

数学试卷

2024 年 1 月

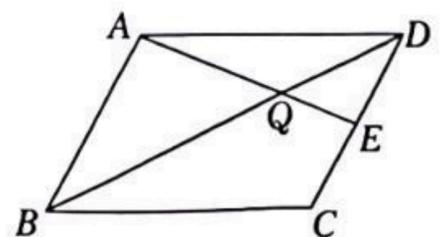
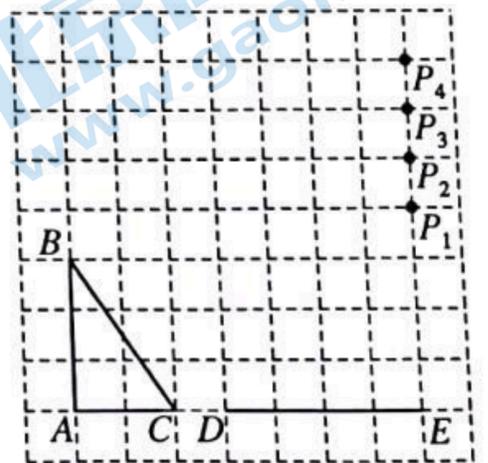
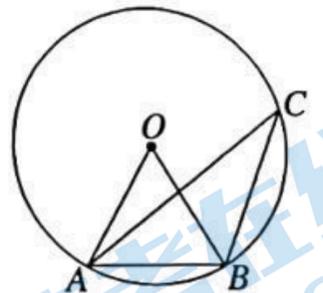
学校 \_\_\_\_\_ 班级 \_\_\_\_\_ 姓名 \_\_\_\_\_

考生须知

1. 本试卷共 6 页,共三道大题,28 个小题,满分为 100 分,考试时间为 120 分钟.
2. 请在试卷和答题卡上准确填写学校名称、班级、姓名.
3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上,在试卷上作答无效.
4. 在答题卡上,选择题、作图题用 2B 铅笔作答,其他试题用黑色字迹签字笔作答.
5. 考试结束后,请将答题卡交回.

一、选择题(本题共 8 个小题,每小题 2 分,共 16 分)每题均有四个选项,符合题意的选项只有一个.

1. 在  $Rt\triangle ABC$  中,  $\angle C=90^\circ$ ,  $AC=4$ ,  $AB=5$ , 则  $\sin A$  的值是  
 A.  $\frac{4}{3}$       B.  $\frac{4}{5}$       C.  $\frac{3}{4}$       D.  $\frac{3}{5}$
2. 已知  $\odot O$  的半径为 6, 点  $P$  到圆心  $O$  的距离为 4, 则点  $P$  在  $\odot O$   
 A. 内      B. 上      C. 外      D. 无法确定
3. 在平面直角坐标系中, 将抛物线  $y=2x^2$  先向左平移 3 个单位长度, 再向下平移 4 个单位长度后所得到的抛物线的表达式为  
 A.  $y=2(x-3)^2+4$       B.  $y=2(x-3)^2-4$   
 C.  $y=2(x+3)^2+4$       D.  $y=2(x+3)^2-4$
4. 如图, 点  $A, B, C$  在  $\odot O$  上,  $\triangle OAB$  是等边三角形, 则  $\angle ACB$  的大小为  
 A.  $20^\circ$       B.  $30^\circ$       C.  $40^\circ$       D.  $60^\circ$
5. 如图, 在方格纸中,  $\triangle ABC$  和  $\triangle EPD$  的顶点均在格点上, 要使  $\triangle ABC \sim \triangle EPD$ , 则点  $P$  所在的格点为  
 A.  $P_1$       B.  $P_2$       C.  $P_3$       D.  $P_4$
6. 下列关于二次函数  $y=3x^2$  的说法正确的是  
 A. 它的图象经过点  $(-1, -3)$   
 B. 它的图象的对称轴是直线  $x=3$   
 C. 当  $x < 0$  时,  $y$  随  $x$  的增大而减小  
 D. 当  $x=0$  时,  $y$  有最大值为 0
7. 如图, 在平行四边形  $ABCD$  中,  $E$  为  $DC$  边的中点,  $AE$  交  $BD$  于点  $Q$ , 若  $\triangle DQE$  的面积为 9, 则  $\triangle AQB$  的面积为  
 A. 18      B. 27      C. 36      D. 45



