

初三数学

2024.1

学校 _____ 班级 _____ 姓名 _____ 教育 ID 号 _____

考生须知

- 本试卷共 8 页,共三道大题,28 道小题,满分 100 分,考试时间 120 分钟。
- 在试卷和答题卡上准确填写学校、班级、姓名和教育 ID 号。
- 试题答案一律填涂或书写在答题卡上,在试卷上作答无效。
- 在答题卡上选择题、作图题用 2B 铅笔作答,其他试题用黑色字迹签字笔作答。
- 考试结束后,请将答题卡交回。

一、选择题(每题 2 分,共 16 分)

1. 下列四个交通标志图案中,是中心对称图形的是



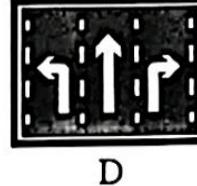
A



B



C



D

2. 若 $x=3$ 是关于 x 的方程 $x^2-2x-m=0$ 的一个根,则 m 的值是

- A. -15 B. -3 C. 3 D. 15

3. 关于二次函数 $y=2(x-1)^2+2$,下列说法正确的是

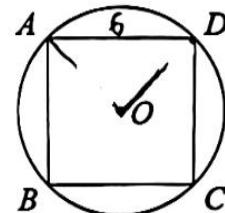
- A. 当 $x=1$ 时,有最小值为 2 B. 当 $x=1$ 时,有最大值为 2
C. 当 $x=-1$ 时,有最小值为 2 D. 当 $x=-1$ 时,有最大值为 2

4. 在下列事件中,随机事件是

- A. 投掷一枚质地均匀的骰子,向上一面的点数不超过 6
B. 从装满红球的袋子中随机摸出一个球,是白球
C. 通常情况下,自来水在 10℃结冰
D. 投掷一枚质地均匀的骰子,向上一面的点数为 2

5. 如图,正方形 ABCD 的边长为 6,且顶点 A,B,C,D 都在 $\odot O$ 上,则 $\odot O$ 的半径为

- A. 3
B. 6
C. $3\sqrt{2}$
D. $6\sqrt{2}$

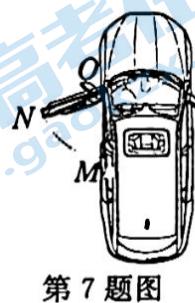


6. 北京 2022 年冬奥会以后, 冰雪运动的热度持续. 某地滑雪场第一周接待游客 7 000 人, 第三周接待游客 8 470 人. 设该地滑雪场游客人数的周平均增长率为 x , 根据题意, 下面所列方程正确的是

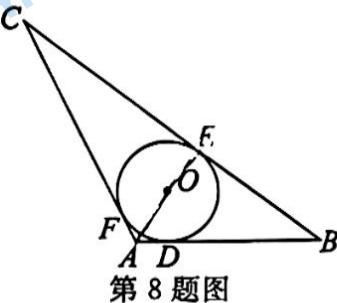
- A. $7000(1+x)^2 = 8470$ B. $7000x^2 = 8470$
 C. $7000(1+2x) = 8470$ D. $7000(1+x)^3 = 8470$

7. 如图, 某汽车车门的底边长为 1 m, 车门侧开后的最大角度为 72° . 若将一扇车门侧开, 则这扇车门底边扫过区域的最大面积是

- A. $\frac{\pi}{10} \text{ m}^2$ B. $\frac{\pi}{5} \text{ m}^2$ C. $\frac{2\pi}{5} \text{ m}^2$ D. $\frac{4\pi}{5} \text{ m}^2$



第 7 题图



第 8 题图

8. 如图, $\odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的内切圆, 与 AB, BC, AC 分别相切于点 D, E, F . 若 $\odot O$ 的半径为 2, $AB=6, AC=8, BC=12$, 则 $\triangle ABC$ 的面积为

- A. $12\sqrt{3}$ B. 24 C. 26 D. 52

二、填空题(每题 2 分, 共 16 分)

9. 把抛物线 $y=2x^2$ 向下平移 3 个单位长度, 所得到的抛物线的解析式为 _____.

10. 若一元二次方程 $x^2+6x-1=0$ 经过配方, 变形为 $(x+3)^2=n$ 的形式, 则 n 的值为 _____.

