

高二数学

2023.1

本试卷共 5 页，共 150 分。考试时长 120 分钟。考生务必将答案写在答题卡上，在试卷上作答无效。

第一部分（选择题 共 40 分）

一、选择题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

(1) 直线 $x + y - \sqrt{3} = 0$ 的倾斜角等于

(A) 45°

(B) 90°

(C) 120°

(D) 135°

(2) 抛物线 $x^2 = 4y$ 的准线方程是

(A) $y = -1$

(B) $x = -1$

(C) $y = 1$

(D) $x = 1$

(3) 在空间直角坐标系 $O-xyz$ 中，点 $A(1, 3, 0)$ ， $B(0, 3, -1)$ ，则

(A) 直线 $AB \parallel$ 坐标平面 xOy

(B) 直线 $AB \perp$ 坐标平面 xOy

(C) 直线 $AB \parallel$ 坐标平面 xOz

(D) 直线 $AB \perp$ 坐标平面 xOz

(4) 在 $(2x+1)^4$ 的展开式中， x^2 的系数为

(A) 6

(B) 12

(C) 24

(D) 36

(5) 在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中， $AB=3$ ， $BC=2$ ， $AA_1=1$ ，则二面角 D_1-BC-D 的余弦值为

(A) $\frac{\sqrt{5}}{5}$

(B) $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

(C) $\frac{\sqrt{10}}{10}$

(D) $\frac{3\sqrt{10}}{10}$

(6) 若直线 $3x+4y+m=0$ 与圆 $(x+1)^2+y^2=1$ 相离, 则实数 m 的取值范围是

- (A) $(-\infty, -8) \cup (2, +\infty)$ (B) $(-\infty, -2) \cup (8, +\infty)$
(C) $(-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$ (D) $(-\infty, -8) \cup (8, +\infty)$

(7) 2 名辅导教师与 3 名获奖学生站成一排照相, 要求 2 名教师分别站在两侧, 则不同的站法共有

- (A) A_3^3 种 (B) $2A_3^3$ 种
(C) $A_5^5 - A_3^3$ 种 (D) A_5^3 种

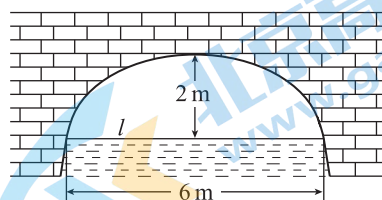
(8) 设 $a \in \mathbf{R}$, 则“ $a=1$ ”是“直线 $l_1: ax+2y=0$ 与直线 $l_2: x+(a+1)y+4=0$ 平行”的

- (A) 充分而不必要条件 (B) 必要而不充分条件
(C) 充分必要条件 (D) 既不充分也不必要条件

(9) 右图是一个椭圆形拱桥, 当水面在 l 处时, 在如图所示的截面里, 桥洞与其倒影恰好构成一个椭圆. 此时拱顶离水面 2m, 水面宽 6m, 那么当水位上升 1m 时, 水面

宽度为

- (A) $3\sqrt{3}$ m
(B) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ m
(C) $4\sqrt{2}$ m
(D) $\frac{4\sqrt{2}}{3}$ m



(10) 设点 $A(1,0)$, $N(-2,3)$, 直线 $l: x+ay+2a-1=0$, $AM \perp l$ 于点 M , 则 $|MN|$ 的最大值为

- (A) $\sqrt{34}$ (B) 6
(C) 4 (D) $3\sqrt{2}+1$

第二部分（非选择题 共 110 分）

二、填空题共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分。

(11) 设 $A(-3, 2)$, $B(1, -4)$, 则过线段 AB 的中点, 且与 AB 垂直的直线方程为_____.

(12) 在 $(x + \frac{1}{x})^6$ 的展开式中, 常数项等于_____. (用数字作答)

(13) 设 F 为抛物线 $C: y^2 = 4x$ 的焦点, 点 A 在抛物线 C 上, 点 $B(3, 0)$, 且 $|AF| = |BF|$, 则 $|AB| =$ _____.

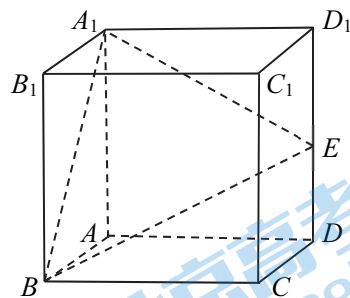
(14) 设双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的离心率为 e , 则满足“直线 $y = 2x$ 与双曲线 C 无公共点”的 e 的一个值是_____.