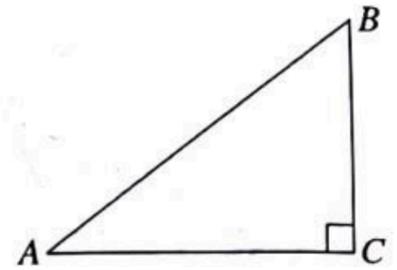


三、解答题(本题共 68 分,第 17—22 题每题 5 分;第 23—26 题每题 6 分;第 27—28 题每题 7 分)

解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17.  $2\sin^2 60^\circ - \tan 45^\circ + 4\cos 60^\circ$

18. 如图,在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle C=90^\circ$ ,  $BC=6$ ,  $\tan A = \frac{3}{4}$ . 求  $AC$  的长和  $\cos B$  的值.

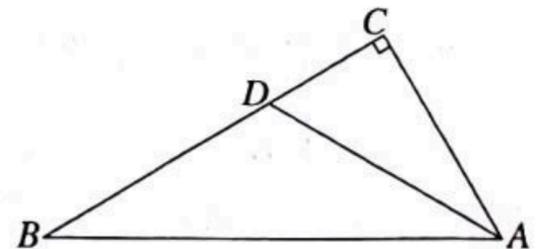


19. 已知二次函数几组  $x$  与  $y$  的对应值如下表:

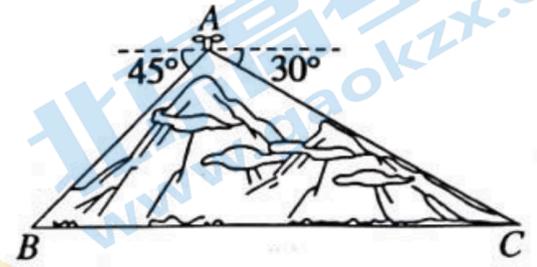
$x$	...	-3	-2	-1	1	3	4	...
$y$	...	12	5	0	-4	0	5	...

- (1) 写出此二次函数图象的对称轴;
- (2) 求此二次函数的表达式.

20. 如图,在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle C=90^\circ$ ,  $AD$  平分  $\angle CAB$ , 交  $BC$  于点  $D$ ,  $CD=2$ ,  $AC=2\sqrt{3}$ , 求  $AB$  的长.



21. 无人机是利用无线电遥控设备和自备的程序控制装置操纵的不载人飞机,在跟踪、定位、遥测、数据传输等方面发挥着重要作用,在如图所示的某次测量中,无人机在小山上方的A处,测得小山两端B,C的俯角分别是 $45^\circ$ 和 $30^\circ$ ,此时无人机距直线BC的垂直距离是200米,求小山两端B,C之间的距离.



22. 下面是某同学设计的“过三角形一个顶点作其对边的平行线”的尺规作图过程.

已知:如图1, $\triangle ABC$ .

求作:直线BD,使得 $BD \parallel AC$ .

作法:如图2,

- ①分别作线段AC,BC的垂直平分线 $l_1, l_2$ ,两直线交于点O;
- ②以点O为圆心,OA长为半径作圆;
- ③以点A为圆心,BC长为半径作弧,交劣弧 $\widehat{AB}$ 于点D;
- ④作直线BD.

所以直线BD就是所求作的直线.

根据设计的尺规作图过程,

(1)使用直尺和圆规,补全图形;(保留作图痕迹)

(2)完成下面的证明.

证明:连接AD,

$\because$ 点A,B,C,D在 $\odot O$ 上, $AD=BC$ ,

$\therefore \widehat{AD} = \underline{\hspace{2cm}}$ .

$\therefore \angle DBA = \angle CAB$ (

$\therefore BD \parallel AC$ .