11. 为了解某品种小麦的发芽率, 某农业合作小组在相同条件下对该小麦做发芽试验, 试验数据如下表:

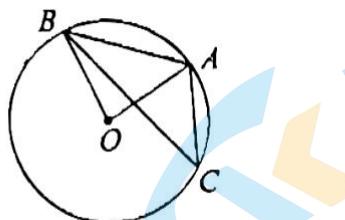
种子个数 n	5	50	100	200	500	1 000	2 000	3 000
发芽种子个数 m	4	44	92	189	476	951	1 898	2 851
发芽种子频率 $\frac{m}{n}$	0.800	0.880	0.920	0.945	0.952	0.951	0.949	0.950

- (1) 估计该品种小麦在相同条件下发芽的概率为 _____ (结果保留两位小数);
 (2) 若在相同条件下播种该品种小麦 10 000 个, 则约有 _____ 个能发芽.

12. 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知点 A 的坐标为 $(1, 2)$, 点 B 与点 A 关于原点对称, 则点 B 的坐标为 _____.

13. 已知二次函数 $y = -x^2 + 8x + 3$, 当 $x > m$ 时, y 随 x 的增大而减小, 则 m 的值可以是 _____ (写出一个即可).

14. 如图, A, B, C 是 $\odot O$ 上的三个点, 若 $\angle ACB = 40^\circ$, 则 $\angle OBA$ 的大小是 _____ $^\circ$.



15. 如图 1, 一名男生推铅球, 铅球的运动路线近似是抛物线的一部分. 铅球出手位置的高度为 $\frac{5}{3}$ m, 当铅球行进的水平距离为 4 m 时, 高度达到最大值 3 m. 铅球的行进高度 y (单位: m) 与水平距离 x (单位: m) 之间的关系满足二次函数. 若以最高点为原点, 过原点的水平直线为 x 轴, 建立如图 2 所示的平面直角坐标系 xOy , 该二次函数的解析式为 $y = -\frac{1}{12}x^2$. 若以过出手点且与地面垂直的直线为 y 轴, y 轴与地面的交点为原点, 建立如图 3 所示的平面直角坐标系 xOy , 则该二次函数的解析式为 _____.

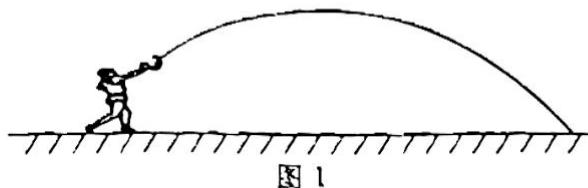


图 1

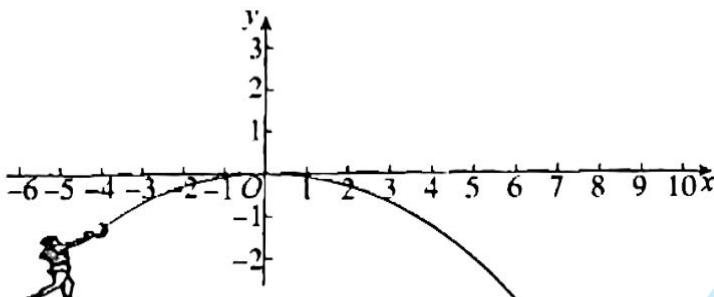


图 2

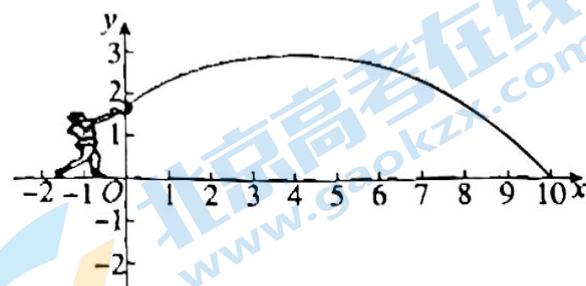


图 3

16. 某单位承担了一项施工任务, 完成该任务共需 A, B, C, D, E, F, G 七道工序. 施工要求如下:

①先完成工序 A, B, C , 再完成工序 D, E, F , 最后完成工序 G ;

②完成工序 A 后方可进行工序 B , 工序 C 可与工序 A, B 同时进行;

③完成工序 D 后方可进行工序 E , 工序 F 可与工序 D, E 同时进行;

④完成各道工序所需时间如下表所示:

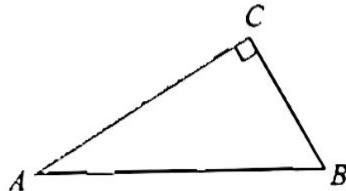
工序	A	B	C	D	E	F	G
所需时间/天	11	15	28	17	16	31	25

- (1) 在不考虑其它因素的前提下,该施工任务最少 _____ 天完成;
- (2) 现因情况有变,需将工期缩短到 80 天. 工序 A,C,D 每缩短 1 天需增加的投入分别为 5 万元,4 万元,6 万元,其余工序所需时间不可缩短,则所增加的投入最少是 _____ 万元.

