# 天一大联考

# 2021—2022 学年高中毕业班阶段性测试(六)

## 理科数学·答案

**一、选择题:本题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分.**

1. **答案** B

**命题意图** 本题考查一元二次不等式的解法及集合的交集.

**解析** 由题可知 $A=\{x|x^2-3x+2>0\}=\{x|(x-1)(x-2)>0\}=\{x|x<1$ 或 $x>2\}$. 因为 $A\cap B\neq\varnothing$,所以 $m\in A$,所以实数 $m$ 的取值范围是 $(-\infty,1)\cup(2,+\infty)$.

2. **答案** C

**命题意图** 本题考查复数的分类、复数的四则运算.

**解析** 依题意,$\begin{cases}m+2=0,\\ m\neq0,\end{cases}$ 解得 $m=-2$,故 $\frac{4-\mathrm{i}}{z}=\frac{4-\mathrm{i}}{-2\mathrm{i}}=\frac{4\mathrm{i}-\mathrm{i}^2}{-2\mathrm{i}^2}=\frac{1}{2}+2\mathrm{i}$.

3. **答案** D

**命题意图** 本题考查三角函数的图象与性质.

**解析** 令 $\frac{3}{2}x-\frac{\pi}{8}=\frac{\pi}{2}+k\pi(k\in\mathbf{Z})$,可得 $x=\frac{5\pi}{12}+\frac{2k\pi}{3}(k\in\mathbf{Z})$,当 $k=-1$ 时验证可知 D 正确.

4. **答案** C

**命题意图** 本题考查函数的性质.

**解析** 依题意,$f(3)=9+3m+n=-f(-1)=7$,即 $3m+n=-2$①,而 $f(1)=m+n+1=0$②,联立①②,解得 $m=-\frac{1}{2},n=-\frac{1}{2}$,则 $m+2n=-\frac{3}{2}$.

5. **答案** A

**命题意图** 本题考查新定义问题、扇形的面积公式.

**解析** 依题意,该扇形的圆心角为 $\frac{1\ 250\times360^\circ}{6\ 000}=75^\circ$. 而 $75^\circ=\frac{5\pi}{12}$,故所求扇形的面积 $S=\frac{1}{2}\alpha r^2=\frac{1}{2}\times\frac{5\pi}{12}\times4^2=\frac{10\pi}{3}$.

6. **答案** B

**命题意图** 本题考查命题的证明、基本不等式.

**解析** 依题意,$n=1-\frac{2}{m}=\frac{m-2}{m}>0$,故 $m>2$,则 $m^2>4$,故命题 $p$ 为真命题;而 $2m+\frac{1}{n}=\left(\frac{2}{m}+n\right)\left(2m+\frac{1}{n}\right)=5+\frac{2}{mn}+2mn\geqslant5+2\sqrt{\frac{2}{mn}\cdot2mn}=9$,当且仅当 $mn=1$ 时等号成立,故命题 $q$ 为假命题. 故 $p\wedge(\neg q)$ 为真.

7. **答案** D

**命题意图** 本题考查正弦定理、三角形的面积公式.



**解析** 依题意,由正弦定理可得 $2\sin\angle ABC\cdot\sin A-\sqrt{3}\sin A=0$,解得 $\sin\angle ABC=\frac{\sqrt{3}}{2}$,因为 $\angle ABC\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$,故

$\angle ABC=\frac{\pi}{3}$. 而 $S_{\triangle ABC}=S_{\triangle ABM}+S_{\triangle BCM}$，故 $\frac{1}{2}BA\cdot BC\cdot\sin\frac{\pi}{3}=\frac{1}{2}BA\cdot BM\cdot\sin\frac{\pi}{6}+\frac{1}{2}BC\cdot BM\cdot\sin\frac{\pi}{6}$，解得 $BM=\frac{12\sqrt{3}}{7}$.