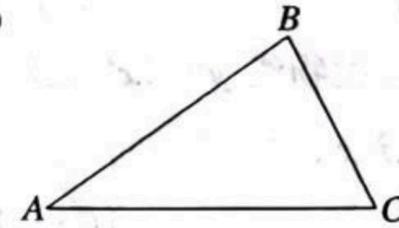


图1

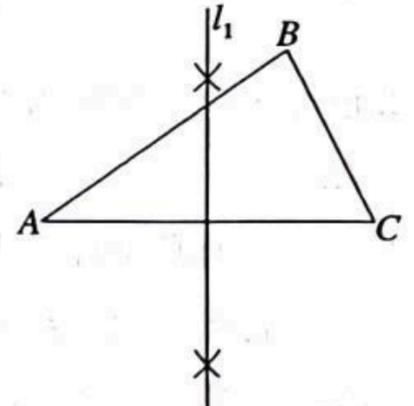


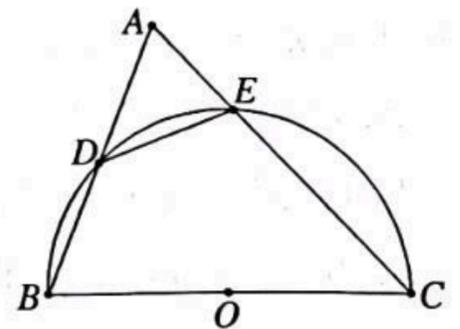
图2

)(填推理的依据).

23. 如图, $\triangle ABC$ 中, $CA=CB$ ,以BC为直径的半圆与AB交于点D,与AC交于点E.

(1)求证:点D为AB的中点;

(2)求证: $AD=DE$ .



24. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 直线  $y=kx+2$  与双曲线  $y=\frac{6}{x}$  的一个交点是  $A(m, 3)$ .

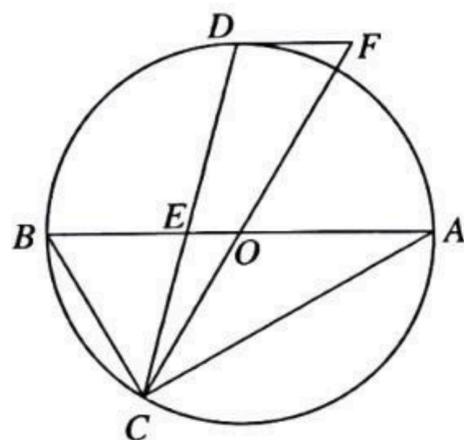
(1) 求  $m$  和  $k$  的值;

(2) 设点  $P$  是双曲线  $y=\frac{6}{x}$  上一点, 直线  $AP$  与  $x$  轴交于点  $B$ . 若  $AB=3PB$ , 结合图象, 直接写出点  $P$  的坐标.

25. 如图, 点  $C$  在以  $AB$  为直径的  $\odot O$  上,  $CD$  平分  $\angle ACB$  交  $\odot O$  于点  $D$ , 交  $AB$  于点  $E$ , 过点  $D$  作  $DF \parallel AB$  交  $CO$  的延长线于点  $F$ .

(1) 求证: 直线  $DF$  是  $\odot O$  的切线;

(2) 若  $\angle A=30^\circ$ ,  $AC=4\sqrt{3}$ , 求  $DF$  的长.



26. 在平面直角坐标系  $xOy$  中,  $P(x_1, y_1)$ ,  $Q(x_2, y_2)$  是抛物线  $y=x^2-2mx+m^2-1$  上任意两点.

(1) 求抛物线的顶点坐标(用含  $m$  的式子表示);

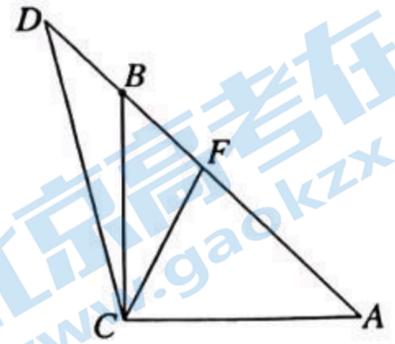
(2) 若  $x_1=m-2$ ,  $x_2=m+5$ , 则  $y_1$  \_\_\_\_\_  $y_2$ ; (用“ $<$ ”, “ $=$ ”, 或“ $>$ ”填空)

(3) 若对于  $-1 \leq x_1 < 4$ ,  $x_2=4$ , 都有  $y_1 \leq y_2$ , 求  $m$  的取值范围.

