参考答案

一、选择题（共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分）

（1）A　（2）C　（3）D　（4）D　（5）B

（6）C　（7）A　（8）D　（9）B　（10）C

二、填空题（共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分）

（11）7　　（12）$\sqrt{5}$　　（13）2　$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

（14）-1（答案不唯一）　　（15）①②④

三、解答题（共 6 小题，共 85 分）

（16）（共 13 分）

解：（I）在 $\triangle ABC$ 中，因为 $2\sqrt{3}\cos^2\dfrac{B}{2}+2\sin\dfrac{B}{2}\cos\dfrac{B}{2}=\sqrt{3}$，

所以 $2\sqrt{3}\cdot\dfrac{1+\cos B}{2}+\sin B=\sqrt{3}$，

所以 $\sqrt{3}\cos B+\sin B=0$，

所以 $\tan B=-\sqrt{3}$，

因为 $B\in(0,\pi)$，

所以 $B=\dfrac{2\pi}{3}$.　　　　--------------7 分

（II）因为 $B=\dfrac{2\pi}{3}$，所以 $\cos B=-\dfrac{1}{2}$.

由余弦定理得 $\cos B=\dfrac{a^2+c^2-b^2}{2ac}$，

所以 $-\dfrac{1}{2}=\dfrac{a^2+c^2-b^2}{2ac}$，

即 $-ac=a^2+c^2-b^2$.　　①

因为 $\sqrt{3}(a+c)=2b$，

所以 $b=\dfrac{\sqrt{3}}{2}(a+c)$.　　②

将②代入①，得 $-ac=a^2+c^2-\dfrac{3}{4}(a^2+2ac+c^2)$，

整理得 $(a-c)^2=0$，

所以 $a=c$.--------------13 分

（17）（共 13 分）

解：（I）样本中男生选考乒乓球人数为 $1100\times10\%=110$ 人，

女生选考乒乓球人数 $1000\times5\%=50$ 人.

设从该区所有九年级学生中随机抽取 1 人，该学生选考乒乓球为事件 A，

关注北京高考在线官方微信：北京高考资讯(微信号:bjgkzx)， 获取更多试题资料及排名分析信息。

用频率估计概率，$P(A)=\dfrac{110+50}{1100+1000}=\dfrac{8}{105}$.-------------4 分

（II）设从该区九年级全体男生中随机抽取 1 人，选考跳绳为事件 B，

设从该区九年级全体女生中随机抽取 1 人，选考跳绳为事件 C，

由题意，$P(B)$ 的估计值为 0.4，$P(C)$ 的估计值为 0.5.

设从该区九年级全体男生中随机抽取 2 人，全体女生中随机抽取 1 人，

恰有 2 人选考跳绳为事件 D，

则所求概率的估计值为

$P(D)=C_2^1\times0.4\times0.6\times0.5+C_2^2\times0.4^2\times0.5=0.32$.-------------9 分

（III）$\mu_1>\mu_2$.-------------13 分

（18）（共 14 分）

解：（I）在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$AA_1\,//\,BB_1$，

又 $BB_1\not\subset$ 平面 ACC_1A_1，

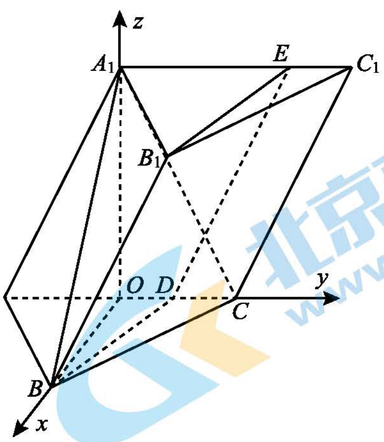
所以 $BB_1\,//$ 平面 ACC_1A_1.

又因为平面 $B_1BDE\cap$ 平面 $ACC_1A_1=DE$，

所以 $BB_1\,//\,DE$.-------------4 分

（II）选条件①②.