8. **答案** A

**命题意图** 本题考查空间几何体的结构特征.

**解析** 将三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的上底面 $ABC$ 沿 $AC$ 展开至与平面 $ACC_1A_1$ 共面，此时 $A_1M+BM\geqslant A_1B$. 因为 $AB=AA_1=2$，且 $\angle BAA_1=150°$，由余弦定理可得 $A_1B^2=AA_1^2+AB^2-2AA_1\cdot AB\cdot\cos\angle BAA_1$，解得 $A_1B=\sqrt{6}+\sqrt{2}$，所以 $A_1M+BM$ 的最小值为 $\sqrt{6}+\sqrt{2}$.

9. **答案** B

**命题意图** 本题考查椭圆的方程及性质.

**解析** 由题可知 $A(0,3)$，$B(0,-3)$. 因为 $AP\perp AQ$，$BP\perp BQ$，故直线 $QA:y-3=-\frac{x_0}{y_0-3}x$，直线 $QB:y+3=-\frac{x_0}{y_0+3}x$，联立两式，解得 $\begin{cases}x_1=\frac{y_0^2-9}{x_0},\\ y_1=-y_0,\end{cases}$ 又 $\frac{x_0^2}{18}+\frac{y_0^2}{9}=1$，所以 $x_0=\frac{-2(y_0^2-9)}{x_0}$，故 $\frac{x_1}{x_0}=-\frac{1}{2}$.

10. **答案** C

**命题意图** 本题考查函数的实际应用.

**解析** 依题意，$Q(0)=5$，即 $\frac{m}{8}=5$，解得 $m=40$，故 $Q(t)=\frac{40e^t}{e^t+7}$. 因为 $Q(t)=\frac{40e^t}{e^t+7}=40-\frac{280}{e^t+7}<40$，故①正确；因为 $Q'(t)=\frac{40e^t\cdot(e^t+7)-40e^t\cdot e^t}{(e^t+7)^2}=\frac{280e^t}{(e^t+7)^2}=\frac{280}{e^t+\frac{49}{e^t}+14}$，可知当 $t\in(0,\ln 7)$ 时，$Q'(t)$ 单调递增，当 $t\in(\ln 7,+\infty)$ 时，$Q'(t)$ 单调递减，故该生物种群数量的增长速度先增大后减小，故②错误；当 $t=\ln 7$ 时，$Q'(t)_{\max}=10$，故③正确. 故选 C.

11. **答案** C

**命题意图** 本题考查双曲线的方程与性质.

**解析** 设 $AB$ 交 $y$ 轴于 $Q$，渐近线方程为 $y=-\frac{b}{a}x$，则直线 $FD$ 的方程为 $y=\frac{a}{b}(x+c)$，令 $x=0$，得 $y_D=\frac{ac}{b}$. 由 $\begin{cases}y=-\frac{b}{a}x,\\ y=\frac{a}{b}(x+c),\end{cases}$ 可得 $B\left(-\frac{a^2}{c},\frac{ab}{c}\right)$，则 $k_{AB}=\frac{\frac{ab}{c}}{-\frac{a^2}{c}-a}=-\frac{b}{a+c}$，所以直线 $AB$ 的方程为 $y=-\frac{b}{a+c}(x-a)$，令 $x=0$，得 $y_Q=\frac{ab}{a+c}$. 因为 $Q$ 为 $OD$ 的中点，故 $\frac{2ab}{a+c}=\frac{ac}{b}$，整理得 $ac+c^2=2b^2=2c^2-2a^2$，即 $e^2-e-2=0$，解得 $e=2$.

12. **答案** D

**命题意图** 本题考查利用导数研究函数的性质.

**解析** 依题意，$2e^{x-2}+a(x-2)>2(x-1)+a\ln(x-1)$，则 $2e^{x-2}+a\ln e^{x-2}>2(x-1)+a\ln(x-1)$（*）. 令 $g(x)=2x+a\ln x$，则（*）式即为 $g(e^{x-2})>g(x-1)$. 而 $e^{x-2}>x-1>1$ 在 $(2,+\infty)$ 上恒成立，故只需 $g(x)$ 在



$(1,+\infty)$ 上单调递增，则 $g'(x)=2+\frac{a}{x}\geqslant 0$ 在 $(1,+\infty)$ 上恒成立，解得 $a\geqslant -2$.