27. 如图,  $\triangle ABC$  中,  $\angle ACB=90^\circ$ ,  $AC=BC$ , 点  $D$  在  $AB$  的延长线上, 取  $AD$  的中点  $F$ , 连结  $CD$ 、 $CF$ , 将线段  $CD$  绕点  $C$  顺时针旋转  $90^\circ$  得到线段  $CE$ , 连结  $AE$ 、 $BE$ .

(1) 依题意, 请补全图形;

(2) 判断  $BE$ 、 $CF$  的数量关系及它们所在直线的位置关系, 并证明.



28. 在平面直角坐标系  $xOy$  中,  $\odot O$  的半径为 1. 给出如下定义: 过  $\odot O$  外一点  $P$  做直线与  $\odot O$  交于点  $M$ 、 $N$ , 若  $M$  为线段  $PN$  的中点, 则称线段  $PN$  是  $\odot O$  的“外倍线”.

(1) 如图 1, 点  $P_1, P_2, P_3, N_1, N_2, N_3$  的横、纵坐标都是整数. 在线段  $P_1N_1, P_2N_2, P_3N_3$  中,  $\odot O$  的“外倍线”是 \_\_\_\_\_;

(2)  $\odot O$  的“外倍线” $PN$  与直线  $x=2$  交于点  $P$ , 求点  $P$  纵坐标  $y_P$  的取值范围;

(3) 如图 2, 若  $\odot O$  的“外倍线” $PN$ ,  $N$  的坐标为  $(-1, 0)$ , 直线  $y=x+b$  与线段  $PN$  有公共点, 直接写出  $b$  的取值范围.