三、解答题(共 68 分,17—21 题,每题 5 分,22 题 6 分,23 题 5 分,24—26 题,每题 6 分,27—28 题,每题 7 分)

17. 解方程: $3x(x+1)=2(x+1)$.

18. 如图,在 $\text{Rt}\triangle ACB$ 中, $\angle C=90^\circ$.
求作: $\odot O$,使得 $\triangle ACB$ 的三个顶点都在 $\odot O$ 上.



作法:

① 作边 AB 的垂直平分线,交 AB 于点 O;

② 以点 O 为圆心, OA 长为半径作圆.

则 $\odot O$ 为所求作的圆.

(1) 利用直尺和圆规,补全图形(保留作图痕迹);

(2) 完成下面的证明.

证明: 连接 OC.

由作图可知, $OB=OA=\frac{1}{2}AB$.

\therefore 点 B 在 $\odot O$ 上.

在 $\text{Rt}\triangle ACB$ 中, $\angle ACB=90^\circ$.

$\therefore OC=\frac{1}{2}AB$ (_____)(填推理依据).

$\therefore OC=OA$.

\therefore 点 C 在 $\odot O$ 上.

$\therefore \triangle ACB$ 的三个顶点都在 $\odot O$ 上.

19. 在平面直角坐标系 xOy 中, 二次函数 $y=x^2+bx$ 的图象过点 $A(3,3)$.

(1) 求该二次函数的解析式;

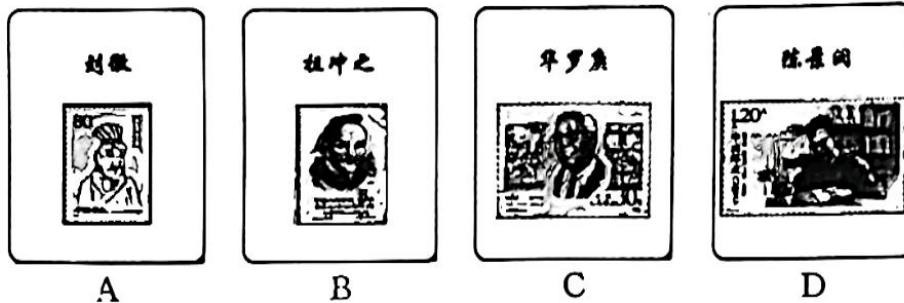
(2) 用描点法画出该二次函数的图象;

(3) 当 $0 < x < 3$ 时, 对于 x 的每一个值, 都有 $kx > x^2+bx$, 直接写出 k 的取值范围.

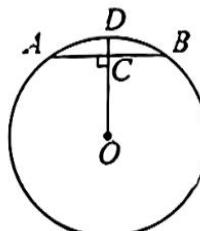
20. 某班开展“讲数学家故事”的活动. 下面是印有四位中国数学家纪念邮票图案的卡片 A, B, C, D, 卡片除图案外其它均相同. 将四张卡片背面朝上, 洗匀后放在桌面上, 小明同学从中随机抽取两张, 讲述卡片上数学家的故事.

(1) 请写出小明抽到的两张卡片所有可能出现的结果;

(2) 求小明抽到的两张卡片中恰好有数学家华罗庚邮票图案的概率.



21. 如图, AB 是 $\odot O$ 的弦, 半径 $OD \perp AB$ 于点 C . 若 $AB=16$, $CD=2$, 求 $\odot O$ 的半径的长.



22. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 - (2m+1)x + m^2 - 2 = 0$.

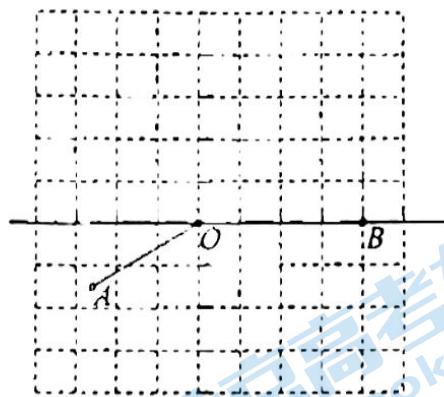
(1) 当该方程有两个不相等的实数根时, 求 m 的取值范围;

(2) 当该方程的两个实数根互为相反数时, 求 m 的值.