二、填空题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分.

13. 答案 $\frac{5}{7}$

**命题意图** 本题考查平面向量的数量积及其应用.

**解析** 依题意,$(e_1-2e_2)\cdot(3e_1-e_2)=0$,故 $3e_1^2-7e_1\cdot e_2+2e_2^2=0$,故 $5-7\cos\langle e_1,e_2\rangle=0$,解得 $\cos\langle e_1,e_2\rangle=\frac{5}{7}$.

14. 答案 $\frac{1}{3}$

**命题意图** 本题考查古典概型的概率.

**解析** 依题意,甲、乙两人抢到的红包的金额之和超过 8 元的情况为 $5.5+6.3$,$5.5+3.2$,$6.3+2.1$,$6.3+3.2$,$6.3+1.8$,故所求概率 $P=\frac{5\times2}{A_6^2}=\frac{5\times2}{6\times5}=\frac{1}{3}$.

15. 答案 $\frac{3}{4}$

**命题意图** 本题考查空间角.

**解析** 不妨设 $AB=4$,设 $E$ 为 $BD$ 的中点,连接 $AE,CE$. 由题可知 $BD\perp AE$,$BD\perp CE$,所以 $BD\perp$平面 $AEC$. 易知 $AE=EC=2\sqrt{3}$. 因为二面角 $A-BD-C$ 的平面角 $\angle AEC=60°$,故 $\triangle AEC$ 是等边三角形. 设 $EC$ 的中点为 $H$,连接 $AH,DH$,则 $AH\perp$平面 $BCD$,所以 $\angle ADH$ 为直线 $AD$ 与平面 $BCD$ 所成的角. 易知 $AH=3$,又 $AD=4$,所以 $\sin\angle ADH=\frac{AH}{AD}=\frac{3}{4}$.

16. 答案 $[2-\sqrt{21},2+\sqrt{21}]$

**命题意图** 本题考查圆的方程、直线与圆的位置关系.

**解析** 设 $A(t,0)$,连接 $AC$,设直线 $AC$ 交圆 $C$ 于 $E,F$ 两点,易得 $|AM|\cdot|AN|=|AE|\cdot|AF|$,因为 $|AE|\cdot|AF|=(|AC|-1)(|AC|+1)=|AC|^2-1$,所以 $|AE|\cdot|AF|=(t-2)^2+3$. 又 $\overrightarrow{AM}=2\overrightarrow{MN}$,所以 $|AM|\cdot|AN|=6|MN|^2$,则 $6|MN|^2=(t-2)^2+3$,即 $|MN|^2=\frac{1}{6}(t-2)^2+\frac{1}{2}$. 因为 $|MN|\leqslant2$,所以 $\frac{1}{6}(t-2)^2+\frac{1}{2}\leqslant4$,解得 $2-\sqrt{21}\leqslant t\leqslant2+\sqrt{21}$.

三、解答题:共 70 分. 解答应写出文字说明,证明过程或演算步骤.

17. **命题意图** 本题考查等比数列的通项公式、前 $n$ 项和公式、错位相减法.

