

北京十四中 2022—2023 学年度第二学期
期中检测

高一数学 测试卷

2023.04

班级：_____

姓名：_____

注意事项

- 本试卷共六页，共 21 道小题，满分 150 分。考试时间 120 分钟。
- 在答题卡上指定位置贴好条形码，或填涂考号。
- 试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。
- 在答题卡上，选择题用 2B 铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答。
- 答题不得使用任何涂改工具。

出题人：高一备课组

审核人：高一备课组

一、选择题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

1. 若角 α 的终边经过点 $P(-2,3)$ ，则 $\tan \alpha =$

- A. $-\frac{2}{3}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $-\frac{3}{2}$ D. $\frac{3}{2}$

2. $\cos 72^\circ \cos 12^\circ + \sin 72^\circ \sin 12^\circ =$

- A. $-\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

3. 若 $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ ，则点 $Q(\cos \alpha, \sin \alpha)$ 位于

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

4. 若正方形 $ABCD$ 的边长为 $2\sqrt{2}$ ，则 $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{BA} =$

- A. 8 B. -8 C. 4 D. -4

5. 若 $\alpha \in (-\pi, \pi)$ ，且 $\cos \alpha = -\frac{1}{2}$ ，则 $\alpha =$

- A. $-\frac{2\pi}{3}$ 或 $\frac{2\pi}{3}$ B. $-\frac{\pi}{3}$ 或 $\frac{\pi}{3}$ C. $-\frac{\pi}{3}$ 或 $\frac{2\pi}{3}$ D. $-\frac{2\pi}{3}$ 或 $\frac{\pi}{3}$

6. 若扇形的半径为 6cm, 圆心角为 $\frac{\pi}{18}$, 则这个扇形的面积是

- A. $\frac{\pi}{2} \text{ cm}^2$ B. $\pi \text{ cm}^2$ C. $\frac{3\pi}{2} \text{ cm}^2$ D. $2\pi \text{ cm}^2$

7. 已知平面向量 $a = (2, 1)$, $b = (1, 3)$, 那么下列结论中正确的是

- A. $|b| = 3|a|$ B. $a \parallel b$
C. a 与 b 的夹角为 30° D. a 在 b 上的投影的数量为 $\frac{\sqrt{10}}{2}$

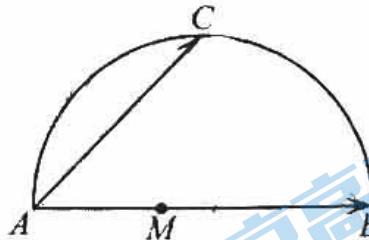
8. 下列关于函数 $y = \tan\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$ 的说法错误的是

- A. 最小正周期是 π B. 函数的定义域为 $\left\{x \mid x \neq k\pi + \frac{\pi}{6}, k \in \mathbb{Z}\right\}$
C. 图象关于点 $\left(\frac{\pi}{3}, 0\right)$ 成中心对称 D. 在区间 $\left(-\frac{5\pi}{6}, \frac{\pi}{6}\right)$ 上单调递增

9. 如图, AB 为半圆的直径, 点 C 为 \widehat{AB} 的中点, 点 M 为线段 AB 上的一点(含端点 A, B), 若 $AB = 2$,

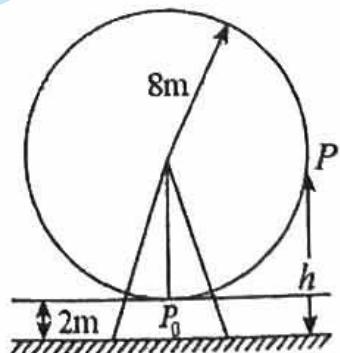
则 $|\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{MB}|$ 的取值范围是

- A. $[1, 3]$ B. $[\sqrt{2}, 3]$
C. $[3, \sqrt{10}]$ D. $[\sqrt{2}, \sqrt{10}]$



10. 如图, 一个半径为 8m 的大风车保持匀速旋转, 每 12min 旋转一周. 它的最低点 P_0 离地面 2m, 风车翼片的一个端点 P 从 P_0 开始按逆时针方向旋转, 点 P 离地面的距离 h (m) 与时间 t (min) 之间的函数关系式是

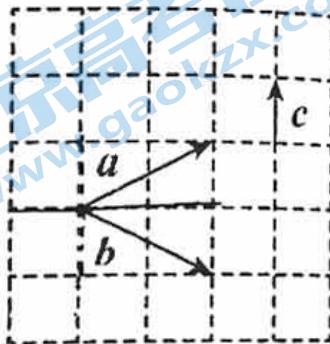
- A. $h = 8 \cos \frac{\pi}{6} t + 10$ B. $h = -8 \cos \frac{\pi}{6} t + 10$
C. $h = 8 \sin \frac{\pi}{6} t + 10$ D. $h = -8 \sin \frac{\pi}{6} t + 10$



二、填空题共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分。

11. 求值: $\sin 600^\circ = \underline{\hspace{2cm}}$.

12. 已知向量 a, b, c 在正方形网格中的位置如图所示. 若网格纸上小正方形的边长为 1, 则 $(a - b) \cdot c = \underline{\hspace{2cm}}$; $a \cdot b = \underline{\hspace{2cm}}$.