23. 如图, 在边长均为 1 个单位长度的小正方形组成的网格中, O, B 为格点(每个小正方形的顶点叫做格点), $OA = 3, OB = 4$, 且 $\angle AOB = 150^\circ$. 线段 OA 关于直线 OB 对称的线段为 OA' , 将线段 OB 绕点 O 逆时针旋转 45° 得到线段 OB' .

(1) 画出线段 OA', OB' :

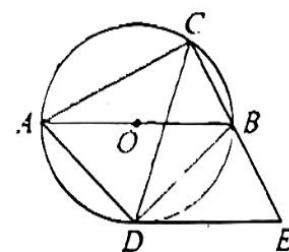
(2) 将线段 OB 绕点 O 逆时针旋转 α ($45^\circ < \alpha < 90^\circ$) 得到线段 OC' , 连接 $A'C'$. 若 $A'C' = 5$, 求 $\angle B'OC'$ 的度数.



24. 如图, AB 为 $\odot O$ 的直径, 点 C 在 $\odot O$ 上, $\angle ACB$ 的平分线 CD 交 $\odot O$ 于点 D , 过点 D 作 $DE \parallel AB$, 交 CB 的延长线于点 E .

(1) 求证: 直线 DE 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 若 $\angle BAC = 30^\circ$, $BC = 2\sqrt{2}$, 求 CD 的长.



25. 食用果蔬前,适当浸泡可降低农药的残留.某小组针对同种果蔬研究了不同浸泡方式对某种农药去除率的影响.

方式一:采用清水浸泡.

记浸泡时间为 t 分钟,农药的去除率为 $y_1\%$,部分实验数据记录如下:

t (分)	5	8	10	12	15	20
$y_1\%$	30	50	57	52	37	33

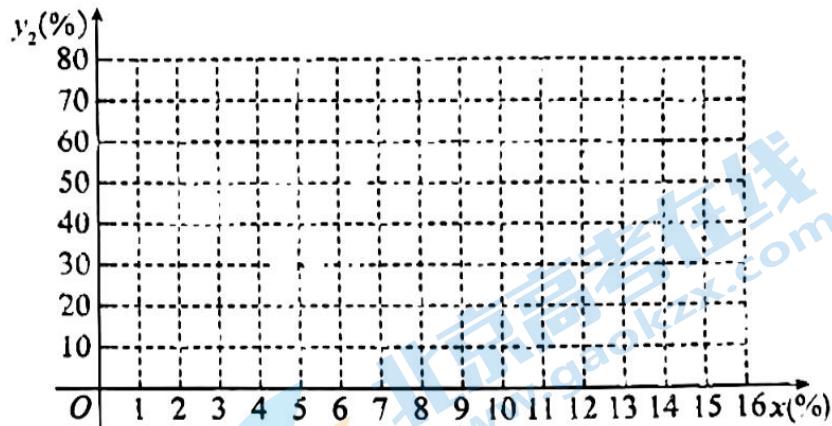
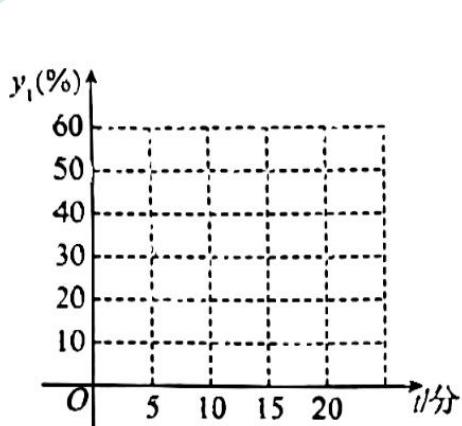
方式二:采用不同浓度的食用碱溶液浸泡相同时间.

