 种. (用具体数字作答)
13. 已知函数 $f(x) = x \sin x$, 则 $f'(\frac{\pi}{4}) = \underline{\hspace{2cm}}$.
14. 已知 $(1 - 2x)^7 = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \dots + a_7 x^7$, 则 $a_0 = \underline{\hspace{2cm}}$, $a_1 + a_2 + \dots + a_7 = \underline{\hspace{2cm}}$.
15. 已知函数 $f(x) = \ln(x+1) - ax^2$, 对 $\forall m, n \in (0, 1)$, 当 $m \neq n$ 时, $\frac{f(m+1) - f(n+1)}{m-n} < 1$, 则实数 a 的取值范围是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

班级:

姓名:

学号:

三、解答题 (本大题共 5 小题, 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

16. 已知函数 $f(x) = x^2 - \ln x$.

(1) 求曲线 $y = f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程;

(2) 求函数 $f(x)$ 的单调增区间.

17. 10 双互不相同的鞋子混装在一只口袋中, 从中任意取出 4 只, 试求出现下列结果时,

各有多少种情况?

(1) 4 只鞋子恰成两双;

(2) 4 只鞋子没有成双的;

(3) 4 只鞋子有 2 只成双, 另两只不成双.

18. 已知函数 $f(x) = e^x - ax - 1$.

(1) 当 $a=1$ 时, 求 $f(x)$ 的极值;

(2) 若 $f(x) \geq x^2$ 在 $x \in [0, +\infty)$ 上恒成立, 求实数 a 的取值范围.

19. (1) 已知 $2A_n^2 = 3C_n^3$ ($n \in \mathbb{N}^*$), 求 $(\frac{1}{x} - 2x)^n$ 展开式中 x^2 项的系数;

(2) 对 $\forall n \in \mathbb{N}^*$, 求证: $C_n^1 + 2C_n^2 + \dots + nC_n^n = n \cdot 2^{n-1}$.

20. 已知函数 $f(x) = e^x - 2\cos x$, $x \in \mathbb{R}$.

(1) 求函数 $f(x)$ 在 $x=0$ 处的切线方程;

(2) 是否存在正数 a , 使得 $f(x) \geq a(x-1)$ 对任意 $x \in [0, +\infty)$ 恒成立? 证明你的结论.

(3) 求 $f(x)$ 在 $[-\pi, +\infty)$ 上零点的个数.

关注北京高考在线官方微信: 北京高考资讯 (ID:bj-gaokao), 获取更多试题资料及排名分析信息。