

2020 北京延庆初二（上）期中

数 学

考

1. 本试卷共 6 页，共三道大题，28 道小题，满分 100 分，考试时间 120 分钟。
2. 在试卷和答题卡上认真填写学校名称、姓名和学号。
3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。
4. 在答题卡上，选择题、作图题用 2B 铅笔作答，其他试题用黑色签字笔作答。

一、 选择题：（共 8 个小题，每小题 2 分，共 16 分）

下面各题均有四个选项，其中只有一个是符合题意的。

1. 若二次根式 $\sqrt{x-3}$ 有意义，则实数 x 的取值范围是

- A. $x \neq 3$ B. $x > 3$ C. $x \geq 3$ D. $x < 3$

2. 在 $\frac{1}{a}$, $\frac{2xy}{\pi}$, $\frac{3a^2b^3c}{4}$, $\frac{x}{7} + \frac{y}{8}$, $\frac{10}{y}$ 中，分式的个数是

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

3. 不改变分式的值，下列各式变形正确的是

- A. $\frac{x}{y} = \frac{x+1}{y+1}$ B. $\frac{-x+y}{x-y} = -1$ C. $\frac{x^2-y^2}{x+y} = x+y$ D. $(-\frac{3x}{y})^2 = \frac{3x^2}{y^2}$

4. 25 的平方根是

- A. $\sqrt{5}$ B. $\pm\sqrt{5}$ C. ± 5 D. 5

5. 下列运算结果正确的是

- A. $\sqrt{(-9)^2} = -9$ B. $(-\sqrt{2})^2 = 2$ C. $\sqrt{6} \div \sqrt{2} = 3$ D. $\sqrt{25} = \pm 5$

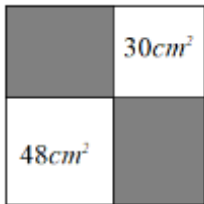
6. 若把分式 $\frac{2xy}{x+3y}$ 的 x , y 同时扩大 10 倍，则分式的值

- A. 扩大 10 倍 B. 缩小 10 倍 C. 不变 D. 缩小 5 倍

7. 下列分式中是最简分式的是

- A. $\frac{2x+4}{6x+8}$ B. $\frac{x+y}{x^2-y^2}$ C. $\frac{x+y}{x^2+y^2}$ D. $\frac{x^2-y^2}{x^2-2xy+y^2}$

8. 如图，从一个大正方形中截去面积为 30cm^2 和 48cm^2 的两个小正方形，则剩余部分的面积为



A. 78cm^2

B. $(4\sqrt{3} + \sqrt{30})\text{cm}^2$

C. $12\sqrt{10}\text{cm}^2$

D. $24\sqrt{10}\text{cm}^2$

二、填空题（共 8 个小题，每题 2 分，共 16 分）

9. 当 x _____ 时，分式 $\frac{x}{x-1}$ 有意义；当 x _____ 时，分式 $\frac{x+2}{x-3}$ 值为零.

10. 写出一个比 $\sqrt{7}$ 大且比 $\sqrt{11}$ 小的无理数_____.

11. 写出一个与 $\sqrt{3}$ 是同类二次根式的最简二次根式_____.

12. 分式 $\frac{2}{3m^2n}$, $\frac{5}{6mn^2}$ 的最简公分母是_____.

13. $\sqrt{16}$ 的算术平方根是_____.

14. 计算：（1） $(\frac{3bc}{-2a^2})^2 =$ _____；（2） $\frac{10ab}{c^2} \div \frac{5a}{4c} =$ _____.

15. 比较大小：（1） $-\sqrt[3]{3}$ _____ $\sqrt{2}$ ；（2） $\sqrt{10}$ _____ π .

16. 观察规律：

$$\frac{1}{\sqrt{2}+1} = \frac{\sqrt{2}-1}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)} = \frac{\sqrt{2}-1}{2-1} = \sqrt{2}-1;$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})} = \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{3-2} = \sqrt{3}-\sqrt{2};$$

同理可得： $\frac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{3}} = \sqrt{4}-\sqrt{3}$ ；依照上述规律，则 $\frac{1}{\sqrt{11}+\sqrt{10}} =$ _____；

$$(\frac{1}{\sqrt{2}+1} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{3}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{2020}+\sqrt{2019}}) \times (\sqrt{2020}+1) = \text{_____}.$$

三、解答题（本题共 68 分；17-19 每题 5 分；20-26 每题 6 分；27 题 4 分；28 题 7 分）

17. 计算： $2\sqrt{18} - 4\sqrt{\frac{1}{8}} + 3\sqrt{32}$.

