

2019 北京人大附中高二（下）期末

数 学

第 I 卷(共 17 题, 满分 100 分)

一、选择题(共 8 个小题, 每小题 5 分, 共 40 分)

1. 已知集合 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, 且 $A \cap B = A$, 则集合 B 可以是

A. $\{x | 2^x > 1\}$ B. $\{x | x^2 > 1\}$

C. $\{x | \log_2 x > 1\}$ D. $\{1, 2, 3\}$

2. 下列函数中, 既是偶函数又在区间 $(0, +\infty)$ 上单调递增的是

A. $x^2 + x$ B. $\ln x^2$

C. $x^{\frac{1}{3}}$ D. $\cos x$

3. “ $\alpha = \frac{\pi}{3}$ ” 是 “ $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ” 成立的

A. 充分而不必要条件 B. 必要而不充分条件

C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件

4. 设命题 $P: \forall x \in (0, +\infty), \ln x \leq x-1$, 则 $\neg P$ 为

A. $\forall x \in (0, +\infty), \ln x > x-1$

B. $\exists x_0 \in (0, +\infty), \ln x_0 \leq x_0-1$

C. $\forall x \in (0, +\infty), \ln x > x-1$

D. $\exists x_0 \in (0, +\infty), \ln x_0 > x_0-1$

5. 函数 $f(x) = x^3 - 5$ 的零点所在的区间是

A. $(1, 2)$ B. $(2, 3)$

C. $(3, 4)$ D. $(4, 5)$

6. 已知 $a = \log_2 6$, $b = \log_3 7$, $c = 0.3^{0.4}$, 则 a, b, c 的大小关系是

A. $c < b < a$ B. $a < b < c$

C. $b < c < a$ D. $c < a < b$

7. 已知 $\triangle ABC$ 中, A, B, C 的对边的长分别为 a, b, c , $A = 120^\circ$, $a = \sqrt{21}$, $\triangle ABC$ 的面积为 $\sqrt{3}$, 则 $c+b=$

A. 4.5 B. $4\sqrt{2}$ C. 5 D. 6

8. 已知函数 $f(x) = 2\cos(\omega x + \frac{\pi}{6})$ ($\omega > 0$) 满足: $f(\frac{8}{9}\pi) = f(\frac{14}{9}\pi)$, 且区间 $(\frac{8}{9}\pi, \frac{14}{9}\pi)$ 内有最大值但没有最小值, 给出下列四个命题:

$P_1: f(x)$ 在 $[0, 2\pi]$ 上单调递减;

$P_2: f(x)$ 的最小正周期是 4π ;

P_3 : $f(x)$ 的图象关于直线 $x=\frac{\pi}{2}$ 对称;

P_4 : $f(x)$ 的图象关于点 $(-\frac{4}{3}\pi, 0)$ 对称

其中的真命题的个数是

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

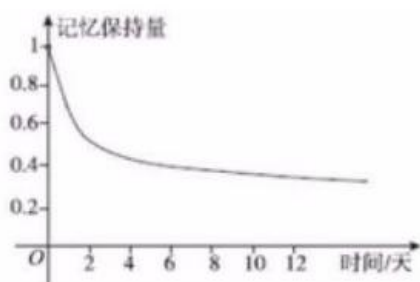
二、填空题(本大题共 6 小题, 每小题 5 分, 共 30 分)

9. 函数 $y=\sqrt{\log_4(x-1)}$ 的定义域是_____

10. 在 $\triangle ABC$ 中, A, B, C 的对边的长分别为 a, b, c , 已知 $a=1, \sin A=\frac{\sqrt{2}}{10}c=-\frac{3}{5}$, 则 $c=$ _____

11. 设 $\tan \alpha, \tan \beta$ 是方程 $x^2-3x+2=0$ 的两个根, 则 $\tan(\alpha+\beta)=$ _____

12. 小甲在学校选修课中了解到艾宾浩斯记忆曲线, 为了解自己记忆一组单词的情况, 她记录了随后一个月的有关数据, 绘制散点图, 拟合了记忆保持量与时间(天)之间的函数关系:



$$F(x) = \begin{cases} -\frac{7}{20}x + 1, & 0 < x \leq 1 \\ \frac{1}{5} + \frac{9}{20}x^{\frac{1}{2}}, & 1 < x \leq 30 \end{cases}$$

某同学根据小菲拟合后的信息得到以下结论:

- ①随着时间的增加, 小菲的单词记忆保持量降低;
②9 天后, 小菲的单词记忆保持量低于 40%;
③26 天后, 小菲的单词记忆保持量不足 20%

其中正确的结论序号有_____.

