

人大附中 2022~2023 学年度第一学期高一年级数学期中练习 数学参考答案

I 卷

(1) C (2) D (3) B (4) A (5) D (6) D (7) B (8) C (9) A (10) B

(11) $(-\infty, 0) \cup (0, 3]$

(12) 必要不充分/必要

(13) $(-\infty, 2)$

(14) $[1, +\infty)$

(15) $(-\infty, -1) \cup (-1, -\frac{1}{2})$

(16) (共 12 分)

解: (1) 当 $a=2$ 时, $B = \{x | 2x-1 \geq 0\} = [\frac{1}{2}, +\infty)$,2 分

$\therefore A \cap B = [1, 2, 3]$,4 分

$\therefore A \cup B = [\frac{1}{2}, +\infty)$ 6 分

(2) 若条件②成立,

则“ $x \in A \cap B$ ”或“ $x \in B$ ”是“ $x \in A$ ”的必要条件,

可得 $A \subseteq B$ 8 分

法一: 当 $a=0$ 时, $B = \emptyset$, 不合题意;

当 $a < 0$ 时, $B = \{x | x \leq \frac{1}{a}\}$, 又 $A = \{1, 2, 3\}$, 不合题意;

当 $a > 0$ 时, $B = \{x | x \geq \frac{1}{a}\}$, $\therefore \frac{1}{a} \leq 1$, 解得 $a \geq 1$,11 分

法二: 由 $1, 2, 3 \in B$, 得 $\begin{cases} a-1 \geq 0 \\ 2a-1 \geq 0 \\ 3a-1 \geq 0 \end{cases}$, 解得 $a \geq 1$ 11 分

综上所述: 实数 a 的取值范围为 $[1, +\infty)$,12 分

若条件②: $\because \forall x \in A, x \in B, \therefore A \cap B = \emptyset$,8 分

法一: 当 $a=0$ 时, $B = \emptyset$, 满足题意;

当 $a < 0$ 时, $B = \{x | x \leq \frac{1}{a}\}$, 又 $A = \{1, 2, 3\}$, $\therefore \frac{1}{a} < 1$, 解得: $a < 0$ 或 $a > 1$ (舍), $\therefore a < 0$;

当 $a > 0$ 时, $B = \{x | x \geq \frac{1}{a}\}$, 又 $A = \{1, 2, 3\}$, $\therefore \frac{1}{a} > 3$, 解得: $0 < a < \frac{1}{3}$,11 分

法二: $\because A \cap B = \emptyset$, 则 $1, 2, 3 \in B$, 得 $\begin{cases} a-1 < 0 \\ 2a-1 < 0 \\ 3a-1 < 0 \end{cases}$, 解得 $a < \frac{1}{3}$ 11 分

综上所述: 实数 a 的取值范围为 $(-\infty, \frac{1}{3})$ 12 分

17) (共 11 分)

(1) 当 $a=9$ 时, $f(x)<0$, 即 $2x^2-9x+4<0$,1 分

理得 $(2x-1)(x-4)<0$, (本步不是给分点, 其它方法酌情给分)3 分

得 $\frac{1}{2}<x<4$5 分

所求不等式的解集为 $(\frac{1}{2}, 4)$. (没写成集合扣 1 分.)6 分

II) $f(x)\geq 0$ 对 $\forall x\in(0, +\infty)$ 恒成立, 即 $2x^2-ax+4\geq 0$ 在 $x\in(0, +\infty)$ 上恒成立,

一: 即 $a\leq 2x+\frac{4}{x}$ 在 $x\in(0, +\infty)$ 上恒成立,8 分

$2x+\frac{4}{x}\geq 2\sqrt{2x\times\frac{4}{x}}=4\sqrt{2}$9 分

且仅当 $2x=\frac{4}{x}$ 即 $x=\sqrt{2}$ 时取等10 分

$y=2x+\frac{4}{x}$ 在 $x\in(0, +\infty)$ 最小值为 $4\sqrt{2}$,

以 $a\leq 4\sqrt{2}$, a 的取值范围为 $(-\infty, 4\sqrt{2}]$11 分

二: 二次函数 $f(x)=2x^2-ax+4$ 过 $(0, 4)$ 6 分

对称轴 $x=\frac{a}{4}\leq 0$ 时符合题意, 解得 $a\leq 0$;8 分

对称轴 $x=\frac{a}{4}>0$ 时, 只需 $\Delta=a^2-32\leq 0$, 解得 $0<a\leq 4\sqrt{2}$10 分

上所述 a 的取值范围为 $(-\infty, 4\sqrt{2}]$11 分

(18) (共 12 分)

解: (1) 当 $a=0$ 时, $f(x)=x^2$, 定义域为 R 或 $\{x|x \neq 0\}$ 均可, 关于原点对称,1 分

此时 $f(-x)=f(x) \therefore f(x)$ 为偶函数;3 分

当 $a \neq 0$ 时, $f(x)=x^2+\frac{a}{x}$, 定义域为 $\{x|x \neq 0\}$, 关于原点对称,

此时 $f(1)=1+a$, $f(-1)=1-a$, 故 $f(1) \neq f(-1)$ 且 $f(1) \neq -f(-1)$ 5 分

$\therefore f(x)$ 无奇偶性. (其他方法也可)6 分

综上, 当 $a=0$ 时, $f(x)$ 为偶函数; 当 $a \neq 0$ 时, $f(x)$ 无奇偶性.