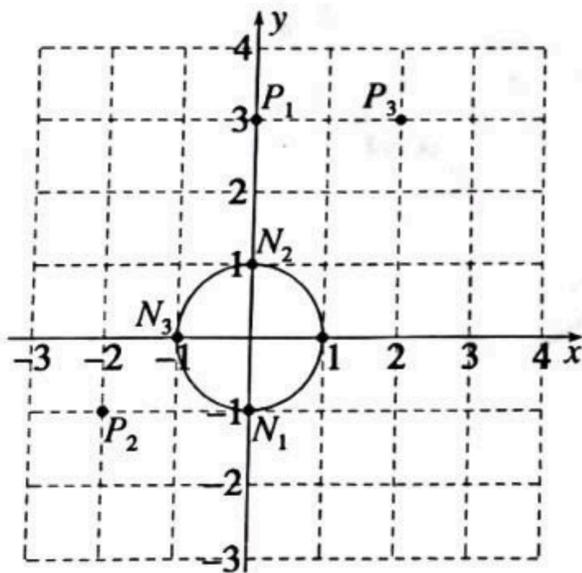


图 1

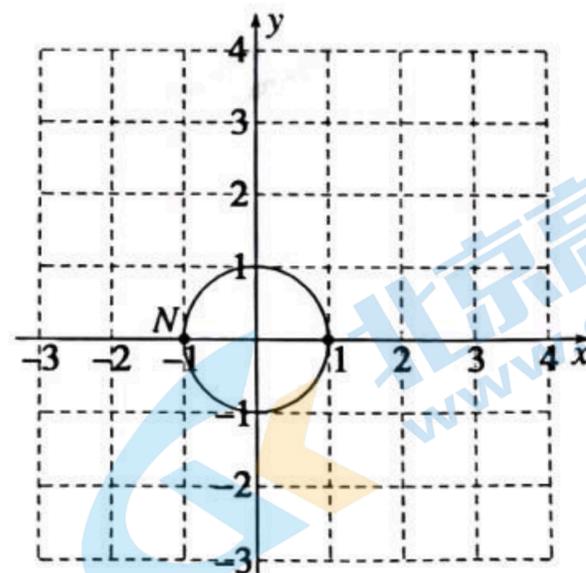


图 2

# 通州区 2023-2024 学年第一学期九年级期末质量检测

## 数学试卷参考答案及评分标准

2024 年 1 月

### 一、选择题（本题共 8 个小题，每小题 2 分，共 16 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	D	A	D	B	C	C	C	A

### 二、填空题（本题共 8 个小题，每小题 2 分，共 16 分）

9.  $\frac{2\pi}{3}$

10.  $\frac{1}{2}$

11. 4

12. 2

13.  $R \geq 1$

14.  $50^\circ$

15. 6

16. (1)  $\langle 45, 45 \rangle$  (2) 90

### 三、解答题（本题共 68 分，第 17-22 题每题 5 分；第 23-26 题每题 6 分；第 27-28 题每题 7 分）解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. 解：原式 =  $2 \times \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 - 1 + 4 \times \frac{1}{2}$  .....3 分

$= \frac{5}{2}$  .....5 分

18. 解：在  $Rt\triangle ABC$  中， $BC=6$ ， $\tan A = \frac{3}{4}$

$\therefore AC=8$  .....2 分

$\therefore AB=10$  .....3 分

$\therefore \cos B = \frac{BC}{AB} = \frac{3}{5}$  .....5 分

19. 解：(1)  $\because$  二次函数图象经过点  $(-1, 0)$  和  $(3, 0)$

$\therefore$  该二次函数图象的对称轴为直线  $x=1$  .....2 分

(2) 由题意可知：二次函数图象的顶点坐标为  $(1, -4)$  .....3 分

$\therefore$  设该二次函数表达式为： $y = a(x-1)^2 - 4$  ( $a \neq 0$ )

将  $(3, 0)$  点代入得： $4a - 4 = 0$

$\therefore a = 1$  .....4 分

$\therefore y = x^2 - 2x - 3$  .....5 分

20. 解：在  $\text{Rt}\triangle ADC$  中， $CD=2$ ， $AC=2\sqrt{3}$ ，

$\therefore \tan \angle CAD = \frac{CD}{CA} = \frac{2}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$  ..... 1分

$\therefore \angle CAD = 30^\circ$  ..... 2分

$\therefore AD$  平分  $\angle CAB$

$\therefore \angle CAB = 2\angle CAD = 60^\circ$  ..... 3分

在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中， $\angle B = 30^\circ$

$\therefore AB = 2AC = 4\sqrt{3}$ . ..... 5分

21. 解：过点  $A$  作  $AD \perp BC$  于点  $D$  ..... 1分

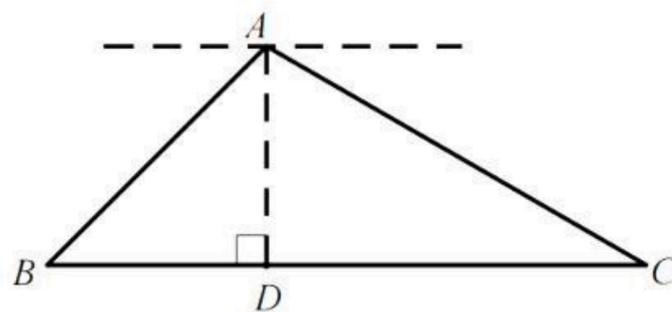
$\therefore \angle B = 45^\circ$ ， $\angle C = 30^\circ$

在  $\text{Rt}\triangle ABD$  中， $AD = BD = 200$  ..... 2分

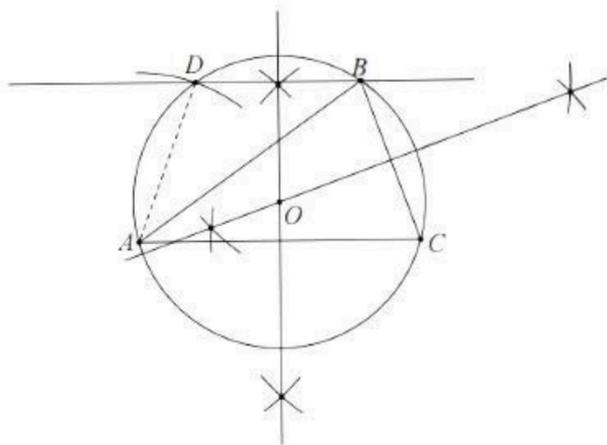
在  $\text{Rt}\triangle ACD$  中， $CD = \sqrt{3}AD = 200\sqrt{3}$  ..... 3分

