2020-2021 学年北京市高三定位考试

本试卷共 5 页，150 分。考试时长 120 分钟。考生务必将答案答在答题卡上，在试卷上作答无效。考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

第一部分（选择题共 40 分）

一、选择题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

（1）已知集合 $A=\{1,2,3\}, B=\{x\,|\,x(2-x)\geqslant 0\}$，则 $A\bigcap B=$

（A） $\{1,2\}$　　（B） $\{1,3\}$

（C） $\{2,3\}$　　（D） $\{1,2,3\}$

（2）已知 $a=\log_3 2$， $b=2^{0.1}$， $c=3^{\frac{1}{2}}$，则

（A） $a>b>c$　　（B） $b>a>c$

（C） $b>c>a$　　（D） $c>b>a$

（3）在复平面内，复数 $z=\sin\theta+\mathrm{i}\cos\theta$ 对应的点位于第二象限，则角 θ 的终边在

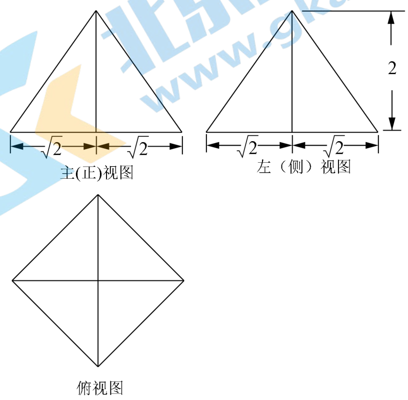
（A）第一象限　　（B）第二象限

（C）第三象限　　（D）第四象限

（4）在 $(x-\sqrt{2})^4$ 的展开式中， x^2 的系数为

（A） 6　　（B） 12

（C） 24　　（D） 48



（5）某四棱锥的三视图如图所示，该四棱锥的最长棱为

（A） 2　　（B） $2\sqrt{2}$

（C） $\sqrt{6}$　　（D） 4

（6）已知函数 $f(x)=|x-1|+a|x+1|$，则“ $a=-1$ ”是“ $f(x)$ 为奇函数”的

（A）充分而不必要条件（B）必要而不充分条件

关注北京高考在线官方微信：北京高考资讯(ID:bj-gaokao)， 获取更多试题资料及排名分析信息。

（C）充分必要条件（D）既不充分也不必要条件

（7）已知直线 $l: ax+by-3=0$ 经过点 $(a,b-2)$，则原点到点 $P(a,b)$ 的距离可以是

（A） 4　　　　（B） 2

（C） $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　　　　（D） $\dfrac{1}{2}$

（8）等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n．已知 $a_1=-5$，$a_3=-1$．记 $b_n=\dfrac{S_n}{a_n}$ $(n=1,2,\cdots)$，则数列 $\{b_n\}$ 的

（A）最小项为 b_3　　　　（B）最大项为 b_3

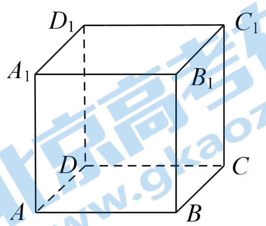
（C）最小项为 b_4　　　　（D）最大项为 b_4

（9）抛物线 $W: y^2=8x$ 的焦点为 F .对于 W 上一点 P，若 W 的准线上只存在一个点 Q，使得 $\triangle FPQ$ 为等腰三角形，则点 P 的横坐标为

（A） 2　　　　（B） 4

（C） 5　　　　（D） 6

（10）在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，点 P 在正方形 ADD_1A_1 内，且不在棱上，则



（A）在正方形 DCC_1D_1 内一定存在一点 Q，使得 $PQ \parallel AC$

（B）在正方形 DCC_1D_1 内一定存在一点 Q，使得 $PQ \perp AC$

（C）在正方形 DCC_1D_1 内一定存在一点 Q，使得平面 $PQC_1 \parallel$ 平面 ABC

（D）在正方形 DCC_1D_1 内一定存在一点 Q，使得 $AC \perp$ 平面 PQC_1

关注北京高考在线官方微信：北京高考资讯(ID:bj-gaokao)， 获取更多试题资料及排名分析信息。

第二部分（非选择题共 110 分）

二、填空题共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分。

（11）函数 $f(x)=\sqrt{1-2^x}$ 的定义域为________.

（12）已知双曲线 $W:\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{4}=1$（其中 $a>0$）的渐近线方程为 $y=\pm x$，则 $a=$________，W 的右焦点坐标为________.

