高一第一学期期末参考样题

数学

2022.01

学校______________ 姓名______________ 准考证号______________

考生须知	1. 本参考样题共 8 页，共 2 部分，19 道题+1 道选做题，满分 100 分。考试时间 90 分钟。 2. 在试卷和答题卡上准确填写学校名称、姓名和准考证号。 3. 答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。 4. 在答题卡上，选择题用 2B 铅笔作答，其他题用黑色字迹签字笔作答。

第一部分（选择题 共 40 分）

一、选择题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

（1）已知集合 $A=\{0,1,2,3,4\}$， $B=\{x|-3<x<2\}$，则 $A\cap B=$

（A）$\{0,1\}$　　（B）$(0,1)$　　（C）$(0,2)$　　（D）$\{0,1,2\}$

（2）命题“ $\forall x\in\mathbf{R}$，都有 $x^2-x+3>0$ ”的否定为

（A）$\exists x\in\mathbf{R}$，使得 $x^2-x+3\le 0$

（B）$\exists x\in\mathbf{R}$，使得 $x^2-x+3>0$

（C）$\forall x\in\mathbf{R}$，都有 $x^2-x+3\le 0$

（D）$\exists x\notin\mathbf{R}$，使得 $x^2-x+3\le 0$

（3）已知 $a<b<0$，则

（A）$a^2<b^2$　　（B）$\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$

（C）$2^a>2^b$　　（D）$\ln(1-a)>\ln(1-b)$

（4）已知函数 $f(x)=\frac{3}{x}-\log_2 x$．在下列区间中，包含 $f(x)$ 零点的区间是

（A）$(0,1)$　　（B）$(1,2)$　　（C）$(2,3)$　　（D）$(3,4)$

（5）4×100 米接力赛是田径运动中的集体项目. 一根小小的木棒，要四个人共同打造一个信念，一起拼搏，每次交接都是信任的传递. 甲、乙、丙、丁四位同学将代表高一年级参加校运会 4×100 米接力赛，教练组根据训练情况，安排了四人的交接棒组合. 已知该组合三次交接棒失误的概率分别是 p_1, p_2, p_3，假设三次交接棒相互独立，则此次比赛中该组合交接棒没有失误的概率是

（A）$p_1p_2p_3$　　（B）$1-p_1p_2p_3$

（C）$(1-p_1)(1-p_2)(1-p_3)$　　（D）$1-(1-p_1)(1-p_2)(1-p_3)$

（6）下列函数中，在 **R** 上为增函数的是

（A）$y=2^{-x}$　　（B）$y=x^2$　　（C）$y=\begin{cases}2^x, x\ge 0,\\ x,\ x<0\end{cases}$　　（D）$y=\lg x$

（7）已知某产品的总成本 C（单位：元）与年产量 Q（单位：件）之间的关系为 $C=\dfrac{3}{10}Q^2+3000$. 设该产品年产量为 Q 时的平均成本为 $f(Q)$（单位：元/件），则 $f(Q)$ 的最小值是

（A）30　　（B）60

（C）900　　（D）1800

（8）逻辑斯蒂函数 $f(x)=\dfrac{1}{1+\mathrm{e}^{-x}}$ 二分类的特性在机器学习系统，可获得一个线性分类器，实现对数据的分类. 下列关于函数 $f(x)$ 的说法错误的是

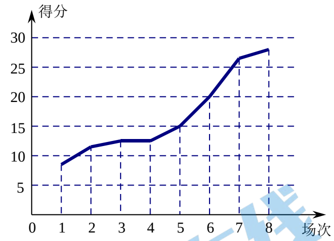
（A）函数 $f(x)$ 的图象关于点 $(0, f(0))$ 对称

（B）函数 $f(x)$ 的值域为 $(0,1)$

（C）不等式 $f(x)>\dfrac{1}{2}$ 的解集是 $(0,+\infty)$

（D）存在实数 a，使得关于 x 的方程 $f(x)-a=0$ 有两个不相等的实数根

（9）甲、乙二人参加某体育项目训练，近期的八次测试得分情况如图，则下列结论正确的是



甲

0	5
1	4　5　7　7　6　6
2	9

乙

（A）甲得分的极差大于乙得分的极差

（B）甲得分的 75% 分位数大于乙得分的 75% 分位数

（C）甲得分的平均数小于乙得分的平均数

（D）甲得分的标准差小于乙得分的标准差

（10）已知函数 $f(x)=2x^2+bx+c$（b,c 为实数），$f(-10)=f(12)$．若方程 $f(x)=0$ 有两个正实数根 x_1,x_2，则 $\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}$ 的最小值是

