

丰台区 2017 年高三年级第二学期综合练习（二）

数 学（理科）

2017.05

（本试卷满分共 150 分，考试时间 120 分钟）

注意事项：

1. 答题前，考生务必先将答题卡上的学校、年级、班级、姓名、准考证号用黑色字迹签字笔填写清楚，并认真核对条形码上的准考证号、姓名，在答题卡的“条形码粘贴区”贴好条形码。
2. 本次考试所有答题均在答题卡上完成。选择题必须使用 2B 铅笔以正确填涂方式将各小题对应选项涂黑，如需改动，用橡皮擦除干净后再选涂其它选项。非选择题必须使用标准黑色字迹签字笔书写，要求字体工整、字迹清楚。
3. 请严格按照答题卡上题号在相应答题区内作答，超出答题区域书写的答案无效，在试卷、草稿纸上答题无效。
4. 请保持答题卡卡面清洁，不要装订、不要折叠、不要破损。

第一部分（选择题 共 40 分）

一、选择题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

1. 已知集合 $A = \{x | 1 \leq x \leq 4\}$ ， $B = \{x | x > 2\}$ ，那么 $A \cup B =$
(A) $(2, 4)$ (B) $[2, 4]$ (C) $[1, +\infty)$ (D) $(2, +\infty)$
2. 下列函数中，既是偶函数又是 $(0, +\infty)$ 上的增函数的是
(A) $y = -x^3$ (B) $y = 2^{|x|}$
(C) $y = x^{\frac{1}{2}}$ (D) $y = \log_3(-x)$
3. 在极坐标系中，点 $(\sqrt{2}, \frac{\pi}{4})$ 到直线 $\rho \cos \theta - \rho \sin \theta - 1 = 0$ 的距离等于
(A) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (B) $\sqrt{2}$ (C) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ (D) 2
4. 下列双曲线中，焦点在 y 轴上且渐近线方程为 $y = \pm \frac{1}{2}x$ 的是
(A) $x^2 - \frac{y^2}{4} = 1$ (B) $\frac{x^2}{4} - y^2 = 1$ (C) $\frac{y^2}{4} - x^2 = 1$ (D) $y^2 - \frac{x^2}{4} = 1$

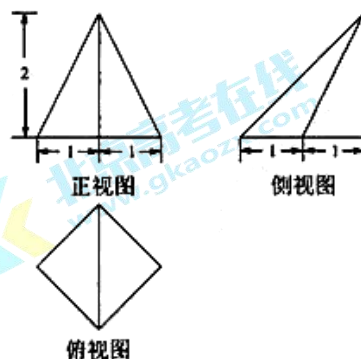
高三数学（理科）第 1 页（共 6 页）

5. 已知向量 $a = (\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2})$, $b = (\sqrt{3}, -1)$, 则 a, b 的夹角为

- (A) $\frac{\pi}{4}$ (B) $\frac{\pi}{3}$
(C) $\frac{\pi}{2}$ (D) $\frac{2\pi}{3}$

6. 一个几何体的三视图如图所示, 其中俯视图为正方形, 则该几何体最大的侧面的面积为

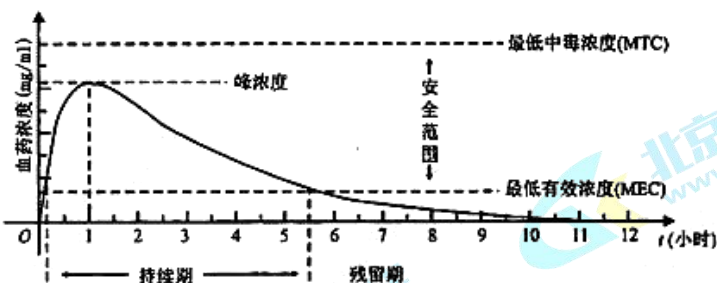
- (A) 1 (B) $\sqrt{2}$
(C) $\sqrt{3}$ (D) 2