18. 计算： $\sqrt{27} + \sqrt[3]{-8} - \sqrt{(-2)^2} + |1 - \sqrt{3}|$.

19. 计算: $(\sqrt{5}-\sqrt{2})(\sqrt{5}+\sqrt{2})-(\sqrt{3}-1)^2$.

20. 计算: $\frac{x^2-4y^2}{x^2+2xy+y^2} \cdot \frac{2x^2+2xy}{x+2y}$.

21. 计算: $\frac{a^2+3a}{a^2+2a+1} \div \frac{a+3}{a+1} - \frac{1}{a+1}$.

22. 解方程: $\frac{1}{x-1} - \frac{2}{x^2-1} = 0$.

23. 解方程: $\frac{x}{x-1} - 1 = \frac{2}{x}$.

24. 先化简: $(a - \frac{2a-1}{a}) \div \frac{1-a^2}{a^2+a}$, 然后从 $-1, 0, 1, 2$ 中选一个你认为合适的 a 值, 代入求值.

25. 列方程解应用题

中国地大物博, 过去由于交通不便, 一些地区的经济发展受到了制约, 自从“高铁网络”在全国陆续延伸以后, 许多地区的经济和旅游发生了翻天覆地的变化, 高铁列车也成为人们外出旅行的重要交通工具. 李老师从北京到某地去旅游, 从北京到该地普快列车行驶的路程约为 1352km, 高铁列车比普快列车行驶的路程少 52 km, 高铁列车比普快列车行驶的时间少 8h. 已知高铁列车的平均时速是普快列车平均时速的 2.5 倍, 求高铁列车的平均时速.

26. 老师所留的作业中有这样一个分式的计算题 $\frac{2}{x+1} + \frac{x+5}{x^2-1}$, 甲、乙两位同学完成的过程分别如下:

甲同学:	乙同学:
$\frac{2}{x+1} + \frac{x+5}{x^2-1}$	$\frac{2}{x+1} + \frac{x+5}{x^2-1}$
$= \frac{2}{(x+1)(x-1)} + \frac{x+5}{(x+1)(x-1)} \quad \text{第一步}$	$= \frac{2(x-1)}{(x+1)(x-1)} + \frac{x+5}{(x+1)(x-1)} \quad \text{第一步}$
$= \frac{2+x+5}{(x+1)(x-1)} \quad \text{第二步}$	$= 2x-2+x+5 \quad \text{第二步}$
$= \frac{x+7}{(x+1)(x-1)} \quad \text{第三步}$	$= 3x+3 \quad \text{第三步}$

老师发现这两位同学的解答过程都有错误.

(1) 请你从甲、乙两位同学中, 选择一位同学的解答过程, 帮助他分析错因, 并加以改正. 我选择_____同学的解答过程进行分析. (填“甲”或“乙”)

该同学的解答从第_____步开始出现错误, 错误的原因是_____;

关注北京高考在线官方微信: **北京高考资讯**(ID:bj-gaokao), 获取更多试题资料及排名分析信息.

(2) 请重新写出完成此题的正确解答过程.

$$\frac{2}{x+1} + \frac{x+5}{x^2-1}$$

27. 阅读理解: 对于任意正实数 a, b ,

$$\because (\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 \geq 0,$$

$$\therefore a - 2\sqrt{ab} + b \geq 0,$$

$$\therefore a + b \geq 2\sqrt{ab},$$

$$\therefore \text{当 } a = b \text{ 时, } a + b \text{ 有最小值 } 2\sqrt{ab}.$$

根据上述内容, 回答下列问题:

(1) 若 $m > 0$, 只有当 $m = \underline{\hspace{2cm}}$ 时, $m + \frac{3}{m}$ 有最小值;

(2) 若 $m > 0$, 求 m 为何值时, $2m + \frac{12}{m}$ 有最小值, 并求出这个最小值.

