

2019 北京第十中学高三（上）期中

数 学

本试卷共 4 页，150 分，考试时长 120 分钟。考生务必将答案答在答题卡上，在试卷上作答无效。考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

第 I 部分（选择题 共 40 分）

一、选择题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

1. 已知 α 终边与单位圆交于点 $(-\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2})$, 则 $\sin \alpha =$

- A. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $-\frac{1}{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{1}{2}$

2. 已知全集 $U = \mathbb{R}$, 集合 $A = \{x \mid \frac{x+2}{x} \leq 0\}$, 则集合 $C_U A =$

- A. $\{x \mid x < -2 \text{ 或 } x > 0\}$ B. $\{x \mid x < -2 \text{ 或 } x \geq 0\}$
C. $\{x \mid x \leq -2 \text{ 或 } x > 0\}$ D. $\{x \mid x \leq -2 \text{ 或 } x \geq 0\}$

3. 下列函数是奇函数，且在区间 $(0, +\infty)$ 是增函数的是

- A. $y = \frac{1}{x}$ B. $y = 2^x$ C. $y = x + \frac{1}{x}$ D. $y = x - \frac{1}{x}$

4. 为了得到函数 $y = \cos(2x + \frac{\pi}{3})$ 的图象，只要把 $y = \cos 2x$ 的图象上所有点

- A. 向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度 B. 向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度
C. 向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度 D. 向右平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度

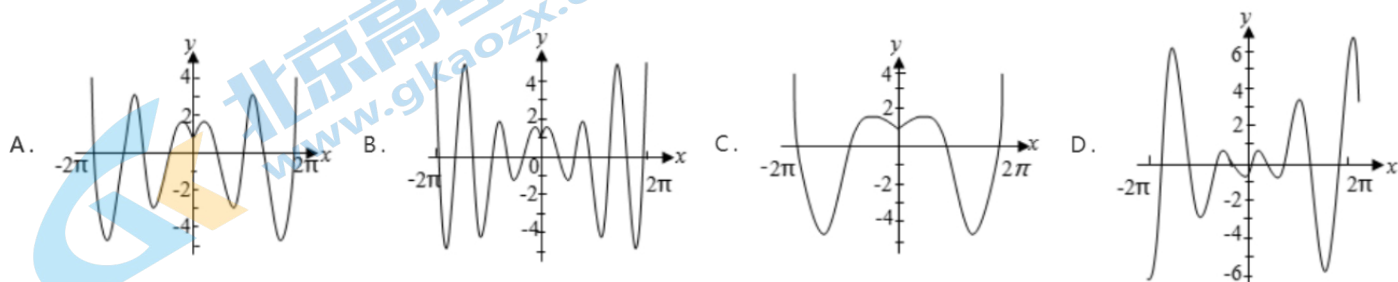
5. “ $\lg x > \lg y$ ” 是 “ $\sqrt{x} > \sqrt{y}$ ” 的

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

6. 如果实数集 $\mathbb{R}$ 的子集 X 满足：任意开区间 (a, b) 中都含有 X 中的元素，则称 X 在 $\mathbb{R}$ 中稠密，若 $\mathbb{R}$ 的子集 X 在 $\mathbb{R}$ 中不稠密，则

- A. 任意开区间都含有 X 补集中的点 B. 存在开区间不含有 X 中的点
C. 任意开区间都不含 X 中的点 D. 存在开区间含有 X 补集中的点

7. 函数 $f(x) = x \sin 2x + \cos x$ 的大致图象可能是 ()



8. 如图，正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中， O 为地面 $ABCD$ 的中心， M 为棱 BB_1 的中点，则下列结论中错误的是 ()

- A. $D_1O \parallel \text{平面} A_1BC_1$
 B. $MO \perp \text{平面} A_1BC_1$
 C. 二面角 $M-AC-B$ 等于 90°
 D. 异面直线 BC_1 与 AC 所成的角等于 60°

第二部分（非选择题 共 110 分）

二、填空题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分。

9. 已知向量 $\vec{a} = (2, 3), \vec{b} = (t, 2)$, 若 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 共线, 则实数 $t =$ _____

10. 函数 $f(x) = \frac{\sqrt{4-x^2}}{\ln x}$ 的定义域为 _____

11. 函数 $f(x) = A \sin(\omega x + \varphi) (A > 0, \omega > 0, |\varphi| < \pi)$ 的部分图象如图所示, 则函数 $f(x)$ 的解析式为 _____

12. 如图, 在边长为 a 的菱形 $ABCD$ 中, $\angle BAD = 60^\circ$, E 为 BC 中点, 则 $\vec{AE} \cdot \vec{BD} =$ _____

13. 已知 S_n 是数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, $S_n = 2 - 2a_{n+1}$, 若 $a_2 = \frac{1}{2}$, 则 $S_5 =$ _____

14. 已知集合 M 满足下列性质的函数 $f(x)$ 的全体: 存在非零常数 T , 对任意 $x \in \mathbb{R}$, 都有 $f(x+T) = Tf(x)$ 成立, 给出下列两个函数:

(1) $f_1(x) = x, f_2(x) = a^x (0 < a < 1)$, 其中属于集合 M 的函数是 _____

(2) 若函数 $f(x) = \sin kx \in M$, 则实数 k 的取值集合为 _____

三、解答题共 6 小题，共 80 分。解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程。

15. 已知数列 $\{a_n\}$ 为公差不为零的等差数列, $a_1 = 2$, 且 a_1, a_3, a_7 成等比数列

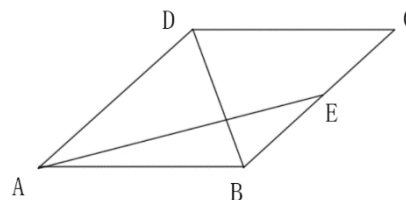
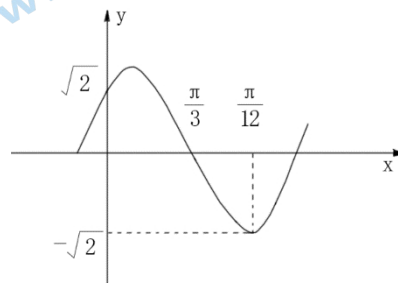
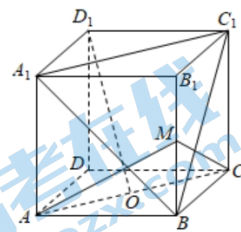
(I) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式

(II) 若数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_n = 2^{a_n}$, 求数列 $\{a_n + b_n\}$ 的前 n 项和 T_n

16. 已知函数 $f(x) = 2\sqrt{3}\sin x \cos x + \cos^2 x - \sin^2 x + a (x \in \mathbb{R})$ 的最大值为 5

(I) 求 a 的值和 $f(x)$ 的最小正周期;

(II) 求 $f(x)$ 单调递增区间



17. 已知函数 $f(x) = x^3 - 3ax + 2$, 曲线 $y = f(x)$ 在 $x = 1$ 处的切下方程为 $3x + y + m = 0$

(I) 求实数 a, m 的值;

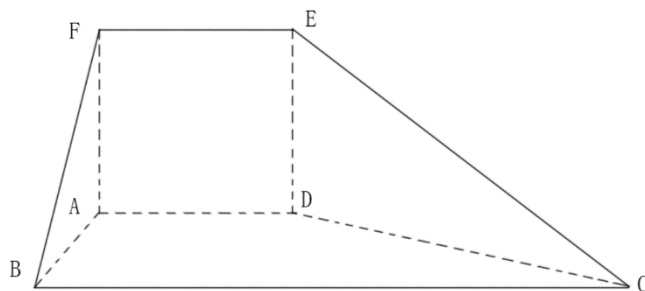
(II) 求 $f(x)$ 在区间 $[1, 2]$ 上的最值

18. 如图, 在多面体 $ABCDEF$ 中, 平面 $ADEF \perp$ 平面 $ABCD$ 。四边形 $ADEF$ 为正方形, 四边形 $ABCD$ 为梯形, 且 $AD \parallel BC$, $\angle BAD = 90^\circ$, $AB = AD = 1$, $BC = 3$

(I) 求证: $AF \perp CD$;

(II) 求直线 BF 与平面 CDE 所成角的正弦值;

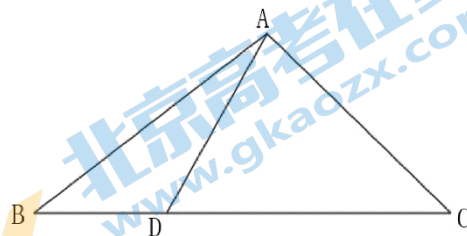
(III) 线段 BD 上是否存在点 M , 使得直线 $CE \parallel$ 平面 AFM ? 若存在, 求 $\frac{BM}{BD}$ 的值; 若不存在, 请说明理由.



19. 如图所示, 在 $\triangle ABC$ 中, D 是 BC 边上的一点, 且 $AB = 14, BD = 6, \angle ADC = \frac{\pi}{3}, \cos C = \frac{2\sqrt{7}}{7}$

(I) 求 $\sin \angle DAC$;

(II) 求 AD 的长和 $\triangle ABC$ 的面积



20. 已知函数 $f(x) = \ln x - ax$

(I) 当 $a = 1$ 时, 判断函数 $f(x)$ 的单调性;

(II) 若 $f(x) \leq 0$ 恒成立, 求 a 的取值范围;

(III) 已知 $b > a > e$, 证明 $a^b > b^a$

关于我们

北京高考资讯是专注于北京新高考政策、新高考选科规划、志愿填报、名校强基计划、学科竞赛、高中生生涯规划的超级升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有北京高考在线网站（www.gaokzx.com）和微信公众平台等媒体矩阵。

目前，北京高考资讯微信公众号拥有30W+活跃用户，用户群体涵盖北京80%以上的重点中学校长、老师、家长及考生，引起众多重点高校的关注。
北京高考在线官方网站：www.gaokzx.com

北京高考资讯（ID: bj-gaokao）
扫码关注获取更多



关注北京高考在线官方微信：[北京高考资讯](https://www.gaokzx.com) (ID:bj-gaokao)，获取更多试题资料及排名分析信息。