

石景山区 2022-2023 学年第一学期高一期末试卷

数 学

本试卷共 6 页，满分为 100 分，考试时间为 120 分钟。请务必将答案答在答题卡上，在试卷上作答无效，考试结束后上交答题卡。

第一部分（选择题 共 40 分）

一、选择题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

1. 设命题 $p: \exists n \in \mathbb{N}, n^2 > 2^n$ ，则 $\neg p$ 为

A. $\forall n \in \mathbb{N}, n^2 > 2^n$ B. $\exists n \in \mathbb{N}, n^2 \leq 2^n$

C. $\forall n \in \mathbb{N}, n^2 \leq 2^n$ D. $\exists n \in \mathbb{N}, n^2 = 2^n$

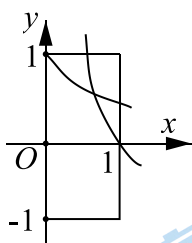
2. 不等式 $\frac{2}{x-1} \geq 1$ 的解集为

A. $(1, 3]$ B. $[1, 3]$ C. $(-\infty, 1) \cup [3, +\infty)$ D. $(-\infty, 1] \cup [3, +\infty)$

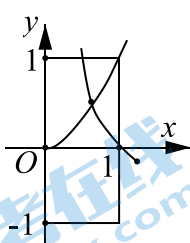
3. 掷两颗均匀的骰子，则点数之和为 5 的概率等于

A. $\frac{1}{18}$ B. $\frac{1}{12}$ C. $\frac{1}{9}$ D. $\frac{1}{6}$

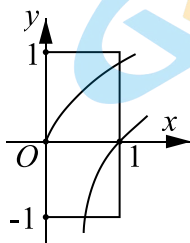
4. 在同一直角坐标系中，函数 $f(x) = x^a (x \geq 0)$, $g(x) = \log_a x$ 的图像可能是



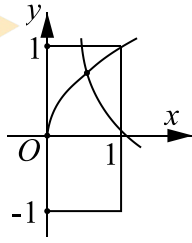
A



B



C



D

5. 已知 a 、 b 、 c 都是实数, 则 “ $a < b$ ” 是 “ $ac^2 < bc^2$ ” 的

- A. 充分非必要条件 B. 必要非充分条件
C. 充要条件 D. 既非充分也非必要条件

6. 若 $a > b > 0$, $0 < c < 1$, 则

- A. $\log_a c < \log_b c$ B. $\log_c a < \log_c b$ C. $a^c < b^c$ D. $c^a > c^b$

7. 已知函数 $f(x) = 2^x - x - 1$, 则 $f(x)$ 的零点个数为

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

8. 甲、乙两人进行飞镖游戏, 甲的10次成绩分别为8, 6, 7, 7, 8, 10, 10, 9, 7, 8, 乙的10次成绩的平均数为8, 方差为0.4, 则下列说法不正确的是

- A. 甲的10次成绩的极差为4 B. 甲的10次成绩的75%分位数为8
C. 甲和乙的20次成绩的平均数为8 D. 乙比甲的成绩更稳定

9. 在天文学中, 天体的明暗程度可以用星等或亮度来描述. 两颗星的星等与亮度满足

$m_2 - m_1 = \frac{5}{2} \lg \frac{E_1}{E_2}$, 其中星等为 m_k 的星的亮度为 E_k ($k=1,2$). 已知太阳的星等是 -26.7 ,

天狼星的星等是 -1.45 , 则太阳与天狼星的亮度的比值为

- A. $10^{10.1}$ B. 10.1 C. $\lg 10.1$ D. $10^{-10.1}$

10. 设 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数, 若存在两个不等实数 $x_1, x_2 \in \mathbf{R}$, 使得

$f\left(\frac{x_1+x_2}{2}\right) = \frac{f(x_1)+f(x_2)}{2}$, 则称函数 $f(x)$ 具有性质 P , 那么下列函数:

- ① $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$; ② $f(x) = x^3$; ③ $f(x) = |x^2 - 1|$; ④ $f(x) = x^2$;

不具有性质 P 的函数为

- A. ① B. ② C. ③ D. ④

第二部分（非选择题共 60 分）

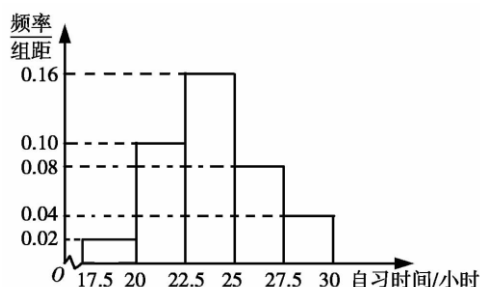
二、填空题共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分。

11. 一支田径队有男运动员 48 人，女运动员 36 人，若用分层抽样的方法从该队的全体运动员中抽取一个容量为 21 的样本，则抽取男运动员的人数为_____.

12. 函数 $y = x^{\frac{1}{2}} + \log_2(1-x)$ 的定义域为_____.

13. 某高校调查了 200 名学生每周的自习时间（单位：小时），其中自习时间的范围是

$[17.5, 30]$ ，并制成了频率分布直方图，如右图所示，样本数据分组为 $[17.5, 20)$ ， $[20, 22.5)$ ， $[22.5, 25)$ ， $[25, 27.5)$ ， $[27.5, 30]$. 根据频率分布直方图，这 200 名学生中每周的自习时间不少于 22.5 小时的人数为_____.



14. 设函数 $f(x) = \begin{cases} 1-x, & x \leq a \\ 2^x, & x > a \end{cases}$ ，若 $f(1) = 2f(0)$ ，则实数 a 可以为_____。（只需

写出满足题意的一个数值即可）

15. 设 P 为非空实数集且满足：对任意给定的 $x, y \in P$ （ x, y 可以相同），都有 $x+y \in P$ ， $x-y \in P$ ， $xy \in P$ ，则称 P 为幸运集. 有以下结论：

①集合 $P = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ 为幸运集；②集合 $P = \{x | x = 2n, n \in \mathbf{Z}\}$ 为幸运集；

③若集合 P_1, P_2 为幸运集，则 $P_1 \cup P_2$ 为幸运集；④若集合 P 为幸运集，则一定有 $0 \in P$ ；

其中正确结论的序号是_____.

三、解答题共 5 小题，共 35 分。解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程。

16. (本小题 6 分)

已知全集 $U = \mathbb{R}$ ，若集合 $A = \{x | -2 \leq x \leq 4\}$ ， $B = \{x | x - m \leq 0\}$ 。

(I) 若 $m = 3$ ，求 $\complement_U B$ ， $A \cup B$ ；

(II) 若 $A \cap B = A$ ，求实数 m 的取值范围。

17. (本小题 6 分)

下列是一道利用基本不等式求最值的习题：

已知 $a > 0, b > 0$ ，且 $a + b = 1$ ，求 $y = \frac{1}{a} + \frac{2}{b}$ 的最小值。

小明和小华两位同学都巧妙地用了“ $a + b = 1$ ”，但结果并不相同。

小明的解法：由于 $a + b = 1$ ，所以 $y = \frac{1}{a} + \frac{2}{b} + 1 - 1 = \frac{1}{a} + \frac{2}{b} + a + b - 1 = a + \frac{1}{a} + b + \frac{2}{b} - 1$ ，

而 $a + \frac{1}{a} \geq 2\sqrt{a \cdot \frac{1}{a}} = 2$ ， $b + \frac{2}{b} \geq 2\sqrt{b \cdot \frac{2}{b}} = 2\sqrt{2}$ 。那么 $y \geq 2 + 2\sqrt{2} - 1 = 1 + 2\sqrt{2}$ 。