13. 已知 $|a|=4$, $|b|=3$, $|a+b|=\sqrt{13}$, 则 a 与 b 的夹角为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

14. 已知函数 $f(x)=\sin(2x+\varphi)$ ($\varphi < \left|\frac{\pi}{2}\right|$), 那么函数 $f(x)$ 的最小正周期是 $\underline{\hspace{2cm}}$; 若函数 $f(x)$ 在 $\left[\frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{6}\right]$ 上具有单调性, 且 $f\left(\frac{\pi}{2}\right)=-f\left(\frac{5\pi}{6}\right)$, 则 $\varphi = \underline{\hspace{2cm}}$.

15. 正 $\triangle ABC$ 的边长为 1, 中心为点 O , 过 O 的动直线 l 与边 AB , AC 分别相交于点 M , N , $\overrightarrow{AM}=\lambda\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AN}=\mu\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{DC}$, $\lambda\mu \neq 0$, 给出下列四个结论:

① $\overrightarrow{AO}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$;

② 若 $\overrightarrow{AN}=2\overrightarrow{NC}$, 则 $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{NC}=-\frac{1}{4}$;

③ $\frac{1}{\lambda}+\frac{1}{\mu}$ 不是定值, 与直线 l 的位置有关;

④ $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AN}$ 的最小值为 $\frac{2}{9}$.

其中所有正确结论的序号是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

三、解答题共 6 小题，共 85 分。解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程。

16. (本小题 13 分)

$$\text{已知 } f(\alpha) = \frac{\sin(\pi - \alpha) \cos(4\pi - \alpha) \cos(\frac{3\pi}{2} - \alpha)}{\cos(\frac{\pi}{2} - \alpha) \sin(-\pi - \alpha)}.$$

(I) 化简 $f(\alpha)$ ；

(II) 若 α 是第三象限角，且 $\sin(\alpha - \pi) = \frac{2}{5}$ ，求 $f(\alpha)$ 的值.

17. (本小题 13 分)

$$\text{已知 } \sin \alpha = \frac{5}{13}, \text{ 且 } \alpha \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right).$$

(I) 求 $\tan \alpha$ 的值；

$$(II) \text{ 求 } \frac{\cos 2\alpha}{\sqrt{2} \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right)} \text{ 的值.}$$

18. (本小题 14 分)

已知向量 $a = (1, 1)$, $b = (2, -3)$.

(I) 求向量 a, b 的夹角的余弦值；

(II) 求 $|a - 2b|$ ；

(III) 当 k 为何值时， $k a - 2b$ 与 $a + b$ 平行？平行时它们是同向还是反向？

19. (本小题 15 分)

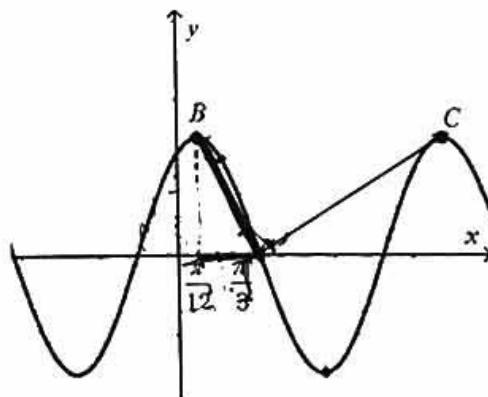
$$\text{已知 } f(x) = (\sqrt{3} \sin x - 3 \cos x) \cos x + \frac{3}{2}.$$

(I) 求 $f(x)$ 的周期和单调递增区间;

(II) 若 $x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$, 求 $f(x)$ 的最大值和最小值.

20. (本小题 15 分)

如图, B , C 是函数 $f(x) = A \sin(\omega x + \varphi)$ ($A > 0$, $\omega > 0$, $|\varphi| < \pi$) 图象上相邻的两个最高点, 且 B 点的横坐标为 $\frac{\pi}{12}$, D 点 $(\frac{\pi}{3}, 0)$ 为函数 $f(x)$ 图象与 x 轴的一个交点.



(I) 求 ω , φ 的值;

(II) 函数 $f(x) = A \sin(\omega x + \varphi)$ 的图象可以看作由 $y = A \sin x$ 的图象如何变换得到;

(III) 若 $BD \perp CD$, 求 A 的值.

21. (本小题 15 分)

定义向量 $\overrightarrow{OM} = (a, b)$ 的“相伴函数”为 $f(x) = a \sin x + b \cos x$, 函数 $f(x) = a \sin x + b \cos x$ 的“相伴向量”为 $\overrightarrow{OM} = (a, b)$, 其中 O 为坐标原点, 记平面内所有向量的“相伴函数”构成的集合为 S .

(I) 设函数 $f(x) = -2 \sin(x - \frac{\pi}{6})$, 求证: $f(x) \in S$;

(II) 记向量 $\overrightarrow{ON} = (1, 2)$ 的相伴函数为 $g(x)$, 当 $g(x)=2$ 且 $x \in (0, \frac{\pi}{2})$ 时, 求 $\sin x$ 的值;

(III) 将(I)中函数 $f(x)$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度, 再把横坐标伸长为原来的 2 倍(纵坐标不变)得到 $h(x)$ 的图象. 已知 $A(-3, 3)$, $B(3, 11)$, 问在 $y=h(x)$ 的图象上是否存在一点 P , 使得 $\overline{AP} \perp \overline{BP}$. 若存在, 求出 P 点坐标; 若不存在, 说明理由.

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 “ 精益求精、专业严谨 ” 的设计理念，不断探索 “K12 教育 + 互联网 + 大数据 ” 的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供 “ 衔接和桥梁纽带 ” 作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力。

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

Q 北京高考资讯