

数学

(清华附中初21级)

一. 选择题 (本大题共 24 分, 每小题 3 分)

1. 下列汽车标志中, 是中心对称图形的是()

2. 把抛物线 $y=5x^2$ 向左平移 2 个单位, 再向上平移 3 个单位, 得到的抛物线是()

A. $y=5(x-2)^2+3$

B. $y=5(x+2)^2+3$

C. $y=5(x+2)^2-3$

D. $y=5(x-2)^2-3$

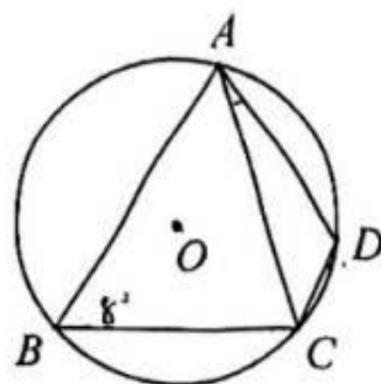
3. 已知 $\odot O$ 的半径为 3, 点 P 到圆心 O 的距离为 4, 则点 P 与 $\odot O$ 的位置关系是()A. 点 P 在 $\odot O$ 外 B. 点 P 在 $\odot O$ 上 C. 点 P 在 $\odot O$ 内 D. 无法确定4. 已知关于 x 的方程 $(k-3)x^{|k|-1}+(2k-3)x+4=0$ 是一元二次方程, 则 k 的值应为()A. ± 3 B. 3 C. -3 D. 不能确定5. 小明在半径为 5 的圆中测量弦 AB 的长度, 下列测量结果中一定是错误的是()

A. 4 B. 5 C. 10 D. 11

6. 用配方法解方程 $x^2-4x+2=0$ 时, 配方后所得的方程是()A. $(x+2)^2=2$ B. $(x-2)^2=2$ C. $(x-2)^2=1$ D. $(x-2)^2=-2$ 7. 如图, 四边形 $ABCD$ 是 $\odot O$ 的内接四边形, 若 $\odot O$ 的半径为 5, $\angle B=58^\circ$, $\angle ACD=40^\circ$, 则 \widehat{DC} 的长为()

A. $\frac{13}{3}\pi$ B. $\frac{10}{9}\pi$

C. π D. $\frac{1}{2}\pi$



8. 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ (a, b, c 为常数, $a \neq 0$) 的自变量 x 与函数 y 的部分对应值如表格, 关于这个二次函数的图象下面说法: ①抛物线的对称轴为 y 轴; ②抛物线的开口向下; ③抛物线与 y 轴的交点坐标为 $(0, 1)$; ④当 $x = -3$ 时, $y = 13$, 其中正确的有 () .

| | | | | | | | | |
|-----|-----|----|----|---|---|---|----|-----|
| x | ... | -2 | -1 | 0 | 2 | 3 | 4 | ... |
| y | ... | 7 | 3 | 1 | 3 | 7 | 13 | ... |

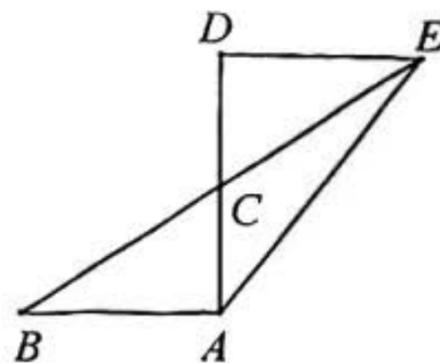
- A. 4个 B. 3个 C. 2个 D. 1个

二、填空题 (本大题共 24 分, 每小题 3 分)

9. 若 $x = 1$ 是关于 x 的方程 $mx^2 + 2x - 3 = 0$ 的根, 则 m 的值为_____.

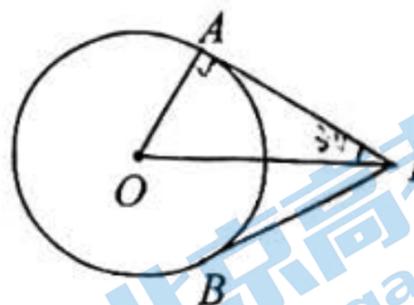
10. 已知点 $A(2, y_1)$ 、 $B(3, y_2)$ 在二次函数 $y = -x^2 + 2$ 的图象上, 那么 y_1 _____ y_2 (填“>”、“=”、“<”).

