

## 数学学科期中考试试卷

考试时间 120 分钟，满分 150 分

一、选择题（共 12 小题，每小题 4 分，共 40 分，在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项）

1. 若集合  $A = \{x | 2 < x < 3\}$ ,  $B = \{x | (x+4)(x-2) > 0\}$ , 则  $A \cap B = (\quad)$ 
  - A.  $\{x | 2 < x < 3\}$
  - B.  $\{x | -3 < x < 2\}$
  - C.  $\{x | -3 < x < -2\}$
  - D.  $\{x | x < -4 \text{ 或 } x > -3\}$
  
2. 下列函数中是定义在  $\mathbb{R}$  上的增函数的是 ( )
  - A.  $y = \sqrt{x+1}$
  - B.  $y = 2^{-x}$
  - C.  $y = \log_{0.5}(x+1)$
  - D.  $y = (x-1)^3$
  
3. 函数  $f(x) = \frac{4}{x} - 2^x$  的零点所在区间是 ( )
  - A.  $(0, \frac{1}{2})$
  - B.  $(\frac{1}{2}, 1)$
  - C.  $(1, 2)$
  - D.  $(2, 3)$
  
4. 若  $a = 2.1^{-3}$ ,  $b = 3^{\frac{1}{2}}$ ,  $c = \log_2 0.5$ , 则 ( )
  - A.  $b > c > a$
  - B.  $b > a > c$
  - C.  $a > c > b$
  - D.  $a > b > c$
  
5. “ $a=1$ ”是“对任意的正整数  $x$ , 均有  $x + \frac{a}{x} \geq 2$ ”的 ( )
  - A. 充分不必要条件
  - B. 必要不充分条件
  - C. 充分必要条件
  - D. 既不充分也不必要条件
  
6. 函数  $y = 2^{1-x}$  的图像可看作是把函数  $y = 2^x$  经过以下哪种变换得到 ( )
  - A. 把函数  $y = 2^x$  向右平移一个单位
  - B. 先把函数  $y = 2^x$  的图像关于  $x$  轴对称, 然后把所得函数图像向左平移一个单位
  - C. 先把函数  $y = 2^x$  的图像关于  $y$  轴对称, 然后把所得函数图像向左平移一个单位
  - D. 先把函数  $y = 2^x$  的图像关于  $y$  轴对称, 然后把所得函数图像上各点的纵坐标变为原来的 2 倍, 坐标不变

7. 若定义在  $R$  上的偶函数  $f(x)$  满足  $f(x+2)=f(x)$  且  $x \in [0,1]$  时,  $f(x)=x$ , 则方程

$f(x)=\log_2|x|$  的解有 ( )

- A. 2 个      B. 3 个      C. 4 个      D. 多于 4 个

8. 近年来, 踩踏事件时有发生, 给人们的生命财产安全造成了巨大损失. 在人员密集区域,

人员疏散是控制事故的关键, 而能见度  $x$  (单位: 米) 是影响疏散的重要因素. 在特定条件下, 疏散的影响程度  $k$  与能见度  $x$  满足函数关系:

$$k = \begin{cases} 0.2, & x < 0.1, \\ ax^b + 1.4, & 0.1 \leq x \leq 10, (a, b \text{ 是常数}), \\ 1, & x > 10, \end{cases}$$



如图记录了两次实验的数据, 根据上述函数模型

和实验数据,  $b$  的值是 ( )

(参考数据:  $\lg 3 \approx 0.48$ )

- A. -0.24      B. -0.48      C. 0.24      D. 0.48

9. 已知  $f(x)=x^2-2x$ . 若对于  $\forall x_1, x_2 \in [m, m+1]$ , 均有  $f(x_1+1) \geq f(x_2)$  成立, 则实数  $m$  的取值范围是 ( )

- A.  $(-\infty, 0]$       B.  $(-\infty, \frac{1}{2}]$       C.  $[\frac{1}{2}, +\infty)$       D.  $[1, +\infty)$

10. 已知集合  $A=\{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ , 任取  $1 \leq i < j < k \leq n$ ,  $a_i+a_j \in A$ ,  $a_i+a_k \in A$ ,

$a_j+a_k \in A$  中至少有一个成立, 则  $n$  的最大值为 ( )

- A. 3      B. 5      C. 7      D. 9

## 二、填空题 (共 5 小题, 每小题 5 分, 共 25 分),

11. 函数  $f(x)=\log_2(1-x)+\sqrt{x}$  的定义域是 \_\_\_\_\_.

12. 已知函数  $f(x)$  是定义域为  $R$  的奇函数, 且  $f(-1)=2$  则  $f(0)+f(1)=$  \_\_\_\_\_.