**解析** (Ⅰ)由题意,可知当 $n=2k(k\in\mathbf{N}^*)$时,$a_n=a_{2k}=2\cdot4^{k-1}=2^{2k-1}$,故 $a_n=2^{n-1}$, ………………(2 分)

当 $n=2k-1(k\in\mathbf{N}^*)$时,$a_n=a_{2k-1}=1\cdot4^{k-1}=2^{2k-2}$,故 $a_n=2^{n-1}$. ………………(4 分)

综上所述,$a_n=2^{n-1}(n\in\mathbf{N}^*)$. ………………(6 分)

(Ⅱ)依题意,$b_n=(3n-5)a_n=(3n-5)\cdot2^{n-1}$. ………………(7 分)

故 $T_n=-2\cdot2^0+1\cdot2^1+4\cdot2^2+\cdots+(3n-5)\cdot2^{n-1}$,

$2T_n=-2\cdot2^1+1\cdot2^2+4\cdot2^3+\cdots+(3n-5)\cdot2^n$, ………………(9 分)

两式相减可得 $-T_n=-2\cdot2^0+3\cdot2^1+3\cdot2^2+\cdots+3\cdot2^{n-1}-(3n-5)\cdot2^n=3\cdot\frac{1-2^n}{1-2}-(3n-5)\cdot2^n-5$,

………………(11 分)

化简可得 $T_n=(3n-8)\cdot2^n+8$. ………………(12 分)



18. **命题意图** 本题考查空间线面的位置关系、向量法求空间角.

**解析** (Ⅰ)由已知可知 $BE\perp AE$,$BE\perp DE$,

而 $AE\cap DE=E$，$\therefore BE\perp$ 平面 $ADE$.

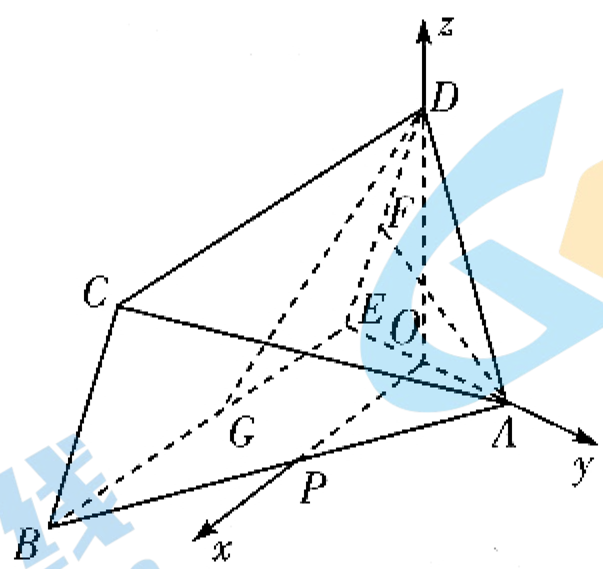
$\because AF\subset$ 平面 $ADE$，$\therefore BE\perp AF$. …………………………………………………………………………（2分）

$\because AE=DE=AD$，$\therefore \triangle ADE$ 为等边三角形.

又点 $F$ 为 $DE$ 的中点，$\therefore AF\perp DE$. ………………………………………………………………（4分）

又 $BE\cap DE=E$，$\therefore AF\perp$ 平面 $BCDE$. ………………………………………………………………（5分）

（Ⅱ）如图，设 $AE$ 的中点为 $O$，$AB$ 的中点为 $P$，连接 $DO$，$PO$.




$\because \triangle ADE$ 为等边三角形，$\therefore DO\perp AE$.

$\because BE\perp$ 平面 $ADE$，$DO\subset$ 平面 $ADE$，$\therefore BE\perp DO$.

又 $\because BE\cap AE=E$，$\therefore DO\perp$ 平面 $ABE$，$\therefore DO\perp OP$.

$\because$ 点 $O$，$P$ 分别为 $AE$ 和 $AB$ 的中点，$\therefore OP\parallel BE$，

$\therefore OP\perp$ 平面 $ADE$，$\therefore OP\perp EA$，$\therefore OP$，$OA$，$OD$ 两两互相垂直.