（13）已知平面向量 $\boldsymbol{a}=(1,2)$ 与 $\boldsymbol{b}=(3,x)$ 的夹角为 $\dfrac{\pi}{4}$，则 $x=$________.

（14）已知函数 $f(x)=\sin 2x$．若非零实数 a,b，使得 $f(x+a)=bf(x)$ 对 $x\in\mathbf{R}$ 都成立，则满足条件的一组值可以是 $a=$________，$b=$________．(只需写出一组)

（15）已知曲线 $W_1:x^2+y^2=m^2$，$W_2:x^4+y^2=m^2$，其中 $m>0$.

①当 $m=1$ 时，曲线 W_1 与 W_2 有 4 个公共点；

②当 $0<m<1$ 时，曲线 W_1 围成的区域面积大于曲线 W_2 围成的区域面积；

③$\exists m>1$，曲线 W_1 围成的区域面积等于 W_2 围成的区域面积；

④$\forall m>0$，曲线 W_1 围成的区域内整点（即横、纵坐标均为整数的点）个数不少于曲线 W_2 围成的区域内整点个数.

其中，所有正确结论的序号是________.

三、解答题共 6 小题，共 85 分。解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程。

（16）（本小题 14 分）

在 $\triangle ABC$ 中，$\cos C=-\dfrac{1}{8}$，再从条件①、条件②这两个条件中选择一个作为已知，求：

（Ⅰ）$\sin B$ 的值；

（Ⅱ）$\triangle ABC$ 的面积.

条件①：$a=4$，$c=6$；

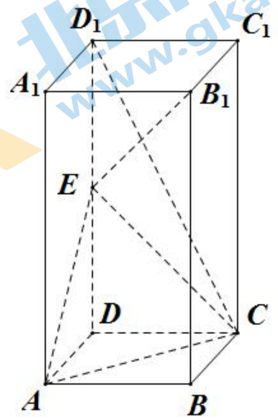
条件②：$a=4$，$\triangle ABC$ 为等腰三角形.

注：如果选择条件①和条件②分别解答，按第一个解答计分.

关注北京高考在线官方微信：北京高考资讯(ID:bj-gaokao)， 获取更多试题资料及排名分析信息。

（17）（本小题共 14 分）

如图，长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，$AB=AD=1$，$AA_1=2$，点 E 为 DD_1 的中点.



（Ⅰ）求证：BD_1 // 平面 ACE；

（Ⅱ）求证：$EB_1\perp$ 平面 ACE；

（Ⅲ）求二面角 $A-CE-C_1$ 的余弦值.

（18）（本小题 14 分）

某电商平台联合手机厂家共同推出“分期购”服务，付款方式分为四个档次：1 期、2 期、3 期和 4 期．记随机变量 x_1、x_2 分别表示顾客购买 $\boldsymbol{H}$ 型手机和 $\boldsymbol{V}$ 型手机的分期付款期数，根据以往销售数据统计，x_1 和 x_2 的分布列如下表所示：

x_1	1	2	3	4
P	0.1	0.4	0.4	0.1
x_2	1	2	3	4
P	0.4	0.1	0.1	0.4

（Ⅰ）若某位顾客购买 $\boldsymbol{H}$ 型和 $\boldsymbol{V}$ 手机各一部，求这位顾客两种手机都选择分 4 期付款的概率；

（Ⅱ）电商平台销售一部 $\boldsymbol{V}$ 型手机，若顾客选择分1期付款，则电商平台获得的利润为 300 元；若顾客选择分 2 期付款，则电商平台获得的利润为 350 元；若顾客选择分 3 期付款，则电商平台获得的利润为 400 元；若顾客选择分 4 期付款，则电商平台获得的利润为 450 元．记电商平台销售两部 $\boldsymbol{V}$ 型手机所获得的利润为 X (单位:元)，求 X 的分布列；

（Ⅲ）比较 $D(x_1)$ 与 $D(x_2)$ 的大小．**（只需写出结论）**

（19）（本小题 14 分）

已知函数 $f(x)=(x+1)\ln x-ax+a$.

（Ⅰ）若曲线 $y=f(x)$ 在点 $(1,f(1))$ 处的切线倾斜角为 $\frac{\pi}{4}$，求 a 的值；

（Ⅱ）若 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增，求 a 的最大值；

关注北京高考在线官方微信：北京高考资讯(ID:bj-gaokao)， 获取更多试题资料及排名分析信息。

（III）请直接写出 $f(x)$ 的零点个数.