(II) 若 $a=2$, $f(x)=x^2+\frac{2}{x}$, $f(x)$ 在 $x \in [1, +\infty)$ 上是单调递增的.7 分

任取 $x_1, x_2 \in [1, +\infty)$, 设 $x_1 < x_2$ 8 分

$f(x_2)-f(x_1)=x_2^2+\frac{2}{x_2}-x_1^2-\frac{2}{x_1}=\frac{x_2-x_1}{x_1x_2}[x_1x_2(x_1+x_2)-2]$,9 分

$\because x_2 > x_1 \geq 1, \therefore x_1x_2 > 1, x_1+x_2 > 2, \therefore x_1x_2(x_1+x_2) > 2$, 即 $x_1x_2(x_1+x_2)-2 > 0$

又 $x_2-x_1 > 0, x_1x_2 > 1 > 0$,11 分

$\therefore f(x_2)-f(x_1) > 0$,

所以 $f(x)$ 在 $[1, +\infty)$ 上是单调递增.12 分

II 卷

一、选择题 (共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分)

(19) C

(20) C

(21) A

(22) C

二、填空题 (共 3 小题, 每小题 5 分, 共 15 分)

(23) $\{-1, 3, 0\}$

(24) $[1, +\infty)$

(25) $2, (-\frac{1}{8}, 0) \cup (0, 1]$

注: 25 题答案只要不对均得 0 分.

(26) (共 15 分)

解: (1) 集合 $\{1, 2, 3, 4\}$ 可“双拆”,1 分

不可“任意双拆”.2 分

集合 $\{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$ 不可“双拆”4 分

(II) 不妨设 $a_1 < a_2 < a_3 < a_4 < a_5$,

反证法, 如果可以“任意双拆”5 分

若去掉的元素为 a_1 , 将集合 $\{a_2, a_3, a_4, a_5\}$ 分成两个交集为空集的子集, 且两个子集元素之和

相等, 则有 $a_2 + a_5 = a_3 + a_4$ ①, 或者 $a_5 = a_2 + a_3 + a_4$ ②

若去掉的元素为 a_2 , 将集合 $\{a_1, a_3, a_4, a_5\}$ 分成两个交集为空集的子集, 且两个子集元素之和

相等, 则有 $a_1 + a_5 = a_3 + a_4$ ③, 或者 $a_5 = a_1 + a_3 + a_4$ ④;

.....7 分

由①、③, 得 $a_1 = a_2$, 矛盾; 由②、③得 $a_1 = -a_2$, 矛盾;

由①、④, 得 $a_1 = -a_2$, 矛盾; 由②、④, 得 $a_1 = a_2$, 矛盾.....9 分

因此当 $n=5$ 时, 集合 A 一定不能“任意分拆”;

(3) 设集合 $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$

由题可知, $S(A) - a_i (i=1, 2, \dots, n)$ 均为偶数, 因此 $a_i (i=1, 2, \dots, n)$ 均为奇数或偶数.10 分

如果 $S(A)$ 为奇数, 则 a_i 也均为奇数, 由于 $S(A) = a_1 + a_2 + \dots + a_n$, 所以 n 为奇数.

如果 $S(A)$ 为偶数, 则 a_i 均为偶数,11 分

此时设 $a_i = 2b_i$, 则 $\{b_1, b_2, \dots, b_n\}$ 也是可“任意分拆”的.

重复上述操作有限次, 便可得各项均为奇数的可“任意分拆”集. 此时各项之和也为奇数, 则集

合 A 中元素个数 n 为奇数.

综上所述, 集合 A 中元素个数为奇数.

当 $n=3$ 时, 显然任意集合 $\{a_1, a_2, a_3\}$ 不可“任意分拆”.

当 $n=5$ 时, 第 (2) 问已经证明集合 $A = \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5\}$ 不可“任意分拆”.

故 $n \geq 7$ 13 分

当 $n=7$ 时, 集合 $A = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13\}$,

因为:

$3+5+7+9=11+13, 1+9+13=5+7+11, 9+13=1+3+7+11, 1+3+5+11=7+13,$

$1+9+11=3+5+13, 3+7+9=1+5+13, 1+3+5+9=7+11,$

关注北京高考在线官方微信: 北京高考资讯(微信号:bjgkzx), 获取更多试题资料及排名分析信息.

则集合 A 可“任意分拆”.

所以集合 A 中元素个数 n 的最小值是 7.15 分

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 “精益求精、专业严谨” 的建设理念，不断探索 “K12 教育+互联网+大数据” 的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供 “衔接和桥梁纽带” 作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