(15) 如图, 在正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB = 2$, E 为棱 DD_1 的中点, F 是正方形 CDD_1C_1 内部 (含边界) 的一个动点, 且 $B_1F \parallel$ 平面 A_1BE .

给出下列四个结论:

- ① 动点 F 的轨迹是一段圆弧;
- ② 存在符合条件的点 F , 使得 $B_1F \perp A_1B$;
- ③ 三棱锥 $B_1 - D_1EF$ 的体积的最大值为 $\frac{2}{3}$;
- ④ 设直线 B_1F 与平面 CDD_1C_1 所成角为 θ , 则 $\tan \theta$ 的取值范围是 $[2, 2\sqrt{2}]$.

其中所有正确结论的序号是_____.



三、解答题共 6 小题，共 85 分。解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程。

(16) (本小题 10 分)

从 4 男 3 女共 7 名志愿者中，选出 3 人参加社区义务劳动。

(I) 共有多少种不同的选择方法？

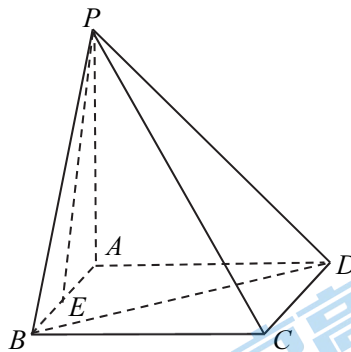
(II) 若要求选中的 3 人性别不能都相同，求共有多少种不同的选择方法？

(17) (本小题 15 分)

如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中， $PA \perp$ 平面 $ABCD$ ，底面 $ABCD$ 为正方形， E 为线段 AB 的中点， $PA = AB = 2$ 。

(I) 求证： $BC \perp PE$ ；

(II) 求平面 PAB 与平面 PBD 夹角的余弦值。



(18) (本小题 15 分)

在平面直角坐标系中， $A(-1,0)$ ， $B(1,0)$ ，曲线 C 是由满足直线 PA 与 PB 的斜率之积等于定值 $\lambda (\lambda \in \mathbf{R})$ 的点 P 组成的集合。

(I) 若曲线 C 是一个圆 (或圆的一部分)，求 λ 的值；

(II) 若曲线 C 是一个双曲线 (或双曲线的一部分)，且该双曲线的离心率 $e \geq \sqrt{2}$ ，求 λ 的取值范围。

(19) (本小题 15 分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的一个焦点为 $F(\sqrt{3}, 0)$, 其长轴长是短轴长的 2 倍.

(I) 求椭圆 C 的方程;

(II) 记斜率为 1 且过点 F 的直线为 l , 判断椭圆 C 上是否存在关于直线 l 对称的两点 A, B ?

若存在, 求直线 AB 的方程; 若不存在, 说明理由.

(20) (本小题 15 分)

如图, 在四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $AA_1 \perp$ 平面 $ABCD$, $AB \parallel CD$, $AD = CD = 1$, $AA_1 = AB = 2$, E 为线段 AA_1 的中点, 再从下列两个条件中选择一个作为已知.

条件①: $AD \perp BE$;

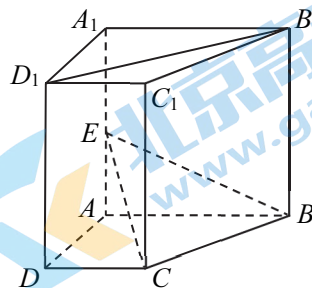
条件②: $BC = \sqrt{2}$.

(I) 求直线 CE 与 B_1D_1 所成角的余弦值;

(II) 求点 C_1 到平面 BCE 的距离;

(III) 已知点 M 在线段 CC_1 上, 直线 EM 与平面 BCC_1B_1 所成角的正弦值为 $\frac{2\sqrt{2}}{3}$, 求线段

CM 的长.



(21) (本小题 15 分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{t+1} + \frac{y^2}{6-t} = 1$ 的焦点在 x 轴上, 且离心率为 $\frac{1}{2}$.

(I) 求实数 t 的值;

(II) 若过点 $P(m, n)$ 可作两条互相垂直的直线 l_1, l_2 , 且 l_1, l_2 均与椭圆 C 相切. 证明: 动点 P 组成的集合是一个圆.

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 “精益求精、专业严谨” 的建设理念，不断探索 “K12 教育+互联网+大数据” 的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供 “衔接和桥梁纽带” 作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