（20）（本小题 14 分）

已知椭圆 $C:\dfrac{x^2}{6}+y^2=1$.

（Ⅰ）求椭圆 C 的离心率；

（Ⅱ）经过原点的直线与椭圆 C 交于 P,Q 两点，直线 PM 与直线 PQ 垂直，且与椭圆 C 的另一个交点为 M.

（i）当点 M 为椭圆 C 的右顶点时，求证：$\triangle PQM$ 为等腰三角形；

（ii）当点 P 不是椭圆 C 的顶点时，求直线 PQ 和直线 QM 的斜率之比.

（21）（本小题 15 分）

对于给定的区间 $[m,t]$ 和非负数列 $A:a_1,a_2,\cdots,a_k$，若存在 $x_0,x_1,\cdots,x_k$，使 $|x_i-x_{i-1}|=a_i$，$i=1,2,\cdots,k$ 成立，其中 $x_i\in[m,t]$，$i=0,1,\cdots,k$，则称数列 A 可“嵌入”区间 $[m,t]$.

（Ⅰ）分别指出下列数列是否可“嵌入”区间 $[0,2]$；

① $A_1:2,3$；② $A_2:1,0,1$.

（Ⅱ）已知数列 A 满足 $a_n=n(n=1,2,\ldots,k)$，若数列 A 可“嵌入”区间 $[1,m_0]$ $(m_0\in\mathbf{N}^*)$，求数列 A 的项数 k 的最大值；

（III）求证：任取数列 $A:a_1,a_2,\ldots,a_{2021}$ 满足 $a_i\in[0,1](i=1,2,\ldots,2021)$，均可以“嵌入”区间 $[0,2]$.

（考生务必将答案答在答题卡上，在试卷上作答无效）

2020-2021 学年北京市高三定位考试

数学参考答案

一、选择题（共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分）

（1）A　（2）D　（3）D（4）B　（5）C

（6）C　（7）B（8）C（9）D（10）A

二、填空题（共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分）

（11）$(-\infty,0]$　（12）2　$(2\sqrt{2},0)$

（13）1　（14）2π　1（答案不唯一）

关注北京高考在线官方微信：北京高考资讯(ID:bj-gaokao)， 获取更多试题资料及排名分析信息。

（15）①③④

三、解答题（共 6 小题，共 85 分）

（16）（共 14 分）

解：选条件①：$a=4$，$c=6$

（Ⅰ）在△ABC 中，因为 $c^2=a^2+b^2-2ab\cos C$， …………3 分

且 $\cos C=-\frac{1}{8}$，$a=4$，$c=6$

所以 $36=16+b^2-8b(-\frac{1}{8})$

所以 $b=4$，$b=-5$（舍）. …………5 分

由正弦定理得 $\sin B=\frac{b\sin C}{c}$. …………8 分

因为 $\cos C=-\frac{1}{8}$，$C\in(0,\pi)$

所以 $\sin C=\sqrt{1-\cos^2 C}=\frac{3\sqrt{7}}{8}$. …………9 分

所以 $\sin B=\frac{\sqrt{7}}{4}$. …………10 分

（Ⅱ）因为 $S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}ab\sin C$ …………13 分

在△ABC 中，$a=4$，$b=4$，$\sin C=\frac{3\sqrt{7}}{8}$

所以 $S_{\triangle ABC}=3\sqrt{7}$. …………14 分

选条件②：$a=4$，△ABC 为等腰三角形.

（Ⅰ）在△ABC 中，因为 $\cos C=-\frac{1}{8}$，

所以 C 为钝角.

因为△ABC 为等腰三角形，

所以 C 为顶角.

所以 $a=b=4$. …………2 分

因为 $c^2=a^2+b^2-2ab\cos C$， …………5 分

所以 $c=6$.

