

平谷区 2019—2020 学年度第一学期教学质量监控试卷

高一 数学

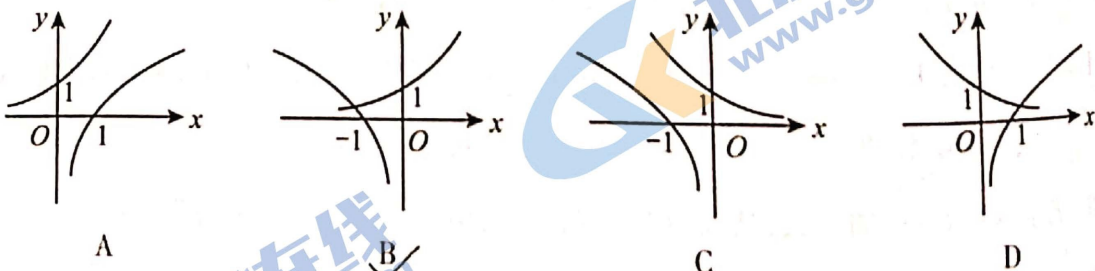
2020.1

注意
事项

1. 本试卷分第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分,共 4 页,共 150 分,考试时间为 120 分钟.
2. 试题所有答案必须书写在答题纸上,在试卷上作答无效.
3. 考试结束后,将答题纸交回,试卷按学校要求保存好.

第 I 卷 选择题(共 40 分)

一、选择题(本大题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分;在每个小题列出的四个选项中,选出符合题目要求的一项.)

1. 已知集合 $A = \{2, 4, 6\}$, $B = \{x | (x-2)(x-4) = 0\}$, 则 $A \cap B$ 等于
A. $\emptyset$ B. $\{2\}$ C. $\{4\}$ D. $\{2, 4\}$
2. 已知 $\sin \alpha > 0$, 且 $\cos \alpha < 0$, 则 α 的终边所在的象限是
A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限
3. 下列函数为奇函数的是
A. $y = 2^x$ B. $y = \sin x, x \in [0, 2\pi]$
C. $y = x^3$ D. $y = \lg |x|$
4. 在同一平面直角坐标系内, $y = 2^x$ 与 $y = \log_2(-x)$ 的图象可能是

5. 已知 $a, b \in \mathbf{R}$, 那么“ $3^a < 3^b$ ”是“ $\log_{\frac{1}{3}} a > \log_{\frac{1}{3}} b$ ”的
A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
6. 方程 $x \sin x = 1$ 在区间 $[0, 2\pi]$ 上根的个数为
A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

7. 已知 $\tan\theta = 2$, 那么 $\sin\theta \cdot \cos\theta$ 的值为

- ☒ A. $\frac{2}{5}$ B. $\frac{1}{5}$ C. $\frac{4}{5}$ D. $\frac{3}{5}$

8. 某餐厅经营盒饭生意, 每天的房租、人员工资等固定成本为 200 元, 每盒盒饭的成本为 15 元, 销售单价与日均销售量的关系如下表:

单价/元	16	17	18	19	20	21	22
日销售量/盒	480	440	400	360	320	280	240

根据以上数据, 当这个餐厅每盒盒饭定价_____元时, 利润最大.

- A. 16.5 ☒ B. 19.5 C. 21.5 D. 22

第 II 卷 非选择题(共 110 分)

二、填空题(本大题共 6 小题, 每小题 5 分, 共 30 分, 请把答案填在答题卡中相应题中横线上.)

9. $\sin \frac{11\pi}{6}$ 等于_____.

10. $2\lg 2 + \lg 250$ 的值等于_____.

11. 已知函数 $y = \frac{x^2 + 4}{x}$ ($x > 0$), 那么当 $x =$ _____时, 函数 y 的最小值为_____.

12. 函数 $f(x) = 2\sin(2x + \frac{\pi}{3}) + 1$ 的最小值为_____.

