人大附中 2020~2021 学年度第一学期高一年级数学期末练习

附加题

2021 年 1 月 20 日

制卷人：侯立伟　　审卷人：梁丽平

说明：请把答案填写在答题纸上.

一、选择题（本大题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的，请将正确答案填涂在答题纸上的相应位置.）

20. 已知向量 $\vec{a}=(-1,1),\vec{b}=(2,-3)$，则 $2\vec{a}-\vec{b}$ 等于（　　）

A. $(4,-5)$　　B. $(-4,5)$　　C. $(0,-1)$　　D. $(0,1)$

21. 已知向量 $\vec{a}=(x,2)$，$\vec{b}=(-2,1)$，满足 $\vec{a}//\vec{b}$，则 $x=$（　　）

A. 1　　B. -1　　C. 4　　D. -4

22. 设 $\vec{a},\vec{b}$ 为非零向量，则"$|a|=|b|$"是"$|\vec{a}+\vec{b}|=|\vec{a}-\vec{b}|$"的（　　）

A.充分而不必要条件　　B.必要而不充分条件

C. 充分必要条件　　D.既不充分也不必要条件

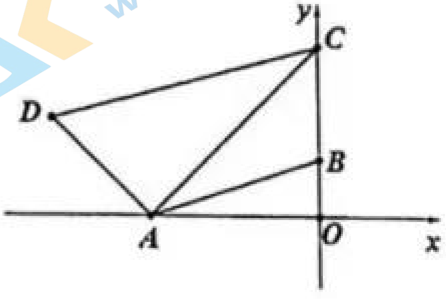
23. 平行四边形 $ABCD$ 中，设 $\overline{AC}=\vec{a}$，$\overline{AB}=\vec{b}$，$\overline{DF}=\frac{1}{3}\overline{FC}$，则 $\overline{BF}=$（　　）

A. $\vec{a}-\frac{3}{4}\vec{b}$　　B. $\vec{a}-\frac{4}{3}\vec{b}$　　C. $\vec{a}-\frac{7}{4}\vec{b}$　　D. $\vec{a}-\frac{5}{4}\vec{b}$

24.如图，在平面直角坐标系中，$A(-2,0)$，$C(0,2)$，点 D 在第二象限，满足 $\angle CAD=90°$，$\angle ACD=30°$，

点 B 在线段 OC 上，且 $\overline{OC}=3\overline{OB}$，

若 $\overline{AC}=\lambda\overline{AD}+\mu AB(\lambda,\mu\in R)$，则 $\frac{\mu}{\lambda}$ 的值为（　　）



A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$　　B. 3

C. $\frac{1}{3}$　　D. $\sqrt{3}$

25. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}-4(x-\frac{3}{2})^2+1, & x\text{是有理数}\\ 4(x-\frac{3}{2})^2, & x\text{是无理数}\end{cases}$，则函数 $g(x)=f(x)-\lg x$ 的零点个数为（　　）

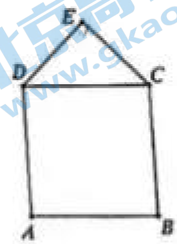
A.1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

二、填空题（本大题共 5 小题，每小题 4 分，共 20 分．请把结果填在答题纸上的相应位置.）

26. 已知 $A(-2,5)$, $B(10,-3)$, $C(1,1)$，点 G 满足：$\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\vec{0}$，则 $|\overrightarrow{AG}|=$________.

27. 如图，四边形 $ABCD$ 为正方形． ΔDEC 为等腰直角三角形，且 $\angle DEC=90^\circ$，若 $AB=2$

则 $|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{DE}|=$________.



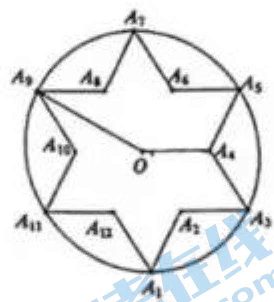
28. 已知函数 $f(x)=\dfrac{1}{8^x+1}$，

(1) 函数 $f(x)$ 的值域为________；

(2) 函数 $f(x)$ 的图象的对称中心为________.

29. 如图所示，$A_i(i=1,3,5,7,9,11)$ 是以 O 为圆心的圆周上的六个等分点，$A_i(i=2,4,6,8,10,12)$ 为正三角形 $A_1A_5A_9$ 的边和正三角形 $A_3A_7A_{11}$ 的边的公共点，设 $\overrightarrow{OA_9}=\vec{a}$，$\overrightarrow{OA_4}=\vec{b}$.

设 $\overrightarrow{OA_9}=\vec{a}$，$\overrightarrow{OA_4}=\vec{b}$.



(1) $\overrightarrow{OA_6}=x\vec{a}+y\vec{b}$，则有序实数对 $(x,y)=$________；

(2) 若 $\overrightarrow{OA_i}=x_i\vec{a}+y_i\vec{b}$, $(i=1,2,\cdots,12)$，

则 x_i+y_i 的最大值为________.

30. 已知集合 $S_n=\{X\,|\,X=(x_1,x_2,\cdots,x_n),x_i\in\mathbf{N}^*,i=1,2,\cdots,n\}\ (n\geq 2)$.