记食用碱溶液的浓度为 $x\%$,农药的去除率为 $y_2\%$,部分实验数据记录如下:

$x\%$	2	5	7	10	12	15
$y_2\%$	43	52	57	76	57	25

结合实验数据和结果,解决下列问题:

(1)通过分析以上实验数据,发现可以用函数刻画方式一中农药的去除率 $y_1\%$ 与浸泡时间 t (分)之间的关系,方式二中农药的去除率 $y_2\%$ 与食用碱溶液的浓度 $x\%$ 之间的关系,请分别在下面的平面直角坐标系中画出这两个函数的图象;



(2)利用方式一的函数关系可以推断,降低该种农药残留的最佳浸泡时间为 _____分钟;

(3)利用方式一和方式二的函数关系可以推断,用食用碱溶液浸泡含该种农药的这种果蔬时,要想不低于清水浸泡的最大去除率,食用碱溶液的浓度 $x\%$ 中, x 的取值范围可以是 _____.

26. 在平面直角坐标系 xOy 中,点 $(2, c)$ 在抛物线 $y=ax^2+bx+c(a>0)$ 上,设该抛物线的对称轴为直线 $x=t$.

(1)求 t 的值;

(2)已知 $M(x_1, y_1), N(x_2, y_2)$ 是该抛物线上的任意两点,对于 $m < x_1 < m+1$, $m+1 < x_2 < m+2$,都有 $y_1 < y_2$,求 m 的取值范围.

27. 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, $\angle BAC=120^\circ$, D 为 BC 上一点, 连接 DA , 将线段 DA 绕点 D 顺时针旋转 60° 得到线段 DE .

(1) 如图1, 当点 D 与点 B 重合时, 连接 AE , 交 BC 于点 H , 求证: $AE \perp BC$.

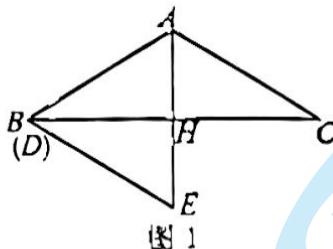


图1

(2) 当 $BD \neq CD$ 时(图2中 $BD < CD$, 图3中 $BD > CD$), F 为线段 AC 的中点, 连接 EF . 在图2, 图3中任选一种情况, 完成下列问题:

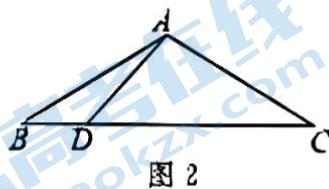


图2

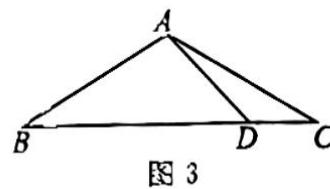


图3

①依题意, 补全图形;

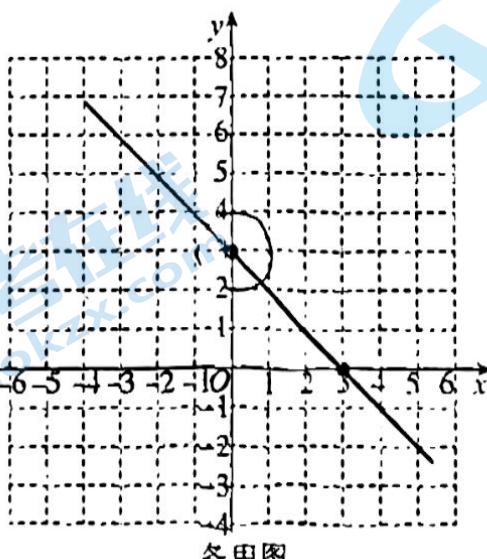
②猜想 $\angle AFE$ 的大小, 并证明.

28. 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知点 P 和直线 l_1, l_2 . 点 P 关于直线 l_1, l_2 “和距离”的定义如下: 若点 P 到直线 l_1, l_2 的距离分别为 d_1, d_2 , 则称 $d_1 + d_2$ 为点 P 关于直线 l_1, l_2 的“和距离”, 记为 d . 特别地, 当点 P 在直线 l_1 上时, $d_1 = 0$; 当点 P 在直线 l_2 上时, $d_2 = 0$.

(1) 在点 $P_1(3, 0)$, $P_2(-1, 2)$, $P_3(4, -1)$ 中, 关于 x 轴和 y 轴的“和距离”为3的点是_____;

(2) 若 P 是直线 $y = -x + 3$ 上的动点, 则点 P 关于 x 轴和 y 轴的“和距离” d 的最小值为_____;

(3) 已知点 $A(0, 3)$, $\odot A$ 的半径为1. 若 P 是 $\odot A$ 上的动点, 直接写出点 P 关于 x 轴和直线 $y = \sqrt{3}x + 6$ 的“和距离” d 的取值范围.