关注北京高考在线官方微信：北京高考资讯(ID:bj-gaokao)， 获取更多试题资料及排名分析信息。

由正弦定理得 $\sin B=\dfrac{b\sin C}{c}$． …………8 分

因为 $\cos C=-\dfrac{1}{8}$， $C\in(0,\pi)$

所以 $\sin C=\dfrac{3\sqrt{7}}{8}$． …………9 分

所以 $\sin B=\dfrac{\sqrt{7}}{4}$． …………10 分

（II）因为 $S_{\triangle ABC}=\dfrac{1}{2}ab\sin C$ …………13 分

在 $\triangle ABC$ 中， $a=4$， $b=4$， $\sin C=\dfrac{3\sqrt{7}}{8}$

所以 $S_{\triangle ABC}=3\sqrt{7}$． …………14 分

关注北京高考在线官方微信：北京高考资讯(ID:bj-gaokao)， 获取更多试题资料及排名分析信息。

（17）（共 14 分）

解：（Ⅰ）连接 BD 交 AC 于点 O，连接 EO .

因为 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 为长方体，

所以 $ABCD$ 为矩形.

所以点 O 为 BD 中点.

又因为 E 为 DD_1 中点，

所以在 ΔBD_1D 中， $OE /\!/ BD_1$. …………2 分

又 $OE \subset$ 平面 ACE， $BD_1 \not\subset$ 平面 ACE， …………4 分

所以 $BD_1 /\!/$ 平面 ACE . …………5 分

（Ⅱ）以 D 为坐标原点，分别以 DA, DC, DD_1 为 x, y, z 轴建立空间直角坐标系. …………6 分

则 $A(1,0,0), C(0,1,0), E(0,0,1), B_1(1,1,2)$，

所以 $\overrightarrow{EB_1}=(1,1,1)$， $\overrightarrow{EA}=(1,0,-1)$， $\overrightarrow{EC}=(0,1,-1)$.

所以 $\begin{cases} \overrightarrow{EB_1}\cdot\overrightarrow{EA}=0, \\ \overrightarrow{EB_1}\cdot\overrightarrow{EC}=0. \end{cases}$

所以 $\begin{cases} EB_1 \perp EA, \\ EB_1 \perp EC. \end{cases}$ …………8 分

又 $EA \cap EC = E$， …………9 分

所以 $EB_1 \perp$ 平面 ACE . …………10 分

（Ⅲ）因为 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 为长方体，

所以 $BC \perp$ 平面 DCC_1D_1

所以取平面 ECC_1 的法向量为 $\overrightarrow{BC}=(-1,0,0)$， …………11 分

再由（Ⅱ），取平面 ACE 的法向量为 $\overrightarrow{EB_1}=(1,1,1)$. …………12 分

关注北京高考在线官方微信：北京高考资讯(ID:bj-gaokao)， 获取更多试题资料及排名分析信息。

所以 $\cos\langle\overrightarrow{EB_1},\overrightarrow{BC}\rangle=\dfrac{\overrightarrow{EB_1}\cdot\overrightarrow{BC}}{|\overrightarrow{EB_1}||\overrightarrow{BC}|}=-\dfrac{\sqrt{3}}{3}$.

由题知二面角 $A-CE-C_1$ 为钝角，所以其余弦值为 $-\dfrac{\sqrt{3}}{3}$. …………14 分

（18）（共 14 分）

解：（Ⅰ）设事件 A 为“这位顾客两种手机都选择分 4 期付款”. …………1 分

故 $P(A)=0.1\times0.4=0.04$. …………4 分

（Ⅱ）X 的所有可能值为 $600,650,700,750,800,850,900$. …………5 分

$P(X=600)=0.4\times0.4=0.16$

$P(X=650)=\mathrm{C}_2^1\times0.4\times0.1=0.08$

$P(X=700)=0.1\times0.1+\mathrm{C}_2^1\times0.4\times0.1=0.09$

$P(X=750)=\mathrm{C}_2^1\times0.4\times0.4+\mathrm{C}_2^1\times0.1\times0.1=0.34$

$P(X=800)=0.1\times0.1+\mathrm{C}_2^1\times0.1\times0.4=0.09$

$P(X=850)=\mathrm{C}_2^1\times0.1\times0.4=0.08$

$P(X=900)=0.4\times0.4=0.16$

所以 X 的分布列为

X	600	650	700	750	800	850	900
P	0.16	0.08	0.09	0.34	0.09	0.08	0.16

…………11 分

（Ⅲ）$D(x_1)<D(x_2)$. …………14 分

（19）（共 14 分）

解：（Ⅰ）因为 $f(x)=(x+1)\ln x-ax+a$ ，

所以 $f'(x)=\ln x+\dfrac{x+1}{x}-a$. …………2 分

$f'(1)=2-a$.