连接 A_1C，取 AC 中点 O，连接 A_1O，BO.



在菱形 ACC_1A_1 中，$\angle A_1AC=60°$，

所以 $\triangle A_1AC$ 为等边三角形.

又因为 O 为 AC 中点，所以 $A_1O\perp AC$，

又因为平面 $ABC\perp$ 平面 ACC_1A_1，

平面 $ABC\cap$ 平面 $ACC_1A_1=AC$，

$A_1O\subset$ 平面 ACC_1A_1，且 $A_1O\perp AC$，

所以 $A_1O\perp$ 平面 ABC，

所以 $A_1O\perp OB$.

又因为 $AB=BC$，所以 $BO\perp AC$.

以 O 为原点，以 OB、OC、OA_1 为 x 轴、y 轴、z 轴建立空间直角坐标系，

则 $O(0,0,0)$，$A(0,-2,0)$，$A_1(0,0,2\sqrt{3})$，$B(3,0,0)$，$D(0,1,0)$.

所以 $\overrightarrow{BD}=(-3,1,0)$，$\overrightarrow{DE}=\overrightarrow{AA_1}=(0,2,2\sqrt{3})$.

设平面 B_1BDE 的一个法向量为 $\boldsymbol{n}=(x_1,y_1,z_1)$，

则 $\begin{cases}\boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{BD}=0,\\ \boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{DE}=0.\end{cases}$ 所以 $\begin{cases}-3x_1+y_1=0,\\ 2y_1+2\sqrt{3}z_1=0.\end{cases}$

令 $z_1=-\sqrt{3}$，则 $y_1=3$，$x_1=1$，故 $\boldsymbol{n}=(1,3,-\sqrt{3})$.

关注北京高考在线官方微信：北京高考资讯(微信号:bjgkzx)， 获取更多试题资料及排名分析信息。

又因为 $\overrightarrow{AB}=(3,2,0)$，

$$\sin\theta=\left|\cos\langle\overrightarrow{AB},\boldsymbol{n}\rangle\right|=\frac{\left|\overrightarrow{AB}\cdot\boldsymbol{n}\right|}{\left|\overrightarrow{AB}\right|\left|\boldsymbol{n}\right|}=\frac{9}{13}.$$

所以直线 AB 与平面 B_1BDE 所成角的正弦值为 $\frac{9}{13}$.

选条件②③.

连接 A_1C，取 AC 中点 O，连接 A_1O， BO .

在菱形 ACC_1A_1 中， $\angle A_1AC=60°$，

所以 $\triangle A_1AC$ 为等边三角形.

又 O 为 AC 中点，故 $A_1O\perp AC$，且 $A_1O=2\sqrt{3}$.

又因为 $OB=3$， $A_1B=\sqrt{21}$.

所以 $A_1O^2+OB^2=A_1B^2$，

所以 $A_1O\perp OB$.

又因为 $AC\cap OB=O$，所以 $A_1O\perp$ 平面 ABC .

以下同选①②.

选条件①③

取 AC 中点 O，连接 BO， A_1O .

在 $\triangle ABC$ 中，因为 $BA=BC$，所以 $BO\perp AC$，且 $AO=2$， $OB=3$.

又因为平面 $ABC\perp$ 平面 ACC_1A_1，平面 $ABC\cap$ 平面 $ACC_1A_1=AC$，

所以 $BO\perp$ 平面 ACC_1A_1.

因为 $OA_1\subset$ 平面 ACC_1A_1，所以 $BO\perp OA_1$.

在 $\mathrm{Rt}\triangle BOA_1$ 中， $OA_1=2\sqrt{3}$.

又因为 $OA=2$， $AA_1=4$，

所以 $OA_1^2+OA^2=AA_1^2$，

所以 $A_1O\perp AO$.