11. 如图, $\triangle DEC$ 与 $\triangle ABC$ 关于点 C 成中心对称, $AB = 3$, $AC = 2$, $\angle CAB = 90^\circ$, 则 AE 的长是_____.



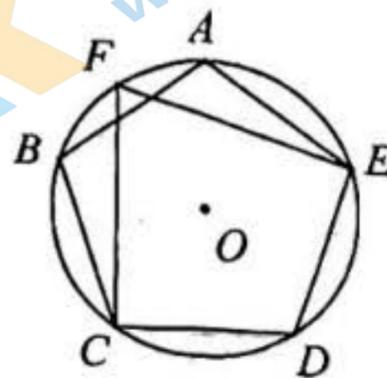
12. 若关于 x 的一元二次方程 $x^2 + 2x + k = 0$ 有两个不相等的实数根, 则整数 k 的值可以是_____ (写出一个即可).

13. 如图, PA 、 PB 是 $\odot O$ 的两条切线, A 、 B 是切点, 若 $\angle APB = 60^\circ$, $PO = 8$, 则 $\odot O$ 的半径等于_____.

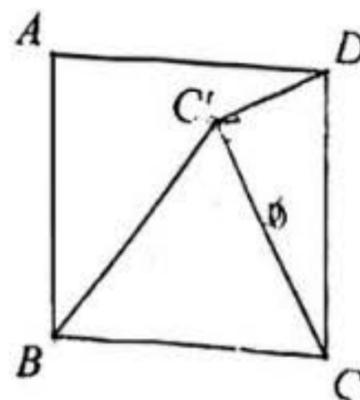


14. 抛物线 $y = x^2 - 6x + 5$ 的对称轴是直线_____.

15. 如图, 正五边形 $ABCDE$ 内接于 $\odot O$, 点 F 在 \widehat{AB} 上, 则 $\angle CFE$ 的度数为 _____.



16. 如图, 在正方形 $ABCD$ 中, 将边 BC 绕点 B 逆时针旋转至 BC' , 连接 CC' , DC' , 若 $\angle CC'D = 90^\circ$, $AB = 5$, 则线段 $C'D$ 的长度为_____.



三. 解答题 (本题共 72 分, 第 17 题 6 分, 第 18~22 题, 每小题 5 分, 第 23~25 题, 每小题 6 分, 第 26 题 7 分, 第 27~28 题, 每小题 8 分)

17. 用适当的方法解下列方程:

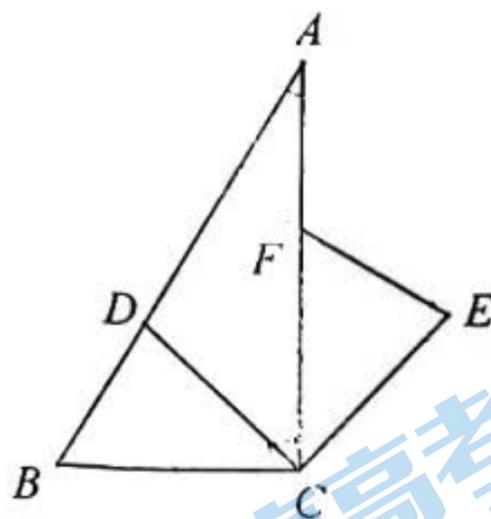
(1) $x^2 + 2x - 5 = 0$

(2) $(x-2)^2 + x(x-2) = 0$

18. 如图, 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, 点 D, F 分别在 AB, AC 上, $CF = CB$, 连接 CD , 将线段 CD 绕点 C 按顺时针方向旋转 90° 后得 CE , 连接 EF .