7. $S(A)$ 表示集合 A 中所有元素的和, 且 $A \subseteq \{1, 2, 3, 4, 5\}$, 若 $S(A)$ 能被 3 整除, 则符合条件的非空集合 A 的个数是

- (A) 10 (B) 11 (C) 12 (D) 13

8. 血药浓度 (Plasma Concentration) 是指药物吸收后在血浆内的总浓度. 药物在人体内发挥治疗作用时, 该药物的血药浓度应介于最低有效浓度和最低中毒浓度之间. 已知成人单次服用 1 单位某药物后, 体内血药浓度及相关信息如图所示:



根据图中提供的信息, 下列关于成人使用该药物的说法中, 不正确的个数是

- ①首次服用该药物 1 单位约 10 分钟后, 药物发挥治疗作用
②每次服用该药物 1 单位, 两次服药间隔小于 2 小时, 一定会产生药物中毒
③每间隔 5.5 小时服用该药物 1 单位, 可使药物持续发挥治疗作用
④首次服用该药物 1 单位 3 小时后, 再次服用该药物 1 单位, 不会发生药物中毒

- (A) 1 个 (B) 2 个 (C) 3 个 (D) 4 个

第二部分 (非选择题 共 110 分)

二、填空题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分。

9. 在复平面内，复数 $\frac{3+4i}{i}$ 对应的点的坐标为_____。

10. 执行右图所示的程序框图，若输入 x 的值为 6，则输出的 x 值为_____。

11. 点 A 从 $(1,0)$ 出发，沿单位圆按逆时针方向运动到点 B ，若点 B 的坐标是 $(-\frac{3}{5}, \frac{4}{5})$ ，记 $\angle AOB = \alpha$ ，则 $\sin 2\alpha =$ _____。

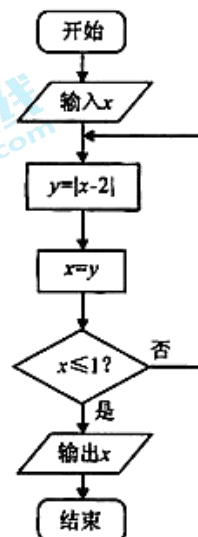
12. 若 x, y 满足 $\begin{cases} y \geq 1, \\ y \leq x-1, \\ x+y \leq m, \end{cases}$ 且 $z = x^2 + y^2$ 的最大值为 10，
则 $m =$ _____。

13. 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbb{R}$ 。当 $x < 0$ 时， $f(x) = \ln(-x) + x$ ；当 $-e \leq x \leq e$ 时， $f(-x) = -f(x)$ ；当 $x > 1$ 时， $f(x+2) = f(x)$ ，则 $f(8) =$ _____。

14. 已知 O 为 $\triangle ABC$ 的外心，且 $\vec{BO} = \lambda \vec{BA} + \mu \vec{BC}$ 。

①若 $\angle C = 90^\circ$ ，则 $\lambda + \mu =$ _____；

②若 $\angle ABC = 60^\circ$ ，则 $\lambda + \mu$ 的最大值为_____。



三、解答题共 6 小题，共 80 分。解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程。

15. (本小题共 13 分)

在锐角 $\triangle ABC$ 中， $2a \sin B = b$ 。

(I) 求 $\angle A$ 的大小；

(II) 求 $\sqrt{3} \sin B - \cos(C + \frac{\pi}{6})$ 的最大值。

16. (本小题共 13 分)

某社区超市购进了 A, B, C, D 四种新产品，为了解新产品的销售情况，该超市随机调查了 15 位顾客 (记为 $a_i, i=1, 2, 3, \dots, 15$) 购买这四种新产品的情况，记录如下 (单位：件)：

顾客 产品	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	a_8	a_9	a_{10}	a_{11}	a_{12}	a_{13}	a_{14}	a_{15}
A	1			1				1			1			1	
B		1		1		1		1	1		1		1		1
C	1			1	1			1		1		1			1
D		1		1		1	1			1			1		