以下同选①②.-------------14 分（19）（共 15 分）

解：（I） $f(x)=\dfrac{\ln x+a}{x+1}$， $x>0$，所以 $f'(x)=\dfrac{1+\frac{1}{x}-\ln x-a}{(x+1)^2}$，

因为 $f'(1)=\dfrac{2-a}{4}=\dfrac{1}{4}$，

所以 $a=1$.-------------5 分

（II）① $f(x)$ 的定义域是 $(0,+\infty)$，

关注北京高考在线官方微信：北京高考资讯(微信号:bjgkzx)， 获取更多试题资料及排名分析信息。

$$f'(x)=\frac{1+\frac{1}{x}-\ln x-a}{(x+1)^2},$$

令 $f'(x)=0$，则 $1+\frac{1}{x}-\ln x-a=0$.

设 $g(x)=1+\frac{1}{x}-\ln x-a$，

因为 $y=\frac{1}{x}$， $y=-\ln x$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递减，

所以 $g(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递减.

因为 $g(e^{-a})=1+e^{a}>0$， $g(1)=2-a<0$，

所以 $g(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上有唯一的零点，

所以 $f'(x)=0$ 有 $(0,+\infty)$ 有唯一解，不妨设为 x_1， $x_1\in(e^{-a},1)$.

$f'(x)$ 与 $f(x)$ 的情况如下：

x	$(0,x_1)$	x_1	$(x_1,+\infty)$
$f'(x)$	+	0	−
$f(x)$	↗	极大值	↘

所以 $f(x)$ 有唯一的极值点 x_1.

②由题意， $\ln x_0=-a$，则 $x_0=e^{-a}$.

若存在 a，使 $\frac{x_1}{x_0}\leqslant e^2$，则 $x_1\leqslant e^{2-a}<1$，

所以 $e^{-a}<x_1\leqslant e^{2-a}$.

因为 $g(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 单调递减， $g(e^{-a})=1+e^{a}>0$，

则需 $g(e^{2-a})=e^{a-2}-1\leqslant 0$，即 $a\leqslant 2$，与已知矛盾.

所以，不存在 $a>2$ 使得 $\frac{x_1}{x_0}\leqslant e^2$.--------------15 分

（20）（共 15 分）

解：（I）由题意， $a=2$， $b=1$，

所求椭圆方程为 $\frac{x^2}{4}+y^2=1$.

因为 $c=\sqrt{a^2-b^2}=\sqrt{3}$，

所以焦距 $2c=2\sqrt{3}$.--------------4 分

（II）设 $P(x_0,y_0)$ $(x_0y_0\neq 0)$ 且 $\frac{x_0^2}{4}+y_0^2=1$.

由题意，设 $Q(x_1,y_0)$ $(x_1y_0\neq 0)$ 且 $x_1^2+y_0^2=1$.

关注北京高考在线官方微信：北京高考资讯(微信号:bjgkzx)， 获取更多试题资料及排名分析信息。

因为 $A(-2,0)$，所以线段 AP 的中点为 $(\frac{x_0-2}{2},\frac{y_0}{2})$.

又直线 AP 的斜率为 $k_{AP}=\frac{y_0}{x_0+2}$，

所以线段 AP 的中垂线的斜率为 $-\frac{x_0+2}{y_0}$.

故线段 AP 的中垂线方程为 $y-\frac{y_0}{2}=-\frac{x_0+2}{y_0}(x-\frac{x_0-2}{2})$.

令 $x=0$，得 $y_M=\frac{y_0}{2}+\frac{(x_0+2)(x_0-2)}{2y_0}=\frac{x_0^2+y_0^2-4}{2y_0}$.

由 $\frac{x_0^2}{4}+y_0^2=1$，可得 $x_0^2-4=-4y_0^2$，

代入上式，得 $y_M=\frac{-3y_0^2}{2y_0}=-\frac{3}{2}y_0$，

所以 $M(0,-\frac{3}{2}y_0)$.

因为直线 OQ 的斜率为 $k_{OQ}=\frac{y_0}{x_1}$，

所以圆 O 在点 Q 处的切线斜率为 $-\frac{x_1}{y_0}$.