以 $O$ 为坐标原点，以 $OP$，$OA$，$OD$ 所在直线分别为 $x$ 轴、$y$ 轴、$z$ 轴建立如图所示的空间直角坐标系. …（7分）

设 $OA=1$，则 $A(0,1,0)$，$D(0,0,\sqrt{3})$，$E(0,-1,0)$，$B(2,-1,0)$，$G(1,-1,0)$，

$\therefore \overrightarrow{AB}=(2,-2,0)$，$\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{ED}=(0,1,\sqrt{3})$，$\overrightarrow{DG}=(1,-1,-\sqrt{3})$. ……………………………………（8分）

设平面 $ABC$ 的法向量为 $\boldsymbol{n}=(x,y,z)$，

则 $\begin{cases}\boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{AB}=2x-2y=0,\\ \boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{BC}=y+\sqrt{3}z=0,\end{cases}$

令 $z=-1$，则 $\boldsymbol{n}=(\sqrt{3},\sqrt{3},-1)$. ……………………………………………………………………（10分）

$$\therefore \cos\langle \boldsymbol{n},\overrightarrow{DG}\rangle=\frac{\boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{DG}}{|\boldsymbol{n}|\cdot|\overrightarrow{DG}|}=\frac{\sqrt{3}\times1-\sqrt{3}\times1+1\times\sqrt{3}}{\sqrt{7}\times\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{105}}{35},$$

故直线 $DG$ 与平面 $ABC$ 所成角的正弦值为 $\frac{\sqrt{105}}{35}$. ……………………………………………………（12分）

19. **命题意图** 本题考查相互独立事件的概率、离散型随机变量的数学期望.

**解析** （Ⅰ）记甲同学至多答对1个问题为事件 $A$，

则 $P(A)=\frac{1}{4}\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}+\frac{3}{4}\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}+\frac{1}{4}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}+\frac{1}{4}\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}=\frac{11}{24}$. ……………………………（3分）

（Ⅱ）记甲同学的得分为 $X$，则 $X$ 的所有可能取值为0，10，20，30，40，

$P(X=0)=\frac{1}{4}\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}=\frac{2}{24}=\frac{1}{12}$，$P(X=10)=\frac{3}{4}\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}+\frac{1}{4}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}=\frac{7}{24}$，

$P(X=20)=\frac{3}{4}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}+\frac{1}{4}\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}=\frac{5}{24}$，$P(X=30)=\frac{3}{4}\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}+\frac{1}{4}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}=\frac{7}{24}$，



$P(X=40)=\frac{3}{4}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}=\frac{3}{24}=\frac{1}{8}$，

故 $E(X)=10\times\frac{7}{24}+20\times\frac{5}{24}+30\times\frac{7}{24}+40\times\frac{1}{8}=\frac{125}{6}$. …………………………………………………（7 分）

记乙同学的得分为 $Y$，则 $Y$ 的所有可能取值为 0，10，20，30，40，

$P(Y=0)=\left(\frac{1}{2}\right)^3=\frac{1}{8}$，$P(Y=10)=C_2^1\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^2\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$，

$P(Y=20)=\left(\frac{1}{2}\right)^2\cdot\frac{1}{2}+\left(\frac{1}{2}\right)^2\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$，$P(Y=30)=C_2^1\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^2\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$，

$P(Y=40)=\left(\frac{1}{2}\right)^3=\frac{1}{8}$，

故 $E(Y)=10\times\frac{1}{4}+20\times\frac{1}{4}+30\times\frac{1}{4}+40\times\frac{1}{8}=20$. …………………………………………（11 分）

所以 $E(X)>E(Y)$. …………………………………………………………………………（12 分）

20. **命题意图**　本题考查抛物线的方程及直线与抛物线的位置关系.

**解析**　设 $A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$.

（Ⅰ）依题意，$F\left(0,\frac{p}{2}\right)$，当 $l_1$ 的斜率为 1 时，直线 $l_1:y=x+\frac{p}{2}$. ……………………………（1 分）

联立 $\begin{cases}y=x+\frac{p}{2},\\ x^2=2py,\end{cases}$ 消去 $x$ 可得 $y^2-3py+\frac{p^2}{4}=0$，…………………………………（2 分）

则 $y_1+y_2=3p$，故 $|AB|=y_1+y_2+p=4p=8$，……………………………………………（3 分）

解得 $p=2$，故抛物线 $C$ 的方程为 $x^2=4y$. ……………………………………………（4 分）

（Ⅱ）由（Ⅰ）可知 $F(0,1)$.