（A）4　　　　（B）2

（C）1　　　　（D）$\frac{1}{2}$

第二部分（非选择题 共 60 分）

二、填空题共 5 小题，每小题 4 分，共 20 分。

（11）函数 $f(x)=\log_{0.5}(x-1)$ 的定义域是_______.

（12）已知 $f(x)$ 是定义域为 $\mathbf{R}$ 的奇函数，且当 $x>0$ 时，$f(x)=\ln x$，则 $f(-\frac{1}{e})$ 的值是_______.

（13）定义域为 $\mathbf{R}$，值域为 $(-\infty,1)$ 的一个减函数是_______.

（14）已知函数 $f(x)=|\log_5 x|$. 若 $f(x)<f(2-x)$，则 x 的取值范围是_______.

（15）已知函数 $f(x)=\begin{cases}(2-a)x, & x\le 1,\\ a^{x-1}, & x>1\end{cases}$（$a>0$ 且 $a\ne 1$）. 给出下列四个结论：

①存在实数 a，使得 $f(x)$ 有最小值；

②对任意实数 a（$a>0$ 且 $a\ne 1$），$f(x)$ 都不是 $\mathbf{R}$ 上的减函数；

③存在实数 a，使得 $f(x)$ 的值域为 $\mathbf{R}$；

④若 $a>3$，则存在 $x_0\in(0,+\infty)$，使得 $f(x_0)=f(-x_0)$.

其中所有正确结论的序号是________.

三、解答题共 4 小题，共 40 分。解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程。

（16）（本小题 9 分）

已知集合 $A=\{x\,|\,x^2-2x-3>0\}$，$B=\{x\,|\,x-4a\le 0\}$.

（Ⅰ）当 $a=1$ 时，求 $A\cap B$；

（Ⅱ）若 $A\cup B=\mathbf{R}$，求实数 a 的取值范围.

（17）（本小题 10 分）

已知函数 $f(x)=a^x+b\cdot a^{-x}$（$a>0$ 且 $a\neq 1$），再从条件①、条件②这两个条件中选择一个作为已知.

（Ⅰ）判断函数 $f(x)$ 的奇偶性，说明理由；

（Ⅱ）判断函数 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上的单调性，并用单调性定义证明；

（Ⅲ）若 $f(|m|-3)$ 不大于 $b\cdot f(2)$，直接写出实数 m 的取值范围.

条件①：$a>1,b=1$；

条件②：$0<a<1,b=-1$.

注： 如果选择条件①和条件②分别解答，按第一个解答计分.

（18）（本小题 10 分）

某工厂有甲、乙两条相互独立的产品生产线，单位时间内甲、乙两条生产线的产量之比为 $4:1$．现采用分层抽样的方法从甲、乙两条生产线得到一个容量为 100 的样本，其部分统计数据如下表所示（单位：件）.

	一等品	二等品
甲生产线	76	b
乙生产线	a	2

（Ⅰ）写出 a，b 的值；

（Ⅱ）从上述样本的所有二等品中任取 2 件，求至少有 1 件为甲生产线产品的概率；

（Ⅲ）以抽样结果的频率估计概率，现分别从甲、乙两条产品生产线随机抽取 10 件产品，记 P_1 表示从甲生产线随机抽取的 10 件产品中恰好有 5 件一等品的概率，P_2 表示从乙生产线随机抽取的 10 件产品中恰好有 5 件一等品的概率，试比较 P_1 和 P_2 的大小.（只需写出结论）

（19）（本小题 11 分）

已知定义域为 D 的函数 $f(x)$，若存在实数 a，使得 $\forall x_1 \in D$，都存在 $x_2 \in D$ 满足 $\dfrac{x_1 + f(x_2)}{2} = a$，则称函数 $f(x)$ 具有性质 $P(a)$.