备用图

东城区 2023—2024 学年度第一学期期末统一检测

初三数学参考答案及评分标准

2024.1

一、选择题(每题 2 分,共 16 分)

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	B	C	A	D	C	A	B	C

二、填空题(每题 2 分,共 16 分)

9. $y=2x^2-3$ 10. 10 11. (1) 0.95 (2) 9.500 12. (-1, -2) 13. 答案不唯一, $m \geq 4$ 即可

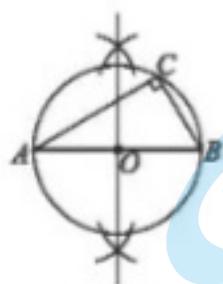
14. 50 15. $y=-\frac{1}{12}x^2+\frac{2}{3}x+\frac{5}{3}$ 16. (1) 86 (2) 38

三、解答题(共 68 分,17—21 题,每题 5 分,22 题 6 分,23 题 5 分,24—26 题,每题 6 分,27—28 题,每题 7 分)

17. 解: 移项, 得 $3x(x+1)-2(x+1)=0$.

因式分解, 得 $(x+1)(3x-2)=0$ 1 分于是得 $x+1=0$, 或 $3x-2=0$ 3 分所以方程的两个根分别为 $x_1=-1$, $x_2=\frac{2}{3}$ 5 分

18. 解:(1) 作图如下,



3 分

(2) AB 直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半 5 分

19. 解:(1) ∵ 点 A(3, 3) 在二次函数 $y=x^2+bx$ 的图象上,

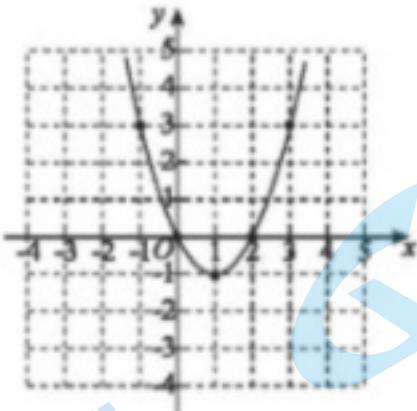
$\therefore 3=3^2+3b$.

解得 $b=-2$. \therefore 该二次函数的解析式为 $y=x^2-2x$ 2 分

(2) 列表:

x	...	-1	0	1	2	3	...
y	...	3	0	-1	0	3	...

描点,连线:



..... 4分

(3) $k \geq 1$ 5分

20. 解:(1)所有可能出现的结果共6种:AB,AC,AD,BC,BD,CD. 3分

(2)记抽到的两张卡片中恰好有数学家华罗庚邮票图案为事件M,M包含的结果有3种,即AC,BC,CD,且6种可能的结果出现的可能性相等.

所以 $P(M) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ 5分

21.解:连接OA.

∵半径OD \perp AB于点C,AB=16,

∴ $\angle ACO=90^\circ$, $AC=\frac{1}{2}AB=8$ 2分

设OA=r,则OC=r-2.

在Rt△AOC中,根据勾股定理,得 $OA^2=AC^2+OC^2$,

即 $r^2=8^2+(r-2)^2$ 4分

解得 $r=17$.

∴ $\odot O$ 的半径的长为17. 5分

22.解:(1)∵关于x的一元二次方程 $x^2-(2m+1)x+m^2-2=0$ 有两个不相等的实数根,

∴ $\Delta=[-(2m+1)]^2-4(m^2-2)=4m^2+4m+1-4m^2+8=4m+9>0$ 2分

解得 $m>-\frac{9}{4}$.

∴m的取值范围是 $m>-\frac{9}{4}$ 3分

(2)由(1)可知, $\Delta=4m+9$.

由求根公式,得 $x_1=\frac{(2m+1)+\sqrt{\Delta}}{2}$, $x_2=\frac{(2m+1)-\sqrt{\Delta}}{2}$ 5分

∵该方程的两个实数根互为相反数,

∴ $x_1+x_2=0$.

∴ $\frac{(2m+1)+\sqrt{\Delta}}{2}+\frac{(2m+1)-\sqrt{\Delta}}{2}=2m+1=0$.

解得 $m=-\frac{1}{2}$,符合题意.