(I) 若该超市每天的客流量约为 300 人次，一个月按 30 天计算，试估计产品 A 的月销售量 (单位：件)；

(II) 为推广新产品，超市向购买两种以上 (含两种) 新产品的顾客赠送 2 元电子红包。现有甲、乙、丙三人在该超市购物，记他们获得的电子红包的总金额为 X ，求随机变量 X 的分布列和数学期望；

(III) 若某顾客已选中产品 B ，为提高超市销售业绩，应该向其推荐哪种新产品？(结果不需要证明)

高三数学 (理科) 第 4 页 (共 6 页)

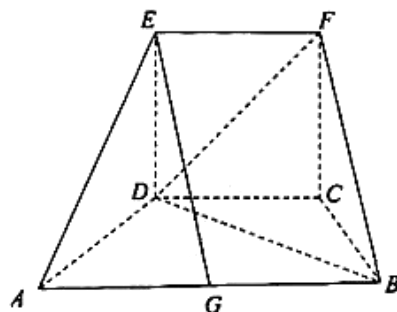
17. (本小题共 14 分)

如图所示的几何体中，四边形 $ABCD$ 为等腰梯形， $AB \parallel CD$ ， $AB = 2AD = 2$ ， $\angle DAB = 60^\circ$ ，四边形 $CDEF$ 为正方形，平面 $CDEF \perp$ 平面 $ABCD$ 。

(I) 若点 G 是棱 AB 的中点，求证： $EG \parallel$ 平面 BDF ；

(II) 求直线 AE 与平面 BDF 所成角的正弦值；

(III) 在线段 FC 上是否存在点 H ，使平面 $BDF \perp$ 平面 HAD ？若存在，求 $\frac{FH}{HC}$ 的值；若不存在，说明理由。



18. (本小题共 13 分)

已知函数 $f(x) = e^x - a \ln x - a$ 。

(I) 当 $a = e$ 时，求曲线 $y = f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程；

(II) 证明：对于 $\forall a \in (0, e)$ ， $f(x)$ 在区间 $(\frac{a}{e}, 1)$ 上有极小值，且极小值大于 0。

19. (本小题共 14 分)

已知椭圆 E 的右焦点与抛物线 $y^2 = 4x$ 的焦点重合，点 $M(1, \frac{3}{2})$ 在椭圆 E 上.

(I) 求椭圆 E 的方程;

(II) 设 $P(-4, 0)$, 直线 $y = kx + 1$ 与椭圆 E 交于 A, B 两点, 若直线 PA, PB 均与圆 $x^2 + y^2 = r^2 (r > 0)$ 相切, 求 k 的值.

20. (本小题共 13 分)

若无穷数列 $\{a_n\}$ 满足: $\exists k \in \mathbb{N}^*$, 对于 $\forall n \geq n_0 (n_0 \in \mathbb{N}^*)$, 都有 $a_{n+k} - a_n = d$ (其中 d 为常数), 则称 $\{a_n\}$ 具有性质 “ $P(k, n_0, d)$ ”.

(I) 若 $\{a_n\}$ 具有性质 “ $P(3, 2, 0)$ ”, 且 $a_2 = 3$, $a_4 = 5$, $a_6 + a_7 + a_8 = 18$, 求 a_3 ;

(II) 若无穷数列 $\{b_n\}$ 是等差数列, 无穷数列 $\{c_n\}$ 是公比为正数的等比数列,

$b_1 = c_1 = 2$, $b_3 = c_3 = 8$, $a_n = b_n + c_n$, 判断 $\{a_n\}$ 是否具有性质 “ $P(2, 1, 0)$ ”, 并说明理由;

(III) 设 $\{a_n\}$ 既具有性质 “ $P(i, 2, d_1)$ ”, 又具有性质 “ $P(j, 2, d_2)$ ”, 其中 $i, j \in \mathbb{N}^*$, $i < j$, i, j 互质, 求证: $\{a_n\}$ 具有性质 “ $P(j-i, i+2, \frac{j-i}{i}d_1)$ ”.

(考生务必将答案答在答题卡上, 在试卷上作答无效)



扫描二维码，关注北京高考官方微信！

查看更多北京高考相关资讯！