根据题意，直线 $l_1$ 的斜率存在且不为 0，设 $l_1:y=kx+1$，

由于 $l_1\perp l_2$，所以 $l_2:y=-\frac{1}{k}x+1$. ……………………………………………………（5 分）

设 $M(x',y')$，

由 $\begin{cases}y=kx+1,\\ x^2=4y,\end{cases}$ 消去 $y$ 可得 $x^2-4kx-4=0$，$\Delta=16k^2+16>0$，则 $x_1+x_2=4k$. ………………（7 分）

因为 $M$ 为线段 $AB$ 的中点，所以 $x'=\frac{x_1+x_2}{2}=2k$，则 $y'=kx'+1=2k^2+1$，

所以 $M(2k,2k^2+1)$，同理可得 $N\left(-\frac{2}{k},\frac{2}{k^2}+1\right)$. ……………………………………（9 分）

则 $k_{MN}=\dfrac{\frac{2}{k^2}+1-(2k^2+1)}{-\frac{2}{k}-2k}=k-\frac{1}{k}$，……………………………………………（10 分）

直线 $MN:y-(2k^2+1)=\left(k-\frac{1}{k}\right)(x-2k)$，即 $y=\left(k-\frac{1}{k}\right)x+3$，…………………………（11 分）

故直线 $MN$ 过定点 $(0,3)$. …………………………………………………………………（12 分）

21. **命题意图**　本题考查导数的几何意义及导数在函数零点问题中的应用.

**解析**　（Ⅰ）依题意，$f'(x)=4\sin x+4x\cos x-4\sin x=4x\cos x$，…………………………（1 分）

则 $f'(0)=0$，而 $f(0)=4$，……………………………………………………………（2 分）



故所求切线方程为 $y=4$. …………………………………………………………………（4 分）

(Ⅱ)依题意,$4x\sin x+4\cos x=x^2+4$,则$\frac{1}{4}x^2-x\sin x-\cos x+1=0$,

令 $g(x)=\frac{1}{4}x^2-x\sin x-\cos x+1$.

因为 $g(0)=0$,所以 $x=0$ 是函数 $g(x)$ 的一个零点. …………………………………………………………(5 分)

而 $g(x)$ 为偶函数,因此研究函数 $g(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上的零点个数即可.

当 $x>0$ 时,$g'(x)=\frac{1}{2}x-x\cos x=\frac{1}{2}x(1-2\cos x)$,

令 $g'(x)=0$,得 $\cos x=\frac{1}{2}$,故 $x=\frac{\pi}{3}+2k\pi$ 或 $x=\frac{5\pi}{3}+2k\pi(k\in\mathbf{N})$. …………………………………(6 分)

当 $x\in\left(0,\frac{\pi}{3}\right)$时,$g'(x)<0$,$g(x)$单调递减,又 $g(0)=0$,所以 $g\left(\frac{\pi}{3}\right)<0$; ………………………(7 分)

当 $x\in\left(\frac{\pi}{3},\frac{5\pi}{3}\right)$时,$g'(x)>0$,$g(x)$单调递增,且 $g\left(\frac{5\pi}{3}\right)=\frac{25\pi^2}{36}+\frac{5\sqrt{3}}{6}\pi+\frac{1}{2}>0$,所以 $g(x)$ 在区间$\left(0,\frac{5\pi}{3}\right)$内有唯一零点; …………………………………………………………………………………………(9 分)

当 $x\geqslant\frac{5\pi}{3}$时,$\sin x\leqslant1$,$\cos x\leqslant1$,

故 $g(x)=\frac{1}{4}x^2+1-x\sin x-\cos x\geqslant\frac{1}{4}x^2+1-x-1=\frac{1}{4}x(x-4)>0$,

故 $g(x)$ 在$\left[\frac{5\pi}{3},+\infty\right)$上无零点. ……………………………………………………………(11 分)

所以 $g(x)$ 在区间 $(0,+\infty)$ 内有一个零点.