∴当方程的两个实数根互为相反数时, $m=-\frac{1}{2}$ 6分

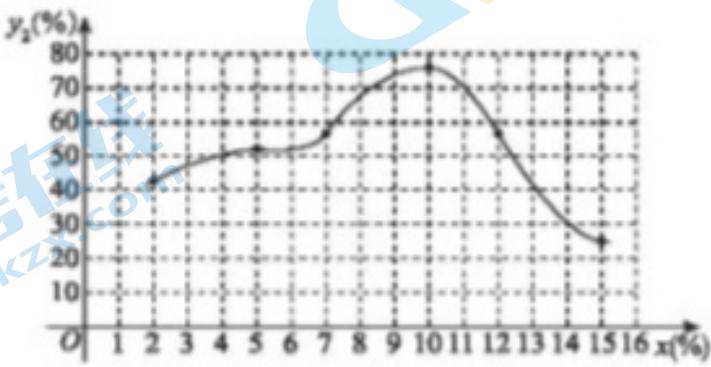
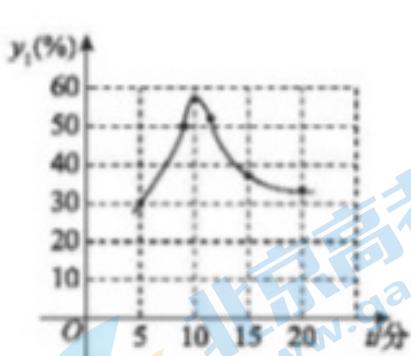
$$\therefore \widehat{BC} = \widehat{BC},$$

$\therefore \angle CDB = \angle BAC = 30^\circ$ 5分

$$\therefore BD = 2BF = 4,$$

在 $Rt\triangle BFD$ 中, 根据勾股定理, 得 $DF = 2\sqrt{3}$.

25. 解:(1)画图如下,



2 分

(2) 10 _____ 4 分

(3) 答案不唯一, 如 $7 \leq x \leq 12$ 6分

26. 解：(1)由題意可知， $4a+2b+c=c$ ，

$$\therefore b = -2a.$$

(2) $\because a > 0, t = 1,$

∴当 $x \geq 1$ 时, y 随 x 的增大而增大; 当 $x < 1$ 时, y 随 x 的增大而减小. ----- 3分

①当 $m \geq 1$ 时,

$$\therefore m < x_1 < m+1, m+1 < x_2 < m+2,$$

$$\therefore 1 \leq x_1 \leq x_2.$$

$\therefore y_1 < y_2$, 符合题意. 4分

② 当 $\frac{1}{2} \leq m < 1$ 时, $\frac{3}{2} \leq m+1 < 2$.

(1) 当 $1 \leq x_1 < m+1$ 时,

$$\therefore m+1 < x_1 < m+2,$$

$$\therefore 1 \leq x_1 < x_2.$$

$$\therefore y_1 < y_2.$$

(1) 当 $m < x_1 < 1$ 时, 设 $M(x_1, y_1)$ 关于抛物线对称轴 $x=1$ 的对称点为 $M'(x_0, y_1)$, 则

$$x_0 - 1 = 1 - x_1.$$

$$\therefore x_0 = 2 - x_N$$

$$\therefore \frac{1}{2} \leq m < 1,$$

$$\therefore 1 \leq x_1 \leq \frac{m}{n}.$$

$\therefore \frac{3}{2} \leq m+1 < 2, m+1 < x_1 < m+2,$

$$\therefore x_1 > \frac{3}{2}.$$

$$\therefore 1 < x_0 < \frac{3}{2} < x_1.$$

$$\therefore y_1 < y_2.$$

\therefore 当 $\frac{1}{2} \leq m < 1$ 时, 符合题意. 5 分

③ 当 $0 \leq m < \frac{1}{2}$ 时, $1 \leq m+1 < \frac{3}{2}$,

令 $x_1 = \frac{1}{2}, x_2 = \frac{3}{2}$, 则 $y_1 = y_2$, 不符合题意.

④ 当 $-\frac{1}{2} \leq m < 0$ 时, $\frac{1}{2} \leq m+1 < 1$,

令 $x_1 = 0, x_2 = 1$, 则 $x_1 < x_2 = 1$,

$\therefore y_1 > y_2$, 不符合题意.

⑤ 当 $-1 \leq m < -\frac{1}{2}$ 时, $0 \leq m+1 < \frac{1}{2}$.

令 $x_1 = -\frac{1}{2}, x_2 = 1$, 则 $x_1 < x_2 = 1$.

$\therefore y_1 > y_2$, 不符合题意.