(1) 求证: $\triangle BCD \cong \triangle FCE$;

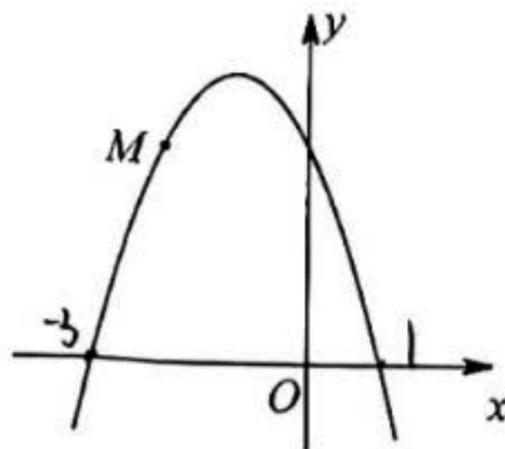
(2) 若直线 EF 交 AB 于点 G , 直接写出 $\angle AGE$ 的度数.



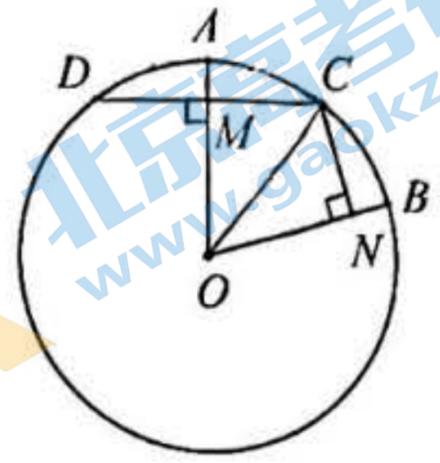
19. 如图, 已知抛物线 $y = -x^2 + mx + 3$ 经过点 $M(-2, 3)$.

(1) 求出此抛物线的顶点坐标;

(2) 当 $-3 \leq x \leq 0$ 时, 直接写出 y 的取值范围.



20. 如图, 点 C 为 \widehat{AB} 的中点, $CN \perp OB$ 于点 N , 弦 $CD \perp OA$ 于点 M , 若 $\odot O$ 的半径为 5, ON 为 4, 求 CD 的长.



21. 关于 x 的一元二次方程 $x^2 - (k+4)x + 2k + 4 = 0$.

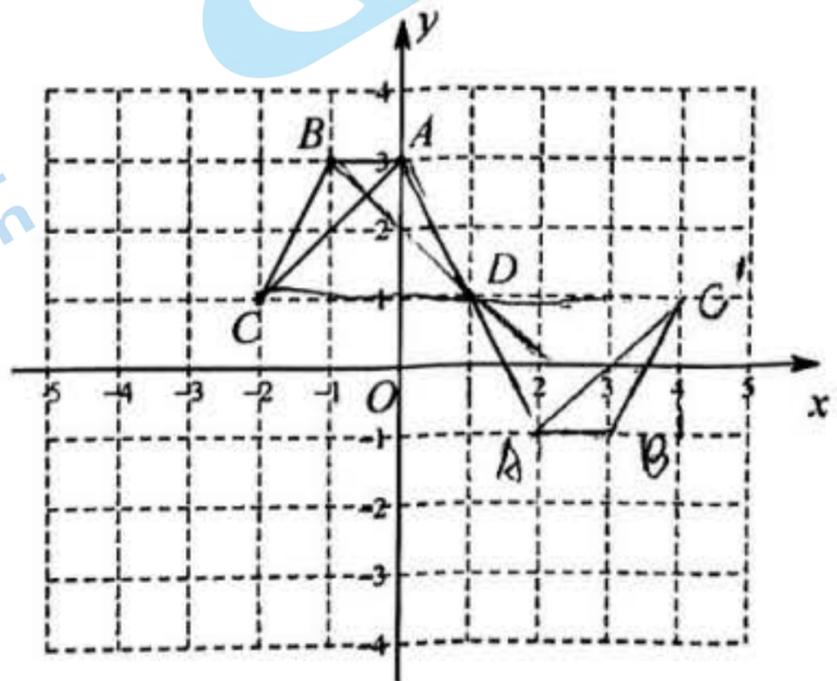
(1) 求证: 方程总有两个实数根;

(2) 若方程有一个根小于 1, 求 k 的取值范围.