所以切线方程为 $y-y_0=-\frac{x_1}{y_0}(x-x_1)$.

令 $x=0$ 得 $y_N=y_0+\frac{x_1^2}{y_0}=\frac{x_1^2+y_0^2}{y_0}=\frac{1}{y_0}$，

所以 $N(0,\frac{1}{y_0})$.

所以线段 MN 长度

$|MN|=|y_N-y_M|=\left|\frac{1}{y_0}+\frac{3}{2}y_0\right|=\frac{1}{|y_0|}+\frac{3}{2}|y_0|\geqslant 2\sqrt{\frac{3}{2}}=\sqrt{6}$.

（当且仅当 $\frac{1}{|y_0|}=\frac{3}{2}|y_0|$，即 $y_0=\pm\frac{\sqrt{6}}{3}$ 时等号成立）

所以线段 MN 长度的最小值为 $\sqrt{6}$.--------------15 分

（21）（共 15 分）

解：（I）$X(A)=1$，$Y(A)=2$.-------------4 分

（II）若数列 A 中任意两项互不相等，则

当 $i=1,\cdots,m$ 时，由 $b_i=\min\{a_{2i-1},a_{2i}\}$，$c_i=\max\{a_{2i-1},a_{2i}\}$ 可知，$b_i\neq c_i$，

当 $i,j\in\{1,2,\cdots,m\}$ 且 $i\neq j$ 时，$\{a_{2i-1},a_{2i}\}\cap\{a_{2j-1},a_{2j}\}=\varnothing$，

又 $b_i=\min\{a_{2i-1},a_{2i}\}\in\{a_{2i-1},a_{2i}\}$，$c_j=\max\{a_{2j-1},a_{2j}\}\in\{a_{2j-1},a_{2j}\}$，

关注北京高考在线官方微信：北京高考资讯(微信号:bjgkzx)， 获取更多试题资料及排名分析信息。

所以$b_i \neq c_j$.

综上,$\{b_1,b_2,\cdots,b_m\}\bigcap\{c_1,c_2,\cdots,c_m\}=\varnothing$,

所以$X(A)\neq Y(A)$，不合题意.

所以存在$i\neq j$,$i,j\in\{1,2,\cdots,2m\}$，使$a_i=a_j$，即$q^{i-1}=q^{j-1}$.

因为$q\neq 0$，所以$q^{i-j}=1$.

所以$q=\pm 1$.

若$q=-1$，则$X(A)=-1$，$Y(A)=1$，不舍题意，舍.

若$q=1$，则数列A为：1，1，…，1，$X(A)=Y(A)=1$，符合题意.

综上，$q=1$.-------------10分

（III）$X(B)-Y(B)$的所有可能值为$-1,1,2,\cdots,2m-3$.

证明如下：因为$d=1>0$，所以A递增且A中各项（即B中各项）两两不等,

所以同（II）可知$X(B)\neq Y(B)$.

由定义，存在$i,j\in\{1,2,\cdots,2m\},i\neq j,X(B)=a_i,Y(B)=a_j$,

$X(B)-Y(B)=a_i-a_j=i-j$,

因为$X(B)$比$\{a_n\}$中$m-1$个项大,故$X(B)\geqslant a_m$，同理，$Y(B)\leqslant a_{m+1}$，

所以$X(B)-Y(B)\geqslant a_m-a_{m+1}=-1$.

因为$X(B)$至少比$\{a_n\}$中的一项小，故$X(B)\leqslant a_{2m-1}$，同理，$Y(B)\geqslant a_2$.

所以$X(B)-Y(B)\leqslant a_{2m-1}-a_2=2m-3$.

综上，$X(B)-Y(B)\in\{-1,1,2,\cdots,2m-3\}$.

令$B:x_1,x_2,\cdots,x_{2m}$,下面证明$-1,1,2,\cdots,2m-3$各值均可取得.