(注: 请写出所有正确结论的序号)

13. 函数 $f(x) = \frac{1}{5}\sin(x + \frac{\pi}{2}) + \cos(x - \frac{\pi}{2})$ 的最大值为_____

14. 设 A, B 是 $\mathbb{R}$ 的两个子集, 对任意 $x \in \mathbb{R}$, 定义: $m = \begin{cases} 0, & x \notin A \\ 1, & x \in A \end{cases}$ $n = \begin{cases} 0, & x \notin B \\ 1, & x \in B \end{cases}$

①若 $A \subseteq B$, 则对任意 $x \in \mathbb{R}$, $m(1-n) =$ _____;

②若对任意 $x \in \mathbb{R}$, $m+n=1$, 则 A, B 的关系为_____

三、解答题（本大题共 3 小题，每题 10 分，共 30 分，解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤）

15. （本小题满分 10 分）

已知函数 $f(x) = x^3 - x^2 + 1$

（1）求函数 $f(x)$ 在 $(1, f(1))$ 处的切线方程

（2）求函数 $f(x)$ 的单调区间和极值

16. （本小题满分 10 分）

甲厂以 x 千小时的速度运输生产某种产品（生产条件要求 $1 \leq x \leq 10$ ），每小时可获得利润是 $100(5x + 1 - \frac{3}{x})$ 元

（1）要使生产该产品 2 小时获得的利润不低于 3000 元，求 x 的取值范围

（2）要使生产 900 千克该产品获得的利润最大

问：甲厂应该选取何种生产速度？并求最大利润。

17. （本小题满分 10 分）

在 $\triangle ABC$ 中， A, B, C 的对边的长分别为 a, b, c ，且 $a \sin B - b \cos C = c \cos B$

（1）判断 $\triangle ABC$ 的形状；

（2）若 $f(x) = \frac{1}{2} \cos 2x - \frac{2}{3} \cos x + \frac{1}{2}$ ，求 $f(A)$ 的范围

II 卷（共 6 道题，满分 50 分）

一、选择题（本大题共 4 小题，每小题 6 分，共 24 分，请把所选答案前的字母按规定要求填涂在答题纸的相应位置上）

18. $\triangle ABC$ 中， A, B, C 的对边的长分别为 a, b, c ，给出下列四个结论：

①以 $\frac{1}{a}, \frac{1}{b}, \frac{1}{c}$ 为边长的三角形一定存在

②以 $\sqrt{a}, \sqrt{b}, \sqrt{c}$ 为边长的三角形一定存在

③以 a^2, b^2, c^2 为边长的三角形一定存在

④以 $\frac{a+b}{2}, \frac{b+c}{2}, \frac{c+a}{2}$ 为边长的三角形一定存在

那么，正确结论的个数为

A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

北京高考在线是长期为中学老师、家长和考生提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划以及实用的升学讲座活动等全方位服务的升学服务平台。自 2014 年成立以来一直致力于服务北京考生，助力千万学子，圆梦高考。

目前，北京高考在线拥有旗下拥有北京高考在线网站和北京高考资讯微信公众号两大媒体矩阵，关注用户超 10 万+。

北京高考在线_2018 年北京高考门户网站

<http://www.gaokzx.com/>

北京高考资讯微信：bj-gaokao

北京高考资讯

关于我们

北京高考资讯隶属于太星网络旗下，北京地区高考领域极具影响力的升学服务平台。

北京高考资讯团队一直致力于提供最专业、最权威、最及时、最全面的高考政策和资讯。期待与更多中学达成更广泛的合作和联系。

长按二维码 识别关注



微信公众号：bj-gaokao

官方网址：www.gaokzx.com

咨询热线：010-5751 5980