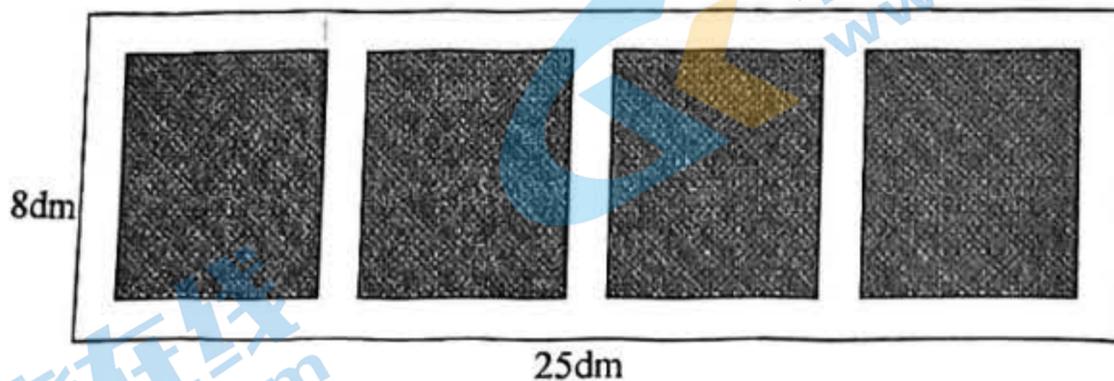
22. 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, $\triangle ABC$ 的三个顶点的坐标分别为 $A(0,3)$, $B(-1,3)$, $C(-2,1)$, 点 D 的坐标为 $(1,1)$.

(1) $\triangle ABC$ 与 $\triangle A'B'C'$ 关于点 D 中心对称, 其中点 A 与点 A' 对应, 点 B 与点 B' 对应, 请在坐标系中画出 $\triangle A'B'C'$, 并写出点 B' 的坐标;

(2) 若点 $P(a,b)$ 是 $\triangle ABC$ 内部任意一点, 请直接写出这个点关于点 D 中心对称的对应点 P' 的坐标.

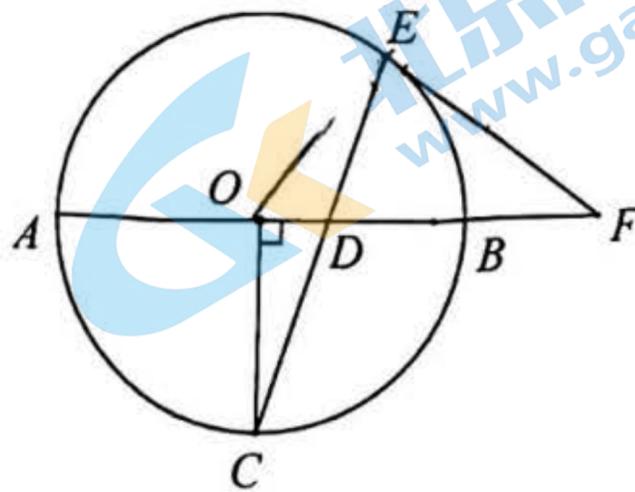


23. 在刚刚过去的第三十九个教师节，我校有四位教师在首届“校长奖——风华杯”评选中脱颖而出，学校为突出榜样教师的示范引领作用，在校园里通过展板展示四位教师的先进事迹，现有一块长 25dm，宽 8dm 的矩形展板，如图所示，展示区域为全等的四个矩形，其中相邻的两个矩形展示区域之间及四周都留有宽度相同的空白区域，如果所有矩形展示区域的面积之和为 120dm^2 ，空白区域的宽度应是多少 dm？



24. 如图， AB 为 $\odot O$ 的直径， $OC \perp AB$ 交 $\odot O$ 于点 C ， D 为 OB 上一点，延长 CD 交 $\odot O$ 于点 E ，延长 OB 至 F ，使 $DF=FE$ ，连接 EF 。