①$x_{2i-1}=a_i,x_{2i}=a_{m+i},i=1,2,\cdots,m$，由$\{a_n\}$是递增数列,

$b_i=\min\{x_{2i-1},x_{2i}\}=\min\{a_i,a_{m+i}\}=a_i$,

$c_i=\max\{x_{2i-1},x_{2i}\}=\max\{a_i,a_{m+i}\}=a_{m+i},i=1,2,\cdots,m.$

此时，$X(B)=\max\{b_1,b_2,\cdots,b_m\}=\max\{a_1,a_2,\cdots,a_m\}=a_m$,

$Y(B)=\min\{c_1,c_2,\cdots,c_m\}=\min\{a_{m+1},a_{m+2},\cdots,a_{2m}\}=a_{m+1}$,

此时$X(B)-Y(B)=a_m-a_{m+1}=-1$.

②当$k=1,2,\cdots,m-1$时，令$x_{2k-1}=a_k,x_{2k}=a_m,x_{2m-1}=a_{m+k},x_{2m}=a_{2m}$,

则$b_k=a_k,c_k=a_m$，$b_m=a_{m+k},c_m=a_{2m}$.

当$i\in\{1,2,\cdots,m\}$, $i\neq k,m$时，令$x_{2i-1}=a_i,x_{2i}=a_{m+i}$,

则$b_i=a_i\leqslant a_{m-1}$，$c_i=a_{m+i}\geqslant a_{m+1}$,

所以$X(B)=\max\{b_1,b_2,\cdots,b_m\}=\max\{a_1,a_2,\cdots,a_{m-1},a_{m+k}\}=a_{m+k}$,

$Y(B)=\min\{c_1,c_2,\cdots,c_m\}=\min\{a_{m+1},\cdots,a_{m+k-1},a_m,a_{m+k+1},\cdots,a_{2m}\}=a_m$,

此时$X(B)-Y(B)=a_{m+k}-a_m=k$, $k=1,2,\cdots,m-1$.

关注北京高考在线官方微信：北京高考资讯(微信号:bjgkzx)， 获取更多试题资料及排名分析信息。

③给定 $t\in\{1,2,\cdots,m-2\}$，

令 $x_{2i-1}=a_i$，$x_{2i}=a_{t+i}, i=1,2,\cdots,t$， 且 $x_{2i-1}=a_{2i-1}, x_{2i}=a_{2i}, i=t+1,\cdots,m$，

则 $b_i=\min\{x_{2i-1},x_{2i}\}=a_i, i=1,\cdots,t$，

$b_i=\min\{x_{2i-1},x_{2i}\}=a_{2i-1}, i=t+1,\cdots,m$，

又 $\{a_n\}$ 是递增数列, $X(A)=\max\{b_1,b_2,\cdots,b_m\}=a_{2m-1}$，

$c_i=\max\{x_{2i-1},x_{2i}\}=a_{t+i}, i=1,\cdots,t$，

$c_i=\max\{x_{2i-1},x_{2i}\}=a_{2i}, i=t+1,\cdots,m$，

又 $\{a_n\}$ 是递增数列, $Y(A)=\min\{c_1,c_2,\cdots,c_m\}=a_{t+1}$，

此时 $X(B)-Y(B)=a_{2m-1}-a_{t+1}=2m-2-t, t\in\{1,2,\cdots,m-2\}$.

所以 $2m-2-t=m,m+1,\cdots,2m-3$，

综上， $X(B)-Y(B)=k$， $k=-1,1,2,\cdots,2m-3$ 各值均可取得.--------15 分

关注北京高考在线官方微信：北京高考资讯(微信号:bjgkzx)， 获取更多试题资料及排名分析信息。

2022北京高三各区二模试题下载

北京高考资讯公众号搜集整理了【**2022北京各区高三二模试题&答案**】，想要获取试题资料，关注公众号，点击菜单栏【一模二模】→【二模试题】，即可免费获取全部二模试题及答案，欢迎大家下载练习！

还有更多二模成绩、排名、赋分等信息，考后持续分享！