2020 北京怀柔一中高二（上）期中

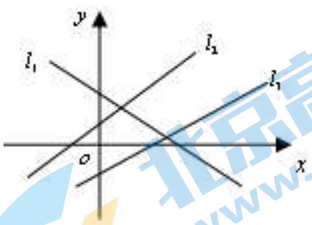
数　　学

一、选择题（满分 50 分）

1、直线 $y=1$ 的倾斜角是（　）

A．0^0　　B．45^0　　C．90^0　　D．180^0

2、已知直线 l_1,l_2,l_3 的斜率分别是 k_1,k_2,k_3，如图所示，则（　）



A．$k_1<k_2<k_3$　　B．$k_3<k_2<k_1$　　C．$k_1<k_3<k_2$　　D．$k_3<k_1<k_2$

3、椭圆 $\dfrac{x^2}{2}+\dfrac{y^2}{4}=1$ 的长轴的长等于（　）

A．$\sqrt{2}$　　B．$2\sqrt{2}$　　C．2　　D．4

4、两条平行线 $l_1:x+y-1=0$ 与 $l_2:x+y+1=0$ 之间的距离为（　）

A．$\sqrt{2}$　　B．1　　C．2　　D．$\sqrt{3}$

5、已知直线 $ax+3y-1=0$ 与 $3x-y-2=0$ 互相垂直，则 $a=$（　）

A．-3　　B．-1　　C．3　　D．1

6、两圆 $C_1:x^2+y^2+2x-6y-26=0$ 和圆 $C_2:x^2+y^2-4x+2y-4=0$ 的位置关系是（　）

A．外离　　B．相交　　C．外切　　D．内含

7、直线 L₁：$ax+3y+1=0$，L₂：$2x+(a+1)y+1=0$，若 L₁ // L₂，则 $a=$（　）

A．-3　　B．2　　C．-3 或 2　　D．3 或-2

8、设点 $M(x,y)$ 是直线 $x+y-2=0$ 上的动点，O 为原点，则 $|OM|$ 的最小值是（　）

A．1　　B．$\sqrt{2}$　　C．2　　D．$\sqrt{3}$

9、已知点 $M(a,b)(ab\neq 0)$ 是圆 $x^2+y^2=r^2$ 内一点，直线 m 是以 M 为中点的弦所在的直线，直线 l 的方程是 $ax+by=r^2$，则（ ）

A. l 平行于 m 且 l 与圆相交　　B. $l\perp m$ 且 l 与圆相切

C. l 平行于 m 且 l 与圆相离　　D. $l\perp m$ 且 l 与圆相离

10、与圆 $x^2+y^2-4x+2=0$ 相切且在 x 轴、y 轴上截距相等的直线共有（ ）

A. 1 条　　B. 2 条　　C. 3 条　　D. 4 条

二、填空题（满分 30 分）

11、已知直线 l 经过两点 $A(-1,0)$，$B(0,3)$，则直线 l 的斜率为______________.

12、已知两个不同的平面 α,β 的法向量分别是 $\vec{n_1}=(1,2,2)$ 和 $\vec{n_2}=(3,6,6)$，则平面 α,β 的位置关系是________

13、圆心为 $(0,1)$，且与 x 轴相切的圆的方程是________.

14、已知椭圆的两个焦点的坐标分别是 $F_1(4,0),F_2(-4,0)$，并且该椭圆上一点 M 到点 F_1,F_2 的距离之和等于 10，则该椭圆的标准方程为________.

15、已知方程 $x^2+y^2-2mx+4my+6m^2-1=0$ 表示圆，则实数 m 的取值范围是________.

16、已知点 $M(-2,0)$，$N(2,0)$，直线 $l:3x+4y-m=0$ 上存在点 P，满足 $PM\perp PN$，则实数 m 的取值范围是________.

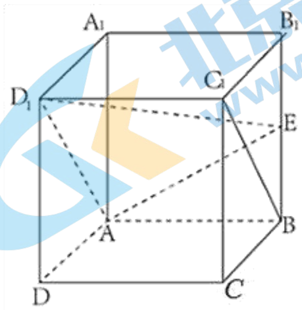
三、解答题（满分 70 分）

17、（本题满分 17 分）如图，在棱长为 2 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，E 为 BB_1 的中点.

（I）求 D_1E 的长；

（II）求异面直线 AE 与 BC_1 所成的角的余弦值；

（III）求直线 AB 与平面 AD_1E 所成的角的正弦值.