对于 $A=(a_1,a_2,\cdots,a_n)$，$B=(b_1,b_2,\cdots,b_n)\in S_n$，定义：

$\overrightarrow{AB}=(b_1-a_1,b_2-a_2,\cdots,b_n-a_n)$；$\lambda(a_1,a_2,\cdots,a_n)=(\lambda a_1,\lambda a_2,\cdots,\lambda a_n)\ (\lambda\in\mathbf{R})$；

A 与 B 之间的距离为 $d(A,B)=\sum\limits_{i=1}^{n}|a_i-b_i|$.

给出下列三个结论：

①当 $n=2$ 时，设 $A=(1,2)$，$B=(2,3)$，则 $d(A,B)=2$；

②若 $A,B,C\in S_n$，则"$\exists\lambda>0$，使 $\overrightarrow{AB}=\lambda\overrightarrow{BC}$"是"$d(A,B)+d(B,C)=d(A,C)$ 的充要条件"；

③记 $I=(1,1,\cdots,1)\in S_{20}$．若 A，$B\in S_{20}$，且 $d(I,A)=d(I,B)=15$，则 $d(A,B)$ 的最大值为 30.

其中正确结论的序号为________.

注：本题给出的结论中，有多个符合题目要求．全部选对得4 分，不选或有错选得0分，其他得2 分.

人大附中 2020–2021 学年度第一学期高一年级数学期末练习

附加题参考答案

一、选择题（共 6 个小题，每小题 5 分，共 30 分。）

题号	20	21	22	23	24	25
答案	B	D	D	C	D	C

二、填空题（本大题共 5 小题，每小题 4 分，共 20 分。）

题号	26	27	28		29		30
答案	$\sqrt{41}$	$\sqrt{2}$	$(0,1)$	$(0,\frac{1}{2})$	$(1,2)$	5	①③

注：

28、29题每空2分

30题全部选对得4分，不选或有错选得0分，其他得2分

30 题

① 充分性证明：

设 $A=(a_1,a_2,\cdots,a_n)$，$B=(b_1,b_2,\cdots,b_n)$，$C=(c_1,c_2,\cdots,c_n)$，

因为 $\exists\lambda>0$，使 $\overrightarrow{AB}=\lambda\overrightarrow{BC}$，

所以 $\exists\lambda>0$，使得 $(b_1-a_1,b_2-a_2,\cdots,b_n-a_n)=\lambda(c_1-b_1,c_2-b_2,\cdots,c_n-b_n)$，

即 $\exists\lambda>0$，使得 $b_i-a_i=\lambda(c_i-b_i)$，其中 $i=1,2,\cdots,n$，

所以 b_i-a_i 与 c_i-b_i $(i=1,2,\cdots,n)$ 同为非负数或同为负数，

$$\text{所以 } d(A,B)+d(B,C)=\sum_{i=1}^{n}|a_i-b_i|+\sum_{i=1}^{n}|b_i-c_i|$$

$$=\sum_{i=1}^{n}(|b_i-a_i|+|c_i-b_i|)$$

$$=\sum_{i=1}^{n}|c_i-a_i|=d(A,C).$$

必要性不成立：

设 $A,B,C\in S_n$，且 $d(A,B)+d(B,C)=d(A,C)$，此时不一定 $\exists\lambda>0$，使得 $\overrightarrow{AB}=\lambda\overrightarrow{BC}$，

反例如下：取 $A=(1,1,1,\cdots,1)$，$B=(1,2,1,1,\cdots,1)$，$C(2,2,2,1,1,\cdots,1)$，

则 $d(A,B)=1$，$d(B,C)=2$，$d(A,C)=3$，显然 $d(A,B)+d(B,C)=d(A,C)$．

因为 $\overrightarrow{AB}=(0,1,0,0,\cdots,0)$，$\overrightarrow{BC}=(1,0,1,0,0,\cdots,0)$，所以不存在 $\lambda>0$，使得 $\overrightarrow{AB}=\lambda\overrightarrow{BC}$．

③设 $x,y\in\mathbf{R}$，则有 $|x+y|\le|x|+|y|$．

证明：因为 $-|x|\le x\le|x|$，$-|y|\le y\le|y|$，

所以 $-(|x|+|y|)\le x+y\le|x|+|y|$，

即 $|x+y|\le|x|+|y|$．

所以 $d(A,B)=\sum\limits_{i=1}^{20}|b_i-a_i|=\sum\limits_{i=1}^{20}|(b_i-1)+(1-a_i)|$

$$\le\sum_{i=1}^{20}(|b_i-1|+|1-a_i|)$$

$$=\sum_{i=1}^{20}|a_i-1|+\sum_{i=1}^{20}|b_i-1|=15+15=30$$

所以 $d(A,B)\le30$．

对于 $I=(1,1,\cdots,1)\in S_{20}$，构造：$A=(1,1,\cdots,1,16)$，$B=(16,1,1,\cdots,1)$，有 A、$B\in S_{20}$，

且 $d(I,A)=d(I,B)=15$，$d(A,B)=30$．

综上，$d(A,B)$ 的最大值为30．

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 “ 精益求精、专业严谨 ” 的建设理念，不断探索 “K12 教育+互联网+大数据” 的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供 “衔接和桥梁纽带” 作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。