⑥ 当 $m < -1$ 时, $x_1 < x_2 < m+2 < 1$,

$\therefore y_1 > y_2$, 不符合题意.

综上所述, m 的取值范围是 $m \geq \frac{1}{2}$ 5 分

27. (1) 证明: $\because AB=AC, \angle BAC=120^\circ$,

$$\therefore \angle ABC=\angle C=30^\circ.$$

\because 将线段 DA 绕点 D 顺时针旋转 60° 得到线段 DE ,

$$\therefore DE=DA, \angle ADE=60^\circ.$$

$\therefore \triangle ADE$ 是等边三角形.

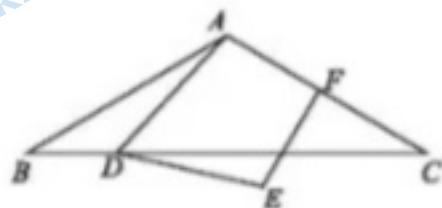
$$\therefore \angle BAE=60^\circ.$$

$$\therefore \angle AHB=90^\circ.$$

$\therefore BC \perp AE$ 3 分

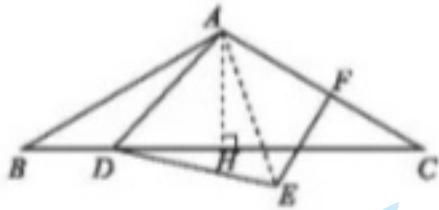
(2) 解: 选择图 2:

① 补全图形如图所示,



② 猜想 $\angle AFE=90^\circ$ 5 分

证明: 如图, 过点 A 作 $AH \perp BC$ 于点 H , 连接 AE .



则 $\angle AHB = \angle AHC = 90^\circ$.

$\because AB = AC, \angle BAC = 120^\circ$,

$\therefore \angle CAH = \frac{1}{2} \angle BAC = 60^\circ, \angle C = 30^\circ$.

$\therefore AH = \frac{1}{2} AC$.

$\because F$ 为线段 AC 中点,

$\therefore AF = \frac{1}{2} AC$.

$\therefore AH = AF$.

由(1)可知 $\triangle ADE$ 是等边三角形.

$\therefore \angle DAE = 60^\circ = \angle CAH, AD = AE$.

$\therefore \angle DAH = \angle EAF$.

在 $\triangle ADH$ 和 $\triangle AEF$ 中,

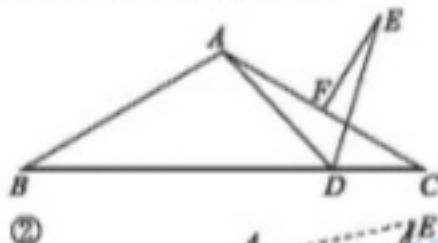
$$\begin{cases} AD = AE, \\ \angle DAH = \angle EAF, \\ AH = AF, \end{cases}$$

$\therefore \triangle ADH \cong \triangle AEF$ (SAS).

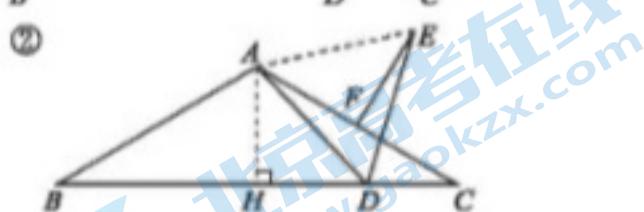
$\therefore \angle AFE = \angle AHD = 90^\circ$.

选择图 3:

① 补全图形如图所示:



②



(选择图 3 的答案与选择图 2 的答案一致)

28. 解: (1) P_1 和 P_2 2 分

(2) 3. 4 分

(3) $\frac{7}{2} \leq d \leq \frac{11}{2}$ 7 分

北京初三期末试题下载

京考一点通团队整理了**【2024年1月北京初三期末试题&答案汇总】**专题，及时更新最新试题及答案。

通过**【京考一点通】**公众号，对话框回复**【期末】**，进入各年级汇总专题，查看并下载电子版试题及答案！



微信搜一搜

Q 京考一点通

京考一点通

“北大A计划”启动2024第七期全国海选！
初二到高二可报名 [报名](#)

2024，心想事必成！Flag留言中奖名单出炉，看看都是谁

高三试题
高二试题
高一试题
外省联考试题
进群学习交流

星期五 14:32

合格考加油
2024北京第一次合格考开考，这个周末...

试题专区 [2024高考](#) [福利领取](#)