18、（本题满分 17 分）已知圆 C: $x^2+y^2=4$，

（I）写出该圆的圆心坐标和半径；

（II）倾斜角为 60^0 的直线 m 与圆 C 相切，求切线 m 的方程；

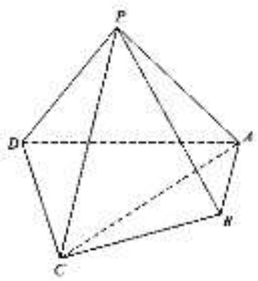
（III）过点 P$(1,-1)$ 作直线 l，被圆 C 截下的弦长为 $2\sqrt{2}$，求直线 l 的方程.

19、（本题满分 18 分）如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，平面 $PAD\perp$ 平面 $ABCD$，$PA\perp PD$，$PA=PD$，$AB\perp AD$，$AB=1$，$AD=2$，$AC=CD=\sqrt{5}$

（I）证明：$AB\perp PD$

（II）求二面角 $P-CD-A$ 的余弦值；

（III）求点 B 到平面 PCD 的距离.



20、（本题满分 18 分）已知椭圆 C: $\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{2}=1$，

（I）求椭圆的离心率.

（II）已知点 A 是椭圆 C 的左顶点，过点 A 作斜率为 1 的直线 m，求直线 m 与椭圆 C 的另一个交点 B 的坐标.

（III）已知点 $M(0,2\sqrt{2})$，P 是椭圆 C 上的动点，求 $|PM|$ 的最大值及相应点 P 的坐标.

2020 北京怀柔一中高二（上）期中数学

参考答案

一.选择题：ACDA，DBAB，CC

二.填空题：11. 3，12. $\alpha // \beta$，13. $x^2+(y-1)^2=1$，14. $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$，15. $(-1,1)$，16. $[-10,10]$

三.解答题：17（I）以 $\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AA_1}$ 的正方向分别为 x 轴、y 轴、z 轴 的正方向建立空间直角坐标系，

$D_1(2,0,2),E(0,2,1)$　3 分

$D_1E=\sqrt{(0-2)^2+(2-0)^2+(1-2)^2}=3$　5 分

（II）$A(0,0,0),E(0,2,1),B(0,2,0),C_1(2,2,2)$　7

$\overrightarrow{AE}=(0,2,1),\overrightarrow{BC_1}=(2,0,2)$　8 分

设异面直线 AE 与 BC_1 所成的角为 θ，

所以 $\cos\theta=\left|\cos<\overrightarrow{AE},\overrightarrow{BC_1}>\right|=\frac{\left|\overrightarrow{AE}\bullet\overrightarrow{BC_1}\right|}{\left|\overrightarrow{AE}\right|\left|\overrightarrow{BC_1}\right|}==\frac{2}{\sqrt{5}\cdot 2\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{10}}{10}$　10 分

（III）$A(0,0,0),D_1(2,0,2),E(0,2,1),B(0,2,0)$，

$\overrightarrow{AD_1}=(2,0,2),\overrightarrow{AE}=(0,2,1)$　11 分

设平面 AD_1E 的法向量为 $\vec{n}=(x,y,z)$，

由 $\begin{cases}\vec{n}\bullet\overrightarrow{AD_1}=0\\ \vec{n}\bullet\overrightarrow{AE}=0\end{cases}$，得 $\begin{cases}2x+2z=0\\ 2y+z=0\end{cases}$，　13 分

令 $x=1$，得 $\vec{n}=(1,\frac{1}{2},-1)$，$\overrightarrow{AB}=(0,2,0)$　15 分

设直线 AB 与平面 AD_1E 所成的角为 θ，$\sin\theta=\left|\cos<\overrightarrow{AB},\vec{n}>\right|=\left|\frac{\overrightarrow{AB}\bullet\vec{n}}{\left|\overrightarrow{AB}\right|\left|\vec{n}\right|}\right|=\frac{1}{3}$　17 分

18（I）圆心 $O(0,0)$，　半径为 2　2 分

（II）设 m 方程：$y=\sqrt{3}x+b$，　4 分

即 $\sqrt{3}x-y+b=0$　5 分

因为 m 与圆 C 的相切，所以 $\dfrac{|b|}{\sqrt{1^2+(\sqrt{3})^2}}=2$，7 分　$|b|=4$，$b=\pm 2$　8 分

切线 m 方程：$\sqrt{3}x-y+4=0$，$\sqrt{3}x-y-4=0$　9 分

（III）当直线 l 的斜率不存在时，直线 l 的方程为：$x=1$　10 分

l：$x=1$ 被圆 $C:x^2+y^2=4$ 截得弦长为 $2\sqrt{3}$　不合题意．11 分

所以直线 l 的斜率存在，可设直线 $l:y+1=k(x-1)$，　12 分

圆心到直线的距离 $d=\dfrac{|1+k|}{\sqrt{1+k^2}}$，13 分　又 $d=\sqrt{2^2-(\sqrt{2})^2}=\sqrt{2}$　14 分

