

# 绵阳市高中2020级第三次诊断性考试

## 文科数学

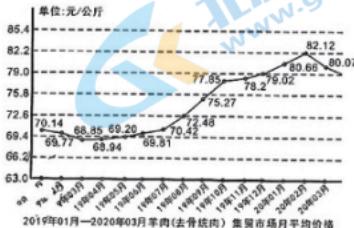
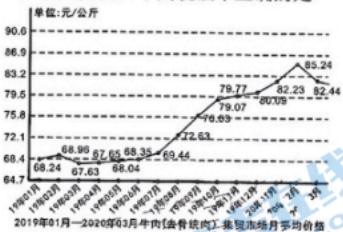
### 注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上，写在本试卷上无效。
3. 考试结束后，将答题卡交回。

一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 若复数 $z=2-i$ ,  $i$ 为虚数单位，则 $\bar{z}$ 的虚部为  
A.  $i$       B.  $-1$       C.  $1$       D.  $2$
2. 已知集合 $A=\{1, 3, 5\}$ ,  $B=\{x \in N | x < 4\}$ , 则 $A \cap B =$   
A.  $\{1, 3\}$       B.  $\{1, 2\}$       C.  $\{0, 1, 2, 3\}$       D.  $\{2, 3\}$
3. 由1, 2, 3组成的无重复数字的三位数为偶数的概率为  
A.  $\frac{1}{6}$       B.  $\frac{1}{3}$       C.  $\frac{1}{2}$       D.  $\frac{2}{3}$
4. 已知平面向量 $a=(2, 3-m)$ ,  $b=(1, m)$ , 若 $a \parallel b$ , 则 $m =$   
A.  $-2$       B.  $1$       C.  $2$       D.  $4$
5. 已知直线 $l: y=kx$ 与圆 $C: (x-2)^2+(y-1)^2=1$ , 则“ $k=\frac{4}{3}$ ”是“直线 $l$ 与圆 $C$ 相切”的  
A. 充分不必要条件      B. 必要不充分条件  
C. 充分必要条件      D. 既不充分也不必要条件
6. 在 $\triangle ABC$ 中，角 $A, B, C$ 的对边分别为 $a, b, c$ , 且 $c-b\cos A < 0$ , 则 $\triangle ABC$ 形状为  
A. 锐角三角形      B. 直角三角形  
C. 钝角三角形      D. 等腰直角三角形
7. 已知 $F_1, F_2$ 为双曲线 $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{3}=1$ 的左、右焦点，过点 $F_2$ 向该双曲线的一条渐近线作垂线 $PF_2$ , 垂足为 $P$ , 则 $\triangle PF_1F_2$ 的面积为  
A. 2      B.  $\sqrt{3}$       C. 4      D.  $2\sqrt{3}$

8. 据统计, 我国牛、羊肉集贸市场价格在2019年波动幅度较大, 2020年开始逐渐趋于稳定。如下图分别为2019年1月至2020年3月, 我国牛肉、羊肉集贸市场月平均价格大致走势图, 下列说法不正确的是



- A. 2019年1月至2020年3月, 牛肉与羊肉月平均价格的涨跌情况基本一致  
 B. 2019年3月开始至当年末, 牛肉与羊肉的月平均价格都一直持续上涨  
 C. 2019年7月至10月牛肉月平均价格的平均增量高于2020年1至2月的增量  
 D. 同期相比, 羊肉的月平均价格一定高于牛肉的月平均价格

9. 已知函数  $f(x)=\cos(\omega x - \frac{\pi}{6})$  是区间  $[-\frac{\pi}{2}, 0]$  上的增函数, 则正实数  $\omega$  的取值范围是

A.  $(0, 1]$       B.  $(0, \frac{4}{3})$       C.  $(0, \frac{5}{3}]$       D.  $(0, 2]$

10. 《孔雀东南飞》中曾叙“十三能织素, 十四学裁衣, 十五弹箜篌, 十六诵诗书。”箜篌历史悠久、源远流长, 音域宽广、音色柔美清激, 表现力强。如图是箜篌的一种常见的形制, 对其进行绘制, 发现近似一扇形, 在圆弧的两个端点A, B处分别作切线相交于点C, 测得切线  $AC=99.9\text{cm}$ ,  $BC=100.2\text{cm}$ ,  $AB=180\text{cm}$ , 根据测量数据可估算出该圆弧所对圆心角的余弦值为



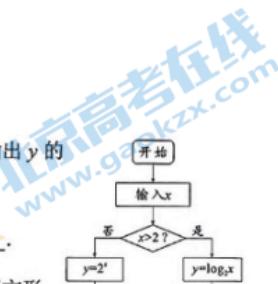
A. 0.62      B. 0.56      C. -0.56      D. -0.62

11. 已知球  $O$  的体积为  $36\pi$ , 圆锥  $SO_1$  的顶点  $S$  及底面圆  $O_1$  上所有点都在球面上, 且底面圆  $O_1$  半径为  $2\sqrt{2}$ , 则该圆锥侧面的面积为

A.  $6\sqrt{2}\pi$       B.  $4\sqrt{6}\pi$  或  $6\sqrt{2}\pi$       C.  $8\sqrt{3}\pi$  或  $4\sqrt{6}\pi$       D.  $8\sqrt{3}\pi$

12. 设函数  $f(x)$  为  $|x|-1$  与  $x^2-2ax+a+3$  中较大的数, 若存在  $x$  使得  $f(x)\leq 0$  成立, 则实数  $a$  的取值范围为

A.  $[-\frac{4}{3}, -1] \cup (1, 4]$       B.  $(-\infty, -\frac{4}{3}] \cup [4, +\infty)$   
 C.  $(-\infty, \frac{1-\sqrt{13}}{2}) \cup (\frac{1+\sqrt{13}}{2}, 4]$       D.  $[-1, 1]$



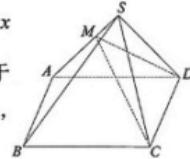
二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 执行如图所示的程序框图，若输入  $x$  的值为  $\log_2 3$ ，则输出  $y$  的值为\_\_\_\_\_.