（Ⅰ）判断下列函数是否具有性质 $P(0)$，说明理由；

① $f(x) = 2^x$；　　② $f(x) = \log_2 x$，$x \in (0,1)$.

（Ⅱ）若函数 $f(x)$ 的定义域为 D，且具有性质 $P(1)$，则“$f(x)$ 存在零点”是“$2 \in D$”的_______条件，说明理由；（横线上填“充分而不必要”、“必要而不充分”、“充分必要”、“既不充分也不必要”）

（Ⅲ）若存在唯一的实数 a，使得函数 $f(x) = tx^2 + x + 4$，$x \in [0,2]$ 具有性质 $P(a)$，求实数 t 的值.

选做题：（本题满分 5 分。所得分数可计入总分，但整份试卷得分不超过 100 分）

2015 年 10 月 5 日，我国女药学家屠呦呦获得 2015 年诺贝尔医学奖. 屠呦呦和她的团队研制的抗疟药青蒿素，是科学技术领域的重大突破，开创了疟疾治疗新方法，挽救了全球特别是发展中国家数百万人的生命，对促进人类健康、减少病痛发挥了难以估量的作用.

当年青蒿素研制的过程中，有一个小插曲：虽然青蒿素化学成分本身是有效的，但是由于实验初期制成的青蒿素药片在胃液中的溶解速度过慢，导致药片没有被人体完全吸收，血液中青蒿素的浓度（以下简称为“血药浓度”）的峰值（最大值）太低，导致药物无效. 后来经过改进药片制备工艺，使得青蒿素药片的溶解速度加快，血药浓度能够达到要求，青蒿素才得以发挥作用. 已知青蒿素药片在体内发挥作用的过程可分为两个阶段，第一个阶段为药片溶解和进入血液，即药品进入人体后会逐渐溶解，然后进入血液使得血药浓度上升到一个峰值；第二个阶段为吸收和代谢，即进入血液的药物被人体逐渐吸收从而发挥作用或者排出体外，这使得血药浓度从峰值不断下降，最后下降到一个不会影响人体机能的非负浓度值. 人体内的血药浓度是一个连续变化的过程，不会发生骤变. 现用 t 表示时间（单位：h），在 $t=0$ 时人体服用青蒿素药片；用 C 表示青蒿素的血药浓度（单位：$\mu\mathrm{g/ml}$）. 根据青蒿素在人体发挥作用的过程可知，C 是 t 的函数. 已知青蒿素一般会在1.5 小时达到需要血药浓度的峰值. 请根据以上描述完成下列问题：

（Ⅰ）下列几个函数中，能够描述青蒿素血药浓度变化过程的函数的序号是______；

① $C(t)=\begin{cases}0.2t, & 0\le t<1.5,\\ 0.75-0.3t, & t\ge 1.5.\end{cases}$

② $C(t)=\begin{cases}-\dfrac{1}{5}t^2+\dfrac{2}{5}t, & 0\le t<1.5,\\ \dfrac{9}{40}-\dfrac{1}{20}t, & 1.5\le t<4.5,\\ 0, & t\ge 4.5.\end{cases}$

③ $C(t)=\begin{cases}0.3e^t-0.3, & 0\le t<1.5,\\ \dfrac{0.3\ln(2.5)}{t}, & t\ge 1.5.\end{cases}$

④ $C(t)=\begin{cases}0.2\ln(t+1), & 0\le t<1.5,\\ \dfrac{0.3\ln(2.5)}{t}, & t\ge 1.5.\end{cases}$

（Ⅱ）对于青蒿素药片而言，若血药浓度的峰值大于等于$0.1\mu g/ml$，则称青蒿素药片是合格的. 基于（Ⅰ）中你选择的函数（若选择多个，则任选其中一个），可判断此青蒿素药片_______；（填“合格”、“不合格”）

（Ⅲ）记血药浓度的峰值为$C_{\max}$，当$C \geq \frac{1}{2}C_{\max}$时，我们称青蒿素在血液中达到“有效浓度”，基于（Ⅰ）中你选择的函数（若选择多个，则任选其中一个），计算青蒿素在血液中达到“有效浓度”的持续时间是_______.