$\dfrac{|1+k|}{\sqrt{1+k^2}}=\sqrt{2}$，15 分　$k^2-2k+1=0$　　$k=1$　16 分

直线 l 方程：$x-y-2=0$　　17 分

19（I）证明：因为平面 $PAD\perp$ 平面 $ABCD$，平面 $PAD\cap$ 平面 $ABCD=AD$

$AB\subset$ 平面 $ABCD$，$AB\perp AD$

所以 $AB\perp$ 平面 PAD，2 分　$AD\subset$ 平面 PAD

所以 $AB\perp PD$　4 分

（II）取 AD 的中点 O，因为 $PA=PD$，所以 $AD\perp OP$

因为平面 $PAD\perp$ 平面 $ABCD$，$OP\perp$ 平面 ADC　5 分

$AC=CD=\sqrt{5}$，$AD\perp OC$　6 分

以 $\overrightarrow{OC},\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OP}$ 的正方向分别为 x 轴、y 轴、z 轴的正方向建立空间直角坐标系，

$A(0,1,0),P(0,0,1),C(2,0,0),D(0,-1,0)$，

$\overrightarrow{PC}=(2,0,-1),\overrightarrow{CD}=(-2-1,0)$　8 分

设平面 PDC 的法向量为 $\vec{n}=(x,y,z)$，

由$\begin{cases}\vec{n}\bullet\overrightarrow{PC}=0\\ \vec{n}\bullet\overrightarrow{CD}=0\end{cases}$，得$\begin{cases}2x-z=0\\ -2x-y=0\end{cases}$， 10 分

令 $x=1$，得 $\vec{n}=(1,-2,2)$，11 分

因为平面 ACD 的法向量 $\vec{m}=(0,0,1)$ 12 分

$\cos<\vec{n},\vec{m}>=\dfrac{\vec{n}\bullet\vec{m}}{|\vec{n}||\vec{m}|}=\dfrac{2}{3}$ 13 分

因为二面角 $P-CD-A$ 为锐角，所以二面角 $P-CD-A$ 的余弦值为 $\dfrac{2}{3}$ 14 分

（III）设点 B 到平面 PCD 的距离为 d，因为直线 $\overrightarrow{BC}=(1,-1,0)$， 15 分

平面 PCD 的法向量为 $\vec{n}=(1,-2,2)$ 所以 $d=\dfrac{|\vec{n}\bullet\overrightarrow{BC}|}{|\vec{n}|}=\dfrac{3}{3}=1$ 18 分

20（I）因为 $a^2=4,b^2=2$，

所以 $a=2,b=\sqrt{2}$，2 分 $c=\sqrt{a^2-b^2}=\sqrt{2}$ 3 分

所以椭圆的离心率 $e=\dfrac{c}{a}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ 5 分 （公式 1 分，结论 1 分）

（II） $A(-2,0)$ 6 分

直线 m 的方程为：$y=x+2$ 7 分

联立方程组$\begin{cases}y=x+2\\ \dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{2}=1\end{cases}$

消去 y 整理得：$3x^2+8x+4=0$， $(x+2)(3x+2)=0$ 9 分

$x_2=-2,x_2=-\dfrac{2}{3}$， 11 分

所以点 B 的坐标为 $(-\dfrac{2}{3},\dfrac{4}{3})$ 12 分

（III）设 $P(x_0,y_0)$，因为 P 是椭圆 C 上的动点，所以 $\dfrac{{x_0}^2}{4}+\dfrac{{y_0}^2}{2}=1$　13 分

${x_0}^2=4-2{y_0}^2$，因为 $M(0,2\sqrt{2})$

所以 $|PM|=\sqrt{x_0^2+(y_0-2\sqrt{2})^2}=\sqrt{4-2y_0^2+(y_0-2\sqrt{2})^2}$　14 分

$=\sqrt{-y_0^2-4\sqrt{2}y_0+12}=\sqrt{-(y_0+2\sqrt{2})^2+20}$　15 分

因为 $-\sqrt{2}\le y_0\le\sqrt{2}$　16 分

所以当 $y_0=-\sqrt{2}$ 时，$|PM|$ 取最大值 $3\sqrt{2}$，此时点 P 的坐标是 $(0,-\sqrt{2})$　18 分

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 ＂精益求精、专业严谨 ＂ 的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。