$\therefore CB = 200 + 200\sqrt{3}$ . ..... 4分

答：小山两端  $B$ ， $C$  之间的距离为  $(200 + 200\sqrt{3})$  米. .... 5分



22. (1)



..... 3分

(2) 证明：连接  $AD$ ，

$\therefore$  点  $A$ ， $B$ ， $C$ ， $D$  在  $\odot O$  上， $AD = BC$ ，

$\therefore \underline{AD = BC}$ . ..... 4分

$\therefore \angle DBA = \angle CAB$  (等弧所对的圆周角相等) (填推理的依据). .... 5分

$\therefore BD \parallel AC$ .

23. (1) 证明：连结  $CD$  ..... 1分

$\therefore BC$  为半圆的直径

$\therefore \angle BDC = 90^\circ$  ..... 2分

$\therefore BD \perp CD$

$\therefore CA = CB$

$\therefore$  点  $D$  为  $AB$  的中点 ..... 3 分

(2) 方法一:

证明:  $\therefore CA = CB$

$\therefore \angle B = \angle A$

$\therefore$  四边形  $BCED$  为圆内接四边形

$\therefore \angle AED = \angle B$  ..... 4 分

$\therefore \angle AED = \angle A$  ..... 5 分

$\therefore AD = DE$  ..... 6 分

方法二:

证明: 连结  $DO, EO,$

$\therefore CA = CB, AD = BD,$

$\therefore \angle ACD = \angle BCD$  ..... 4 分

$\therefore \angle DOE = 2\angle ACD, \angle DOB = 2\angle BCD,$

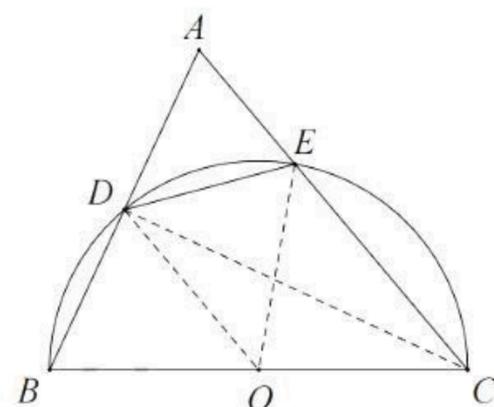
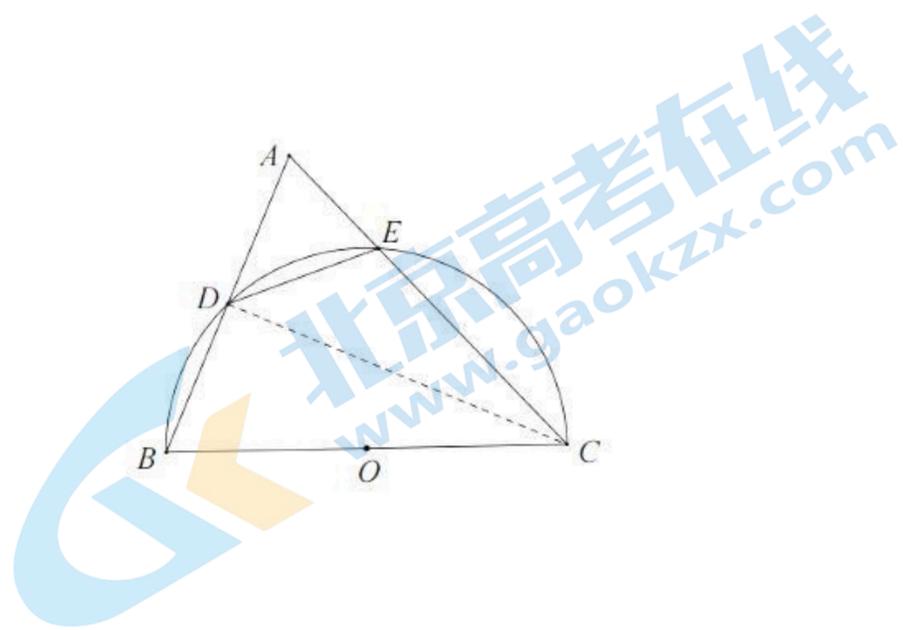
$\therefore \angle DOE = \angle DOB.$