由于 $g(x)$ 为偶函数,

所以 $g(x)$ 有且仅有 3 个零点,即原方程的根的个数为 3. ………………………………………………(12 分)

22. **命题意图** 本题考查椭圆的极坐标方程与直角坐标方程的互化、极坐标方程的应用、三角函数的性质.

**解析** (Ⅰ)曲线 $C$ 的参数方程为$\begin{cases}x=\cos\alpha,\\ y=\frac{1}{2}\sin\alpha\end{cases}$($\alpha$ 为参数),

消去参数得 $x^2+4y^2=1$. ……………………………………………………………………………(2 分)

将 $x=\rho\cos\theta$,$y=\rho\sin\theta$ 代入,

可得 $\rho^2\cos^2\theta+4\rho^2\sin^2\theta=1$,

故曲线 $C$ 的极坐标方程为 $\rho^2=\frac{1}{1+3\sin^2\theta}$. ……………………………………………………………(5 分)

(Ⅱ)不妨设 $A(\rho_1,\theta)$,$B\left(\rho_2,\theta+\frac{\pi}{3}\right)$,则$|OA|=\rho_1$,$|OB|=\rho_2$,

故$\frac{1}{|OA|^2}-\frac{1}{|OB|^2}=1+3\sin^2\theta-\left[1+3\sin^2\left(\theta+\frac{\pi}{3}\right)\right]$

$=-\frac{3\sqrt{3}}{4}\sin 2\theta-\frac{9}{4}\cos 2\theta$

$=-\frac{3\sqrt{3}}{2}\sin\left(2\theta+\frac{\pi}{3}\right)$, ……………………………………………………………(8 分)



当且仅当 $\theta=\frac{7\pi}{12}+k\pi(k\in\mathbf{Z})$时,$\frac{1}{|OA|^2}-\frac{1}{|OB|^2}$取得最大值$\frac{3\sqrt{3}}{2}$. ……………………………(10 分)

23. **命题意图** 本题考查绝对值不等式的解法、函数的图象与性质.

**解析** （Ⅰ）依题意，$|2x-3|+|x|>x+2$.

当 $x<0$ 时，$3-2x-x>x+2$，解得 $x<\frac{1}{4}$，故 $x<0$；……（2 分）

当 $0\leqslant x\leqslant\frac{3}{2}$ 时，$3-2x+x>x+2$，解得 $x<\frac{1}{2}$，故 $0\leqslant x<\frac{1}{2}$；……（3 分）

当 $x>\frac{3}{2}$ 时，$2x-3+x>x+2$，解得 $x>\frac{5}{2}$，故 $x>\frac{5}{2}$. ……（4 分）

综上所述，不等式 $f(x)>x+2$ 的解集为 $\left\{x\,\middle|\,x<\frac{1}{2}\text{或}x>\frac{5}{2}\right\}$ ……（5 分）

（Ⅱ）$f(x)=\begin{cases}-3x+3, x<0,\\ -x+3, 0\leqslant x\leqslant\frac{3}{2},\\ 3x-3, x>\frac{3}{2},\end{cases}$

所以 $f(x)$ 在 $x=\frac{3}{2}$ 处取得最小值，最小值为 $\frac{3}{2}$. ……（8 分）

所以 $m^2-2m-\frac{3}{2}\leqslant\frac{3}{2}$，

解得 $-1\leqslant m\leqslant 3$，即 $m$ 的取值范围为 $[-1,3]$. ……（10 分）

# 关于我们

**北京高考在线**创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承“精益求精、专业严谨”的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。