由题设知 $f'(1)=\tan\dfrac{\pi}{4}=1$，

即 $2-a=1$，解得 $a=1$. …………5 分

（Ⅱ）设 $g(x)=f'(x)$.

关注北京高考在线官方微信：北京高考资讯(ID:bj-gaokao)， 获取更多试题资料及排名分析信息。

所以 $g'(x)=\frac{1}{x}-\frac{1}{x^2}=\frac{x-1}{x^2}$. …………7 分

令 $g'(x)=0$, $x=1$.

因为当 $x\in(0,1)$ 时， $g'(x)<0$， $g(x)$ 单调递减;

当 $x\in(1,+\infty)$ 时， $g'(x)>0$， $g(x)$ 单调递增，

所以 $g(x)$ 的最小值为 $g(1)=2-a$，

即 $f'(x)$ 的最小值为 $f'(1)=2-a$. …………9 分

因为 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增，

所以 $f'(x)\geqslant 0$ 对 $x\in(0,+\infty)$ 成立.

所以 $2-a\geqslant 0$.

所以 a 的最大值为 2. …………11 分

（III）当 $a\leqslant 2$ 时， $f(x)$ 只有 1 个零点. …………12 分

当 $a>2$ 时， $f(x)$ 有 3 个零点. …………14 分

（20）（共 14 分）

解：（Ⅰ）因为椭圆方程 $C:\frac{x^2}{6}+y^2=1$，

所以 $a^2=6, b^2=1$. …………1 分

所以 $c^2=5$. …………2 分

所以离心率 $e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{6}}=\frac{\sqrt{30}}{6}$. …………4 分

（Ⅱ）(i) 设 $P(x_1,y_1), Q(-x_1,-y_1)$ $x_1\neq\pm\sqrt{6}$.

由题设知， $M(\sqrt{6},0)$. …………5 分

因为 $PQ\perp PM$，

所以点 $P(x_1,y_1)$ 在以线段 OM 为直径的圆上，

所以有 $(x_1-\frac{\sqrt{6}}{2})^2+{y_1}^2=(\frac{\sqrt{6}}{2})^2$. …………6 分

又 $\frac{{x_1}^2}{6}+{y_1}^2=1$. …………7 分

解得 $x_1=\frac{\sqrt{6}}{5}$， $x_1=\sqrt{6}$ （舍）.

所以 ${x_1}^2=\frac{6}{25}, {y_1}^2=\frac{24}{25}$. …………9 分

关注北京高考在线官方微信：北京高考资讯(ID:bj-gaokao)， 获取更多试题资料及排名分析信息。

所以 $PQ=2\sqrt{x_1^{\ 2}+y_1^{\ 2}}=\frac{\sqrt{120}}{5}=\frac{2\sqrt{30}}{5}$.

又 $PM=\sqrt{(x_1-\sqrt{6})^2+y_1^{\ 2}}=\frac{\sqrt{120}}{5}=\frac{2\sqrt{30}}{5}$. …………10 分

所以 $PQ=PM$ ，即 $\triangle PQM$ 为等腰三角形.

（ii）法 1：设 $M(x_2,y_2)$ ，且 $x_2\neq \pm x_1, x_1\neq \pm\sqrt{6}, x_1\neq 0$.

记直线 PQ,PM,QM 的斜率分别为 k_{PQ},k_{PM},k_{QM} .

所以 $k_{PQ}=\frac{y_1}{x_1}, k_{PM}=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}, k_{QM}=\frac{y_2+y_1}{x_2+x_1}$. …………11 分

因为 $PQ\perp PM$ ，

所以 $k_{PQ}\cdot k_{PM}=-1$. …………12 分

又 $k_{PM}\cdot k_{QM}=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}\cdot\frac{y_2+y_1}{x_2+x_1}=\frac{y_2^{\ 2}-y_1^{\ 2}}{x_2^{\ 2}-x_1^{\ 2}}$.

因为 $\begin{cases}\frac{x_1^{\ 2}}{6}+y_1^{\ 2}=1,\\ \frac{x_2^{\ 2}}{6}+y_2^{\ 2}=1,\end{cases}$

所以 $\frac{y_2^{\ 2}-y_1^{\ 2}}{x_2^{\ 2}-x_1^{\ 2}}=-\frac{1}{6}$. …………13 分

所以 $k_{PM}\cdot k_{QM}=-\frac{1}{6}$.