28. 一般情况下, $\frac{b}{a} - \frac{3}{ab} = 1 - \frac{1}{b}$ 不成立, 但有些数可以使得它成立, 例如: $a = 1$,

$b = 2$. 我们称使得 $\frac{b}{a} - \frac{3}{ab} = 1 - \frac{1}{b}$ 成立的一对数 a, b 为“有效数对”,

记为 (a, b) .

(1) 判断数对① $(-2, 1)$, ② $(3, 3)$ 中是“有效数对”的是____; (只填序号)

(2) 若 $(k, -1)$ 是“有效数对”, 求 k 的值;

(3) 若 $(4, m)$ 是“有效数对”, 求代数式 $\frac{4m - [3m^2 - 2(4m - 1)]}{3m(m - 4)}$ 的值.

2020 北京延庆初二（上）期中数学

参考答案

一、选择题：（共 8 个小题，每小题 2 分，共 16 分）

C B B C B A C D

二、填空题（共 8 个小题，每空 2 分，共 16 分）

9. $x \neq 1$, $x = -2$ 10. 答案不唯一 11. 答案不唯一 12. $6m^2n^2$

13. 2 14. (1) $\frac{9b^2c^2}{4a^4}$; (2) $\frac{8b}{c}$ 15. (1) $<$; (2) $>$

16. $\sqrt{11} - \sqrt{10}$; 2019.

三、解答题（17-19 每题 5 分，共 15 分；20--26 每题 6 分，共 42 分；27 题 4 分；28 题 7 分；共 68 分）

17. $2\sqrt{18} - 4\sqrt{\frac{1}{8}} + 3\sqrt{32}$

解: $= 6\sqrt{2} - \sqrt{2} + 12\sqrt{2} \dots\dots\dots 3$ 分

$= 17\sqrt{2} \dots\dots\dots 5$ 分

18. $\sqrt{27} + \sqrt[3]{-8} - \sqrt{(-2)^2} + |1 - \sqrt{3}|$

解: $= 3\sqrt{3} + (-2) - 2 + \sqrt{3} - 1 \dots\dots\dots 4$ 分

$= 4\sqrt{3} - 5 \dots\dots\dots 5$ 分

19. $(\sqrt{5} - \sqrt{2}) \cdot (\sqrt{5} + \sqrt{2}) - (\sqrt{3} - 1)^2$

解: $= (5 - 2) - (3 - 2\sqrt{3} + 1) \dots\dots\dots 2$ 分

$= 3 - (4 - 2\sqrt{3}) \dots\dots\dots 3$ 分

$= 2\sqrt{3} - 1 \dots\dots\dots 5$ 分

20. $\frac{x^2 - 4y^2}{x^2 + 2xy + y^2} \cdot \frac{2x^2 + 2xy}{x + 2y}$

解: $= \frac{(x + 2y)(x - 2y)}{(x + y)^2} \cdot \frac{2x(x + y)}{x + 2y} \dots\dots\dots 3$ 分

$= \frac{2x(x - 2y)}{x + y} = \frac{2x^2 - 4xy}{x + y} \dots\dots\dots 6$ 分

$$21. \frac{a^2 + 3a}{a^2 + 2a + 1} \div \frac{a + 3}{a + 1} - \frac{1}{a + 1}$$

$$= \frac{a(a + 3)}{(a + 1)^2} \cdot \frac{a + 1}{a + 3} - \frac{1}{a + 1} \dots\dots\dots 3 \text{分}$$