13. 函数 $f(x) = \begin{cases} x^2, & x \geq t, \\ x, & 0 < x < t. \end{cases}$ ($t > 0$) 是区间 $(0, +\infty)$ 上的增函数, 则 t 的取值范围_____.

14. 已知函数 $f(x) = 2\sin(-x)$. 给出下列结论:

- ① 函数 $f(x)$ 是奇函数;
- ② 函数 $f(x)$ 在区间 $(-\frac{\pi}{2}, 0)$ 上是增函数;
- ③ $f(\frac{2\pi}{3}) = -f(\frac{4\pi}{3})$;
- ④ 若 $\forall x_1, x_2 \in \mathbf{R}$ 则 $|f(x_1) - f(x_2)| \leq A$ 恒成立, 则 A 的最小值为 4.

其中正确结论的序号是_____. (写出所有正确结论的序号).

三、解答题(本大题共 6 小题,共 80 分.解答应写出文字说明,证明过程或演算步骤.)

15. (本小题满分 13 分)

已知 $\tan \alpha = \frac{1}{2}$, 且 α 为第三象限角.

(I) 求 $\cos \alpha$ 的值;

(II) 求 $\frac{2\sin(2\pi + \alpha) - 3\cos(\pi + \alpha)}{3\cos(\pi - \alpha) + 4\sin(-\alpha)}$ 的值.

16. (本小题满分 13 分)

已知 $f(x) = ax^2 - (2a+1)x + 2$,

(I) 当 $a = -1$ 时, 解不等式 $f(x) \leq 0$;

(II) 若 $a > 0$, 解关于 x 的不等式 $f(x) \leq 0$.

17. (本小题满分 13 分)

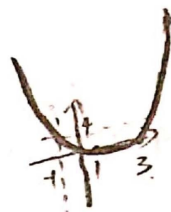
已知函数 $f(x) = \sqrt{2}\sin(2x - \frac{\pi}{4})$, $x \in \mathbf{R}$.

(I) 求 $f(x)$ 的最小正周期及单调递减区间;

(II) 求证: 当 $x \in [0, \frac{\pi}{2}]$ 时, $f(x) \geq -1$.

18. (本小题满分 14 分)

已知二次函数 $f(x)$ 的图象经过 $A(-1, 4), B(1, 0), C(3, 0)$ 三点.



(I) 求函数 $f(x)$ 的解析式, 并求 $f(x)$ 的最小值;

(II) 是否存在常数 m , 使得当实数 x_1, x_2 满足 $x_1 + x_2 = m$ 时, 总有 $f(x_1) = f(x_2)$ 恒成立, 若存在求 m 的值, 不存在说明理由.

19. (本小题满分 14 分)

在平面直角坐标系 xOy 中, 设锐角 α 的始边与 x 轴的非负半轴重合, 终边与单位圆交于点 $P(\frac{3}{5}, y_P)$, 将射线 OP 绕坐标原点 O 按逆时针方向旋转 $\frac{\pi}{2}$ 后与单位圆交于点 Q , 过 Q 做 x 轴的垂线交 x 轴于点 M .

(I) 求 $\sin \alpha, \tan \alpha$;

(II) 求 $\triangle MOQ$ 的面积 S .

20. (本小题满分 13 分)

定义: 若函数 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$, 且存在非零常数 T , 对任意 $x \in \mathbf{R}$, $f(x+T) = f(x) + T$ 恒成立, 则称 $f(x)$ 为线周期函数, T 为 $f(x)$ 的线周期.

(I) 下列函数: ① $y = \log_2 x$, ② $y = 2^x$, ③ $y = [x]$ (其中 $[x]$ 表示不超过 x 的最大整数)

是线周期函数的是_____ (直接填写序号);

(II) 若 $g(x)$ 为线周期函数, 其线周期为 T , 求证: $G(x) = g(x) - x$ 为周期函数;

(III) 若 $\varphi(x) = \sin x + kx$ 为线周期函数, 求 k 的值.