- (1) 求证： EF 为 $\odot O$ 的切线；
- (2) 若 $OD=1$ 且 $BD=BF$ ，求 $\odot O$ 的半径。



25. 如图1, 一灌溉车正为绿化带浇水, 喷水口 H 离地竖直高度为 $h=1.2$ 米. 建立如图2所示的平面直角坐标系, 可以把灌溉车喷出水的上、下边缘抽象为两条抛物线的部分图象, 把绿化带横截面抽象为矩形 $DEFG$, 其水平宽度 $DE=2$ 米, 竖直高度 $EF=0.7$ 米, 下边缘抛物线是由上边缘抛物线向左平移得到, 上边缘抛物线最高点 A 离喷水口的水平距离为 2 米, 高出喷水口 0.4 米, 灌溉车到绿化带的距离 OD 为 d 米.

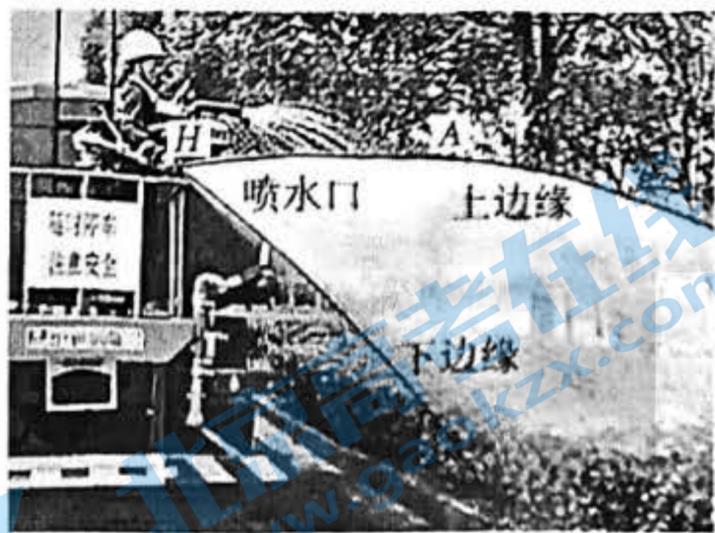


图1

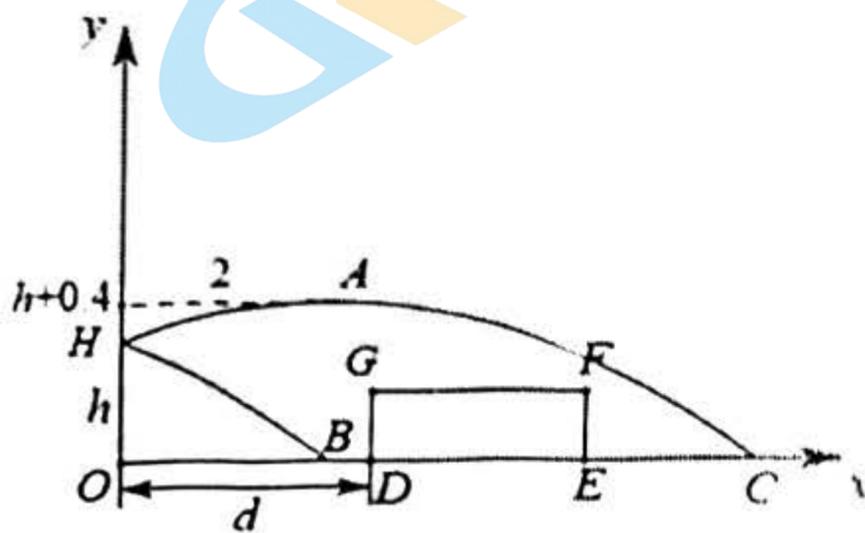


图2

- (1) 求上边缘抛物线喷出水的最大射程 OC ;
- (2) 求下边缘抛物线与 x 轴交点 B 的坐标;
- (3) 若 $d=3.2$ 米, 灌溉车行驶时喷出的水_____ (填“能”或“不能”) 浇灌到整个绿化带.

