

2024 北京门头沟初三（上）期末

数 学

2024.1

考 生 须 知	1. 本试卷共 8 页，三道大题，28 道小题，满分 100 分，考试时间 120 分钟。 2. 请将条形码粘贴在答题卡相应位置处。 3. 试卷所有答案必须填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。请使用 2B 铅笔填涂，用黑色字迹签字笔或钢笔作答。 4. 考试结束后，请将试卷和草稿纸一并交回。
------------------	--

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个。

1. 如果 $\frac{x}{y} = \frac{2}{3}$ ，那么 $\frac{y-x}{y}$ 的值是

A. $\frac{1}{3}$

B. $\frac{1}{2}$

C. $\frac{5}{3}$

D. $\frac{5}{2}$

2. 如果将抛物线 $y = x^2$ 向上平移 3 个单位长度，向左平移 1 各单位，得到新的抛物线的表达式是

A. $y = (x+1)^2 - 3$

B. $y = (x+1)^2 + 3$

C. $y = (x-1)^2 - 3$

D. $y = (x-1)^2 + 3$

3. 如图所示的网格是边长为 1 的正方形网格，点 A ， B ， C 是网格线交点，则