则最小值为 $1 + 2\sqrt{2}$ 。

小华的解法：由于 $a + b = 1$ ，所以 $y = \frac{1}{a} + \frac{2}{b} = (\frac{1}{a} + \frac{2}{b})(a + b) = 3 + \frac{b}{a} + \frac{2a}{b}$ ，

而 $3 + \frac{b}{a} + \frac{2a}{b} \geq 3 + 2\sqrt{\frac{b}{a} \cdot \frac{2a}{b}} = 3 + 2\sqrt{2}$ 。则最小值为 $3 + 2\sqrt{2}$ 。

(I) 你认为哪位同学的解法正确，哪位同学的解法有错误？

(II) 请说明你判断的理由。

18. (本小题 8 分)

某质检机构为检测某产品的质量,在甲、乙两厂匀速运行的自动包装传送带上每隔10分钟抽一包产品,称其质量(单位:克),分别记录抽查数据,获得质量数据茎叶图(如图).

甲		乙
8	10	8 9
6 4 2 1	11	2 4 5
3	12	6

(I) 根据样本数据,求甲、乙两厂产品质量的平均数和中位数;

(II) 若从甲厂6件样品中随机抽取两件,列举出所有可能的抽取结果;记它们的质量分别是 a 克, b 克,求 $|a-b|<4$ 的概率.

19. (本小题 8 分)

已知函数 $f(x) = \log_2 \frac{1+ax}{x-1}$ (a 为常数) 是奇函数.

(I) 求 a 的值与函数 $f(x)$ 的定义域;

(II) 若当 $x \in (1, +\infty)$ 时, $f(x) + \log_2(x-1) > m$ 恒成立, 求实数 m 的取值范围.

20. (本小题 7 分)

甲、乙两人进行羽毛球比赛，采取“三局两胜”制，即两人比赛过程中，谁先胜两局即结束比赛，先胜两局的是胜方，另一方是败方.根据以往的数据分析，每局比赛甲胜乙的概率均为 $\frac{3}{5}$ ，甲、乙比赛没有平局，且每局比赛是相互独立的.

(I) 求比赛恰进行两局就结束的概率;

(II) 求这场比赛甲获胜的概率.

石景山区 2022-2023 学年第一学期高一期末

数学试卷答案及评分参考

一、选择题：本大题共 10 个小题，每小题 4 分，共 40 分。

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	C	A	C	D	B	B	C	B	A	D

二、填空题：本大题共 5 个小题，每小题 5 分，共 25 分。

11. 12； 12. $[0,1)$ ； 13. 140；

14. -1（答案不唯一）； 15. ②④.

（15 题选对一个给 3 分）

三、解答题：本大题共 5 个小题，共 35 分。解答题应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

16.（本小题 6 分）

解：（I） $\because m=3 \therefore B=\{x|x\leq 3\}$

$\because U=R \therefore \complement_U B=\{x|x>3\}$ 1 分

$\because A=\{x|-2\leq x\leq 4\}$

$\therefore A\cup B=\{x|x\leq 4\}$ 3 分

（II） $\because A\cap B=A \therefore A\subseteq B$ 4 分

$\because A=\{x|-2\leq x\leq 4\}, B=\{x|x\leq m\}$

$\therefore m\geq 4$ 6 分

17. (本小题 6 分)

解: (I) 小华的解法正确; 小明的解法错误2 分

(II) 在小明的解法中, $a + \frac{1}{a} \geq 2$, 等号成立时 $a = 1$;

$b + \frac{2}{b} \geq 2\sqrt{2}$, 等号成立时 $b = \sqrt{2}$,

那么取得最小值 $1 + 2\sqrt{2}$ 时, $a + b = 1 + \sqrt{2}$,

这与已知条件 $a + b = 1$ 是相矛盾的.4 分

在小华的解法中, $\frac{b}{a} + \frac{2a}{b} \geq 2\sqrt{2}$, 等号成立的条件为 $b^2 = 2a^2$, 即 $b = \sqrt{2}a$,