26. 已知二次函数 $y=x^2+bx+c$ 过点 $A(-1,3)$,

- (1) 若二次函数的图象过点 $B(5,3)$, 求二次函数的解析式;
- (2) 点 $M(2,m)$, $N(4,n)$ 在二次函数的图象上, 若 $m < n < 3$, 求 c 的取值范围.

27. 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, $\angle BAC=90^\circ$. 点 D 为直线 AC 上一个动点 (点 D 不与点 A , C 重合), 连接 BD , 将线段 BD 绕 D 点逆时针旋转 90° 得线段 DE , 连接 CE ,

(1) 如图 1, 若点 D 在线段 AC 上,

①依题意补全图 1;

②用等式表示线段 CB , CD , CE 之间的数量关系, 并证明,

(2) 若点 D 在线段 CA 的延长线上, 且 $AD < AC$, 设 $BC=m$, $BD=n$, 直接写出 CE 的长 (用含 m , n 的式子表示);

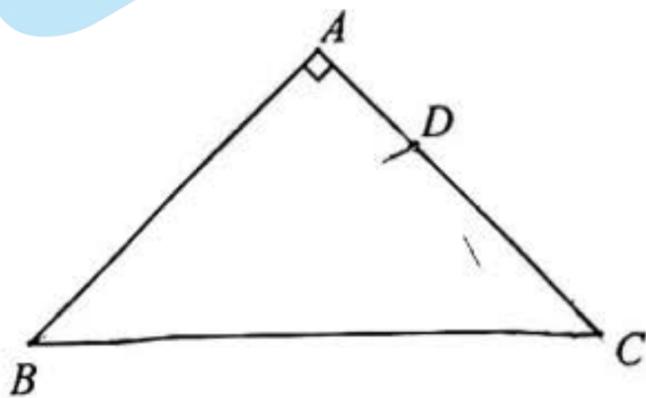
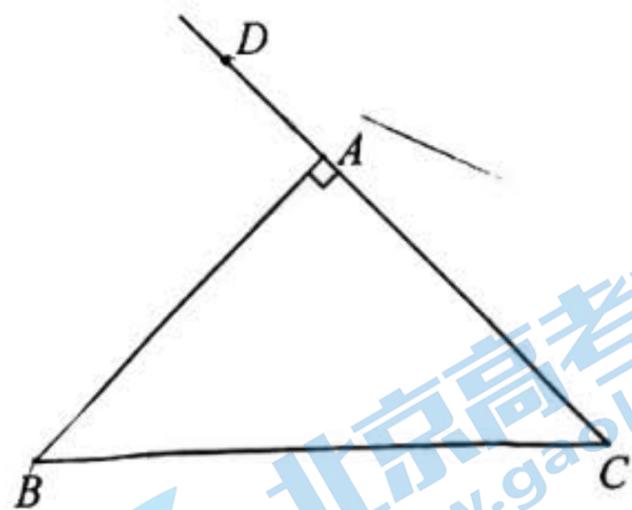


图 1



备用图

28. 在平面直角坐标系 xOy 中, $\odot O$ 的半径为 1, P 是 $\odot O$ 外一点, 给出如下的定义: 若在 $\odot O$ 上存在一点 T , 使得点 P 关于某条过点 T 的直线对称后的点 Q 在 $\odot O$ 上, 则称 Q 为点 P 关于 $\odot O$ 的关联点.

(1) 当点 P 在直线 $y=2x$ 上时,

①若点 $P(1,2)$, 在点 $Q_1\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$, $Q_2(0,1)$, $Q_3(1,0)$ 中, 点 P 关于 $\odot O$ 的关联点是_____;

②若 P 关于 $\odot O$ 的关联点 Q 存在, 求点 P 的横坐标 p 的取值范围;

(2) 已知点 $A\left(2, \frac{3}{2}\right)$, 动点 M 满足 $AM \leq 1$, 若 M 关于 $\odot O$ 的关联点 N 存在, 直接写出 MN 的取值范围.

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 50W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承“精益求精、专业严谨”的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数千场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。

推荐大家关注北京高考在线网站官方微信公众号：**京考一点通**，我们会持续为大家整理分享最新的高中升学资讯、政策解读、热门试题答案、招生通知等内容！