14. 已知  $\theta \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$ ,  $\sin(\pi + \theta) = -\frac{\sqrt{3}}{3}$ , 则  $\tan \theta = \underline{\hspace{2cm}}$ .

15. 如右下图所示，在四棱锥  $S-ABCD$  中，底面  $ABCD$  为正方形， $AB=4$ ,  $M$  为线段  $SA$  上一点，且  $AM=2MS$ , 平面  $MCD$  与侧棱  $BS$  交于点  $N$ , 则  $MN=\underline{\hspace{2cm}}$ .

16.  $F_1, F_2$  是椭圆  $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  的左右焦点，过  $F_1$  作  $x$  轴的垂线交椭圆  $C$  于点  $A, B$ , 过  $F_2$  作  $x$  轴的垂线交椭圆  $C$  于点  $M, N$ ,  $P$  是线段  $AB$  上的动点，且  $\overline{PM} \cdot \overline{PN}$  的最大值是  $a^2$ ，则椭圆  $C$  的离心率为\_\_\_\_\_.



三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

(一) 必考题：共 60 分。

17. (12 分)

某服装公司经过多年的发展，在全国布局了 3500 余家规模相当的销售门店。该公司每年都会设计生产春季新款服装并投放到各个门店销售。该公司为了了解 2022 年春季新款服装在某个片区的销售情况，市场部随机调查了该片区 6 个销售门店当年销售额(单位：万元，不考虑门店之间的其它差异)，统计结果如下：

门店编号	1	2	3	4	5	6
年销售额	28	33	30	40	45	22

(1) 请用平均数，中位数分别估计 2022 年该公司的春季新款服装在这个片区的某个销售门店的年销售额；

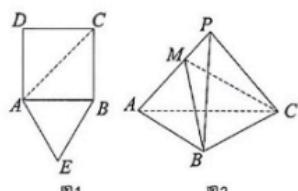
(2) 从以上 6 个门店中随机抽取 2 个，求恰好有 1 个门店的该年销售额不低于 40 万元的概率。

18. (12 分)

如图 1，由正方形  $ABCD$  与正三角形  $ABE$  组成的平面图形，其中  $AB=2\sqrt{2}$ ，将其沿  $AC, AB$  折起使得  $D, E$  恰好重合于点  $P$ ，如图 2。

(1) 证明：平面  $PAC \perp$  平面  $ABC$ ；

(2) 若点  $M$  是线段  $AP$  上，且  $PM=\frac{1}{3}PA$ ，求



三棱锥  $P-MBC$  的体积。

19. (12 分)

已知等差数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ , 且  $a_4 = 4$ , 数列  $\{b_n\}$  的首项为  $b_1 = \frac{1}{3}$ , 且满足

$$b_1 \cdot b_2 \cdot b_3 \cdots b_n = (\sqrt{3})^{S_n}.$$

(1) 求  $a_1$ ,  $S_n$ ;

(2) 求数列  $\{b_n\}$  的通项公式.

20. (12 分)

已知函数  $f(x) = (a-2)\ln x + x^2 - ax$ .

(1) 当  $a=3$  时, 求曲线  $f(x)$  在  $x=1$  处切线的方程;

(2) 讨论函数  $f(x)$  在区间  $[1, e]$  上的零点个数.

21. (12 分)

过点  $A(2, 0)$  的直线  $l$  与抛物线  $C: y^2 = 2px (p > 0)$  交于点  $M, N (M, N$  在第一象限), 且

当直线  $l$  的倾斜角为  $\frac{\pi}{4}$  时,  $|MN|=3\sqrt{2}$ .

(1) 求抛物线的方程;

(2) 若  $B(3, 0)$ , 延长  $MB$  交抛物线  $C$  于点  $P$ , 延长  $PN$  交  $x$  轴于点  $Q$ , 求  $\frac{|ON|}{|QP|}$  的值.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题做答. 如果多做, 则按所做第一题记分.

22. [选修 4—4: 坐标系与参数方程] (10 分)

在直角坐标系  $xOy$  中, 已知圆  $C$  的方程为:  $x^2 + y^2 - 4x = 0$ .

(1) 写出圆  $C$  的一个参数方程;

(2) 若  $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$  是圆  $C$  上不同的两点, 且  $|AB|=2\sqrt{2}$ , 求  $x_1x_2 + y_1y_2$  的最大值.

23. [选修 4—5: 不等式选讲] (10 分)

已知  $a, b, c$  均为正实数, 且  $a+2b+3c=4$ .

(1) 若  $a=1$ , 求证:  $\sqrt{b} + \sqrt{c} \leq \frac{\sqrt{10}}{2}$ ;

(2) 若  $\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c} = 2$ , 求  $a$  的取值范围.

## 关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 “ 精益求精、专业严谨 ” 的建设理念，不断探索 “K12 教育 + 互联网 + 大数据 ” 的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供 “ 衔接和桥梁纽带 ” 作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力。

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

Q 北京高考资讯