再由已知条件 $a + b = 1$, 即可解得满足条件的 a, b 的值, 是合理的.6 分

18. (本小题 8 分)

解: (I) 甲厂质量的平均数 $\frac{108+111+112+114+116+123}{6} = 114$,

甲的中位数是 $\frac{112+114}{2} = 113$,

乙厂产品质量的平均数是 $\frac{108+109+112+114+115+126}{6} = 114$,

乙的中位数是 $\frac{112+114}{2} = 113$4 分

(II) 从甲厂 6 件样品中随机抽两件, 结果共有 $n = 15$ 个, 分别为:5 分

$\{108, 111\}, \{108, 112\}, \{108, 114\}, \{108, 116\}, \{108, 123\}, \{111, 112\}, \{111, 114\}, \{111, 116\},$

$\{111, 123\}, \{112, 114\}, \{112, 116\}, \{112, 123\}, \{114, 116\}, \{114, 123\}, \{116, 123\}$...6 分

设 “ $|a - b| < 4$ ” 为事件为 A, 由事件 A 共有 5 个结果:

$\{108, 111\}, \{111, 112\}, \{111, 114\}, \{112, 114\}, \{114, 116\},$ 7 分

$\therefore |a - b| < 4$ 的概率 $P(A) = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}$8 分

19. (本小题 8 分)

解: (I) 因为函数 $f(x) = \log_2 \frac{1+ax}{x-1}$ 是奇函数,

所以 $f(-x) = -f(x)$, 所以 $\log_2 \frac{1-ax}{-x-1} = -\log_2 \frac{1+ax}{x-1}$,1 分

即 $\log_2 \frac{ax-1}{x+1} = \log_2 \frac{x-1}{1+ax}$,2 分

所以 $a=1$,3 分

令 $\frac{1+x}{x-1} > 0$, 解得 $x < -1$ 或 $x > 1$,

所以函数的定义域为 $\{x | x < -1 \text{ 或 } x > 1\}$;4 分

(II) $f(x) + \log_2(x-1) = \log_2(1+x)$,5 分

当 $x > 1$ 时, 所以 $x+1 > 2$, 所以 $\log_2(1+x) > \log_2 2 = 1$7 分

因为 $x \in (1, +\infty)$, $f(x) + \log_2(x-1) > m$ 恒成立,

所以 $m \leq 1$, 所以 m 的取值范围是 $(-\infty, 1]$8 分

20. (本小题 7 分)

解: (I) 比赛恰进行两局就结束对应的事件 A 有两种可能,

事件 A_1 : 甲胜乙, 事件 A_2 : 乙胜甲.1 分

$$P(A_1) = \frac{3}{5} \times \frac{3}{5} = \frac{9}{25}, \quad P(A_2) = \frac{2}{5} \times \frac{2}{5} = \frac{4}{25},$$

$$P(A) = P(A_1 + A_2) = P(A_1) + P(A_2) = \frac{13}{25}. \quad \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

(II) 这场比赛甲获胜对应的事件 B 有两种可能, 事件 B_1 : 比赛两局结束且甲获胜; 事件 B_2 : 比赛三局结束且甲获胜.4 分

$$P(B_1) = \frac{9}{25}, \quad P(B_2) = \frac{3}{5} \times \frac{2}{5} \times \frac{3}{5} + \frac{2}{5} \times \frac{3}{5} \times \frac{3}{5} = \frac{36}{125}, \quad \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

$$\therefore P(B) = P(B_1 + B_2) = \frac{9}{25} + \frac{36}{125} = \frac{81}{125}. \quad \dots\dots\dots 7 \text{ 分}$$

【若有不同解法, 请酌情给分】

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 “精益求精、专业严谨” 的建设理念，不断探索 “K12 教育+互联网+大数据” 的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供 “衔接和桥梁纽带” 作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