$\therefore \widehat{BD} = \widehat{DE}$

$\therefore BD = DE$  ..... 5 分

$\therefore AD = BD,$

$\therefore AD = DE$  ..... 6 分



24. 解: (1)  $\therefore$  直线  $y = kx + 2$  与双曲线  $y = \frac{6}{x}$  的一个交点是  $A(m, 3)$

$\therefore$  把点  $A(m, 3)$  代入  $y = \frac{6}{x}$  中, 得  $3m = 6, m = 2$  ..... 1 分

$\therefore$  把点  $A(2, 3)$  代入  $y = kx + 2$ , 得  $2k + 2 = 3, k = \frac{1}{2}$  ..... 2 分

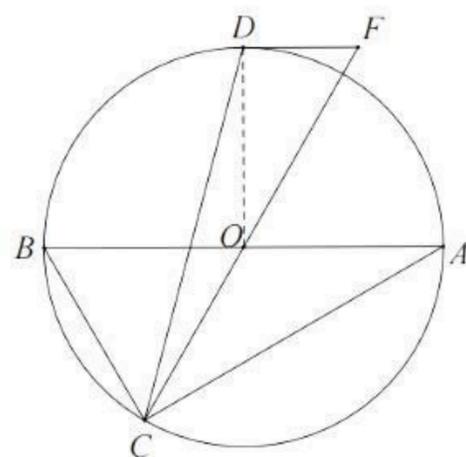
(2) 点  $P(6, 1)$  或  $(-6, -1)$ . ..... 6 分

25. (1) 证明: 连结  $OD$

$\therefore AB$  为  $\odot O$  的直径

$\therefore \angle ACB = 90^\circ$

$\therefore CD$  平分  $\angle ACB$



$\therefore \angle ACD = 45^\circ$  ..... 1分

$\therefore \angle AOD = 2\angle ACD = 90^\circ$  ..... 2分

$\because DF \parallel AB$

$\therefore \angle AOD + \angle ODF = 180^\circ$

$\therefore \angle ODF = 90^\circ$

$\therefore$  直线  $DF$  是  $\odot O$  的切线. .... 3分

(2) 解: 在  $Rt\triangle ABC$  中,  $\angle A = 30^\circ$ ,  $AC = 4\sqrt{3}$ ,

$\therefore BC = 4, AB = 8$  ..... 4分

$\therefore OD = 4$

$\because \angle COB = 60^\circ$

又  $\because DF \parallel AB$

$\therefore \angle F = 60^\circ$  ..... 5分

在  $Rt\triangle ODF$  中,  $DF = \frac{OD}{\sqrt{3}} = \frac{4}{\sqrt{3}} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$ . .... 6分