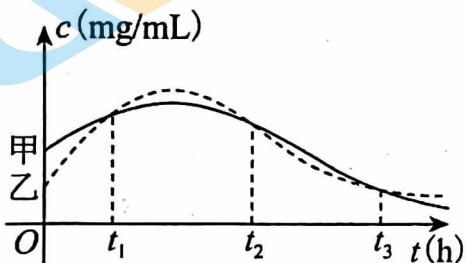
13. 设函数  $f(x)=\begin{cases} e^x, & x \leq 0 \\ -x^2+x+\frac{1}{4}, & x>0 \end{cases}$  则  $f[f(0)]=$  \_\_\_\_\_; 若方程  $f(x)=b$  有且仅有 3 不同的实数根, 则实数  $b$  的取值范围是 \_\_\_\_\_.

14. 已知函数  $f(x) = \begin{cases} (2-a)x, & x \leq 1, \\ a^{x-1}, & x > 1 \end{cases}$  ( $a > 0$  且  $a \neq 1$ ). 给出下列四个结论:

- ①存在实数  $a$ , 使得  $f(x)$  的值域为  $\mathbb{R}$ ;
- ②对任意实数  $a$  ( $a > 0$  且  $a \neq 1$ ),  $f(x)$  都不是  $\mathbb{R}$  上的减函数;
- ③存在实数  $a$ , 使得  $f(x)$  有最小值;
- ④若  $a > 3$ , 则存在  $x_0 \in (0, +\infty)$ , 使得  $f(x_0) = f(-x_0)$ .

其中所有正确结论的序号是\_\_\_\_\_

15. 为了评估某种治疗肺炎药物的疗效, 现有关部门对该药物在人体血管中的药物浓度进行测量. 设该药物在人体血管中药物浓度  $c$  与时间  $t$  的关系为  $c = f(t)$ , 甲、乙两人服用该药物后, 血管中药物浓度随时间  $t$  变化的关系如下图所示.



给出下列四个结论:

- ① 在  $t_1$  时刻, 甲、乙两人血管中的药物浓度相同;
- ② 在  $t_2$  时刻, 甲、乙两人血管中药物浓度的瞬时变化率相同;
- ③ 在  $[t_2, t_3]$  这个时间段内, 甲、乙两人血管中药物浓度的平均变化率相同;
- ④ 在  $[t_1, t_2], [t_2, t_3]$  两个时间段内, 甲血管中药物浓度的平均变化率不相同.

其中所有正确结论的序号是\_\_\_\_\_

三、解答题共 6 小题，共 85 分，解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程.

16. 设  $f(x) = x^2 - ax + 3$ , 其中  $a \in \mathbb{R}$ .

(1) 当  $a=1$  时, 求函数  $f(x)$  的图像与直线  $y=3x$  交点的坐标;

(2) 若函数  $f(x)$  有两个不相等的正数零点, 求  $a$  的取值范围;

(3) 若函数  $f(x)$  在  $(-\infty, 0)$  上不具有单调性, 求  $a$  的取值范围.

17. 函数  $f(x) = |1 - \lg x| - c$ , 其中  $c \in \mathbb{R}$ .

(1) 若  $c=0$ , 求  $f(x)$  的零点;

(2) 若函数  $f(x)$  有两个零点  $x_1, x_2$  ( $x_1 < x_2$ ), 求  $4x_1 + x_2$  的取值范围.

18. 某渔业公司年初用 98 万元购进一艘渔船, 用于捕捞. 已知该船使用中所需的各种费用  $e$  (单位: 万元) 与使用时间  $n$  ( $n \in \mathbb{N}^*$ , 单位: 年) 之间的函数关系式为  $e = 2n^2 + 10n$ , 该船每年捕捞的总收入为 50 万元.

(1) 该渔船捕捞几年开始盈利 (即总收入减去成本及所有使用费用为正值)?

(2) 若当年平均盈利额达到最大值时, 渔船以 30 万元卖出, 则该船为渔业公司带来的收益是多少万元?

19. 已知函数  $f(x) = 12 - x^2$ .

(I) 求曲线  $y = f(x)$  的斜率等于  $-2$  的切线方程;

(II) 设曲线  $y = f(x)$  在点  $(t, f(t))$  处的切线与坐标轴围成的三角形的面积为  $s(t)$ , 求  $s(t)$  的最小值.

20. 已知函数  $f(x) = x - \ln(x+a)$  的最小值为 0, 其中  $a>0$ .

(1) 求  $a$  的值;

(2) 若对任意的  $x \in [0, +\infty)$ , 有  $f(x) \leq kx^2$  成立, 求实数  $k$  的最小值;

21. 设  $A$  是实数集的非空子集, 称集合  $B = \{uv \mid u, v \in A \text{ 且 } u \neq v\}$  为集合  $A$  的生成集.

(1) 当  $A = \{2, 3, 5\}$  时, 写出集合  $A$  的生成集  $B$ ;

(2) 若  $A$  是由 5 个正实数构成的集合, 求其生成集  $B$  中元素个数的最小值;

(3) 判断是否存在 4 个正实数构成的集合  $A$ , 使其生成集  $B = \{2, 3, 5, 6, 10, 16\}$ , 并说明理由.

## 关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 “ 精益求精、专业严谨 ” 的设计理念，不断探索 “K12 教育 + 互联网 + 大数据 ” 的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供 “ 衔接和桥梁纽带 ” 作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力。

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

Q 北京高考资讯