$$= \frac{a}{a + 1} - \frac{1}{a + 1} \dots\dots\dots 5 \text{分}$$

$$= \frac{a - 1}{a + 1} \dots\dots\dots 6 \text{分}$$

$$22. \frac{1}{x - 1} - \frac{2}{x^2 - 1} = 0$$

解：方程两边同时乘以 $(x + 1)(x - 1)$ 得

$$x - 1 + 2 = 0 \dots\dots\dots 3 \text{分}$$

$$x = 1 \dots\dots\dots 5 \text{分}$$

检验：当 $x = 1$ 时， $(x + 1)(x - 1) = 0$ ，所以，原方程无解 $\dots\dots\dots 6 \text{分}$

$$23. \frac{x}{x - 1} - 1 = \frac{2}{x}$$

解：方程两边同时乘以 $x(x - 1)$ 得

$$x^2 - x(x - 1) = 2(x - 1) \dots\dots\dots 2 \text{分}$$

$$x^2 - x^2 + x = 2x - 2 \dots\dots\dots 3 \text{分}$$

$$x = 2 \dots\dots\dots 5 \text{分}$$

检验：当 $x = 2$ 时， $x(x - 1) \neq 0$ ，所以，原方程的解是 $x = 2 \dots\dots\dots 6 \text{分}$

$$24. \left(a - \frac{2a - 1}{a}\right) \div \frac{1 - a^2}{a^2 + a}$$

解：= $\frac{a^2 - 2a + 1}{a} \cdot \frac{a(a + 1)}{(1 + a)(1 - a)} \dots\dots\dots 4 \text{分}$

$$= 1 - a \dots\dots\dots 5 \text{分}$$

当 $a = 2$ 时，原式 = $-1 \dots\dots\dots 6 \text{分}$

25. 解：设普快列车的平均时速为 x km/h，则高铁列车的平均时速为 $2.5x$ km/h，由题意得：

$$\frac{1352}{x} - 8 = \frac{1300}{2.5x} \dots\dots\dots 3 \text{分}$$

解得 $x = 104 \dots\dots\dots 4 \text{分}$

经检验： $x = 104$ 是所列方程的解，且符合实际问题的意义。 $\dots\dots\dots 5 \text{分}$

关注北京高考在线官方微信：[北京高考资讯 \(ID:bj-gaokao\)](#)，获取更多试题资料及排名分析信息。

当 $x=104$ 时, $2.5x=2.5 \times 104=260$ 6 分

答: 高铁列车的平均时速为 260km/h.

26. (1) 答案不唯一 (每空 1 分)3 分

(2) $\frac{2}{x+1} + \frac{x+5}{x^2-1}$ (选甲为例)

$$= \frac{2}{x+1} + \frac{x+5}{(x+1)(x-1)} \text{4 分}$$

$$= \frac{2(x-1)}{(x+1)(x-1)} + \frac{x+5}{(x+1)(x-1)} \text{5 分}$$

$$= \frac{3}{x-1} \text{6 分}$$

27. (1) $\sqrt{3}$ 1 分

(2) $\sqrt{6}$, $4\sqrt{6}$ 4 分

28. (1) ②1 分

(2) 把 $(k, -1)$ 代入 $\frac{b}{a} - \frac{3}{ab} = 1 - \frac{1}{b}$ 中

$$\frac{-1}{k} - \frac{3}{-k} = 1 - \frac{1}{-1}$$

$k=1$ 4 分

(3) 把 $(4, m)$ 代入 $\frac{b}{a} - \frac{3}{ab} = 1 - \frac{1}{b}$ 中

$$\frac{m}{4} - \frac{3}{4m} = 1 - \frac{1}{m}$$

化简整理得 $m^2 - 4m = -1$

$$\frac{4m - [3m^2 - 2(4m - 1)]}{3m(m - 4)} = \frac{-3m^2 + 12m - 2}{3m^2 - 12m} = \frac{-3(m^2 - 4m) - 2}{3(m^2 - 4m)} = \frac{3 - 2}{-3} = -\frac{1}{3} \dots 7 \text{ 分}$$

关于我们

北京高考资讯是专注于北京新高考政策、新高考选科规划、志愿填报、名校强基计划、学科竞赛、高中生生涯规划的超级升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有北京高考在线网站（www.gaokzx.com）和微信公众平台等媒体矩阵。

目前，北京高考资讯微信公众号拥有30W+活跃用户，用户群体涵盖北京80%以上的重点中学校长、老师、家长及考生，引起众多重点高校的关注。
北京高考在线官方网站：www.gaokzx.com

北京高考资讯（ID: bj-gaokao）
扫码关注获取更多



关注北京高考在线官方微信：[北京高考资讯](https://www.gaokzx.com)（ID:bj-gaokao），获取更多试题资料及排名分析信息。