所以 $\frac{k_{PQ}}{k_{QM}}=6$ ，即直线 PQ 和直线 QM 的斜率之比为 6 . …………14 分

（ii）法 2：因为点 P 不是椭圆 C 的顶点，

所以直线 PQ,PM,QM 的斜率都存在且不为 0，

设直线 PM 的方程为 $y=kx+m\left(km\neq 0\right)$

由 $\begin{cases}y=kx+m\\ \frac{x^2}{6}+y^2=1\end{cases}$ 得 $\left(1+6k^2\right)x^2+12kmx+6m^2-6=0$

由 $\Delta>0$, 所以 $6k^2+1-m^2>0$.

设 $P(x_1,y_1), M(x_2,y_2)$, PM 的中点 $T(x_0,y_0)$.

因为 $x_1+x_2=\frac{-12km}{1+6k^2}$, …………12 分

关注北京高考在线官方微信：北京高考资讯(ID:bj-gaokao)， 获取更多试题资料及排名分析信息。

所以 $x_0=\dfrac{x_1+x_2}{2}=\dfrac{-6km}{1+6k^2}$

$y_0=kx_0+m=\dfrac{m}{1+6k^2}$， …………13 分

因为 $OT\,//\,QM$，

所以 $k_{QM}=k_{OT}=\dfrac{y_0}{x_0}=-\dfrac{1}{6k}$

又因为 $PQ\perp QM$，

所以 $k_{PQ}=-\dfrac{1}{k}$.

所以 $\dfrac{k_{PQ}}{k_{QM}}=\dfrac{-\dfrac{1}{k}}{-\dfrac{1}{6k}}=6$. …………14 分

（21）（共 15 分）

解：（Ⅰ）①不可以；②可以. …………4 分

（Ⅱ）因为 $a_k=k=|x_k-x_{k-1}|\le m_0-1$，

所以 $k\le m_0-1$. …………6 分

当 m_0 为奇数时，取 $x_i=\begin{cases}\dfrac{m-i+1}{2}, i\in[0,m-1]\text{且}i\text{为偶数},\\ \dfrac{m+i+2}{2}, i\in[0,m-1]\text{且}i\text{为奇数}.\end{cases}$

当 m_0 为偶数时，取 $x_i=\begin{cases}\dfrac{m+i+2}{2}, i\in[0,m-1]\text{且}i\text{为偶数},\\ \dfrac{m-i+1}{2}, i\in[0,m-1]\text{且}i\text{为奇数}.\end{cases}$

此时 k 可取 m_0-1，所以 $k_{\max}=m_0-1$. …………10 分

（Ⅲ）设数列 $A:a_1,a_2,\ldots,a_{2021}$ 满足 $a_i\in[0,1](i=1,2,\ldots,2021)$，

构造数列 $x_0,x_1,\cdots,x_{2021}$ 如下：

$x_0=0,x_1=a_1$， $x_{i+1}=\begin{cases}x_i+a_{i+1}, & x_i\leqslant 1,\\ x_i-a_{i+1}, & x_i>1,\end{cases}$ 其中 $i=1,2,\ldots,2020$.

关注北京高考在线官方微信：北京高考资讯(ID:bj-gaokao)， 获取更多试题资料及排名分析信息。

根据 x_{i+1} 的定义知道，

当 $x_i \leqslant 1$ 时，因为 $a_{i+1} \in [0,1]$，所以 $x_{i+1} \in [0,2]$.

当 $x_i > 1$ 时，因为 $a_{i+1} \in [0,1]$，所以 $x_{i+1} \in [0,2]$.

而 $|x_{i+1} - x_i| = \begin{cases} |x_i + a_{i+1} - x_i|, & x_i \leqslant 1, \\ |x_i - a_{i+1} - x_i|, & x_i > 1, \end{cases}$

所以 $|x_{i+1} - x_i| = \begin{cases} a_{i+1}, & x_i \leqslant 1, \\ a_{i+1}, & x_i > 1, \end{cases}$

所以任取数列 $A: a_1, a_2, \ldots, a_{2021}$ 满足 $a_i \in [0,1] (i = 1, 2, \ldots, 2021)$，均可以“嵌入”区间 $[0,2]$.

关注北京高考在线官方微信：北京高考资讯(ID:bj-gaokao)， 获取更多试题资料及排名分析信息。

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 “ 精益求精、专业严谨 ” 的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。

北京高考在线 微信号：bj-gaokao

微信搜一搜
北京高考资讯