26. 解: (1)  $\because y = x^2 - 2mx + m^2 - 1 = (x - m)^2 - 1$  ..... 1分

$\therefore$  抛物线顶点坐标为  $(m, -1)$ . .... 2分

(2)  $y_1 < y_2$ . .... 3分

(3)  $\because$  抛物线对称轴为直线  $x = m$ ,

$\therefore$  点  $(4, y_2)$  关于对称轴的对称点为  $(2m - 4, y_2)$ , ..... 4分

$\because$  抛物线开口向上,  $y_1 \leq y_2$ ,

$\therefore 2m - 4 \leq x_1 < 4$ ,

$\therefore 2m - 4 \leq -1$ ,

解得  $m \leq \frac{3}{2}$ . .... 6分

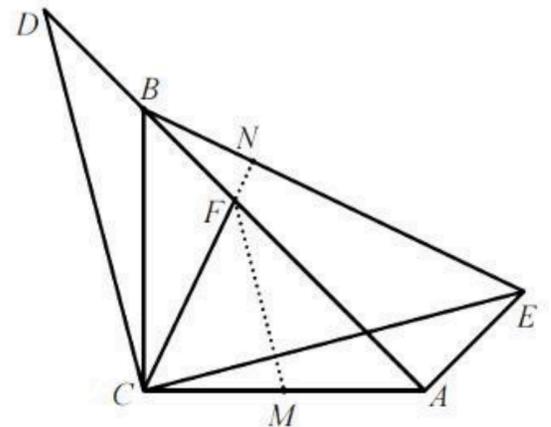
27. (1) 如图 ..... 1分

(2)  $BE = 2CF, BE \perp CF$

证明: 取  $AC$  中点  $M$ , 连结  $FM$

$\because F$  为  $AD$  中点

$\therefore FM \parallel CD, FM = \frac{1}{2} CD$



∵ 线段  $CD$  绕点  $C$  顺时针旋转  $90^\circ$  得到线段  $CE$

$$\therefore FM = \frac{1}{2} CE$$

$$\therefore AC = BC$$

$$\therefore CM = \frac{1}{2} AC = \frac{1}{2} CB$$

$$\therefore \frac{CM}{BC} = \frac{FM}{EC} \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

$$\therefore FM \parallel CD$$

$$\therefore \angle FMC + \angle DCA = 180^\circ$$

$$\therefore \angle FMC = 180^\circ - \angle DCA = 90^\circ - \angle ECA$$

$$\therefore \angle BCE = 90^\circ - \angle ECA$$

$$\therefore \angle FMC = \angle BCE \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

$$\therefore \triangle FMC \sim \triangle ECB \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

$$\therefore BE = 2CF, \angle BEC = \angle CFM \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

$$\therefore DC \perp CE$$

$$\therefore FM \perp CE$$

$$\therefore \angle FCE + \angle CFM = 90^\circ$$

$$\therefore \angle FCE + \angle BEC = 90^\circ \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

$$\therefore BE \perp CF \dots\dots\dots 7 \text{ 分}$$

注：方法不唯一，酌情给分

28. 解：(1)  $P_1N_1, P_2N_2$  ..... 2 分

(2) 由题意，可得  $PN = 2MN$ .

$$\therefore MN \leq 2,$$

$$\therefore PN \leq 4.$$

如图，当  $OP = 3$  且点  $P$  在直线  $x = 2$  上时，

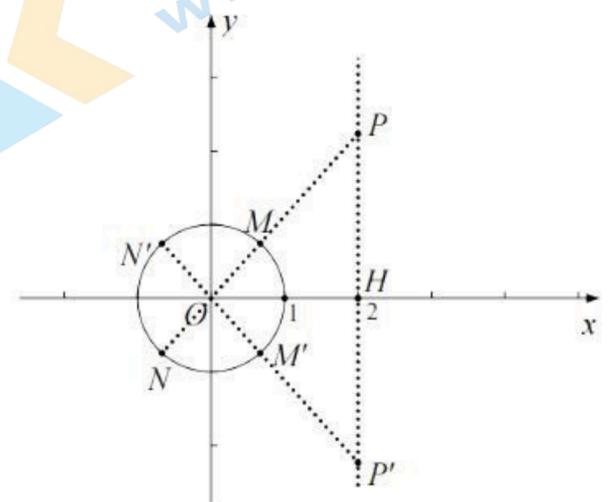
$$\therefore OH = 2,$$

$$\therefore PH = P'H = \sqrt{5}.$$

结合图形，点  $P$  的纵坐标取值范围

$$\text{为 } -\sqrt{5} \leq y_P \leq \sqrt{5}.$$

$$(3) -2\sqrt{2} - 1 \leq b \leq 2\sqrt{2} - 1.$$



..... 5 分

..... 7 分

# 北京初三期末试题下载

京考一点通团队整理了【**2024年1月北京初三期末试题&答案汇总**】专题，及时更新最新试题及答案。

通过【**京考一点通**】公众号，对话框回复【**期末**】，进入各年级汇总专题，查看并下载电子版试题及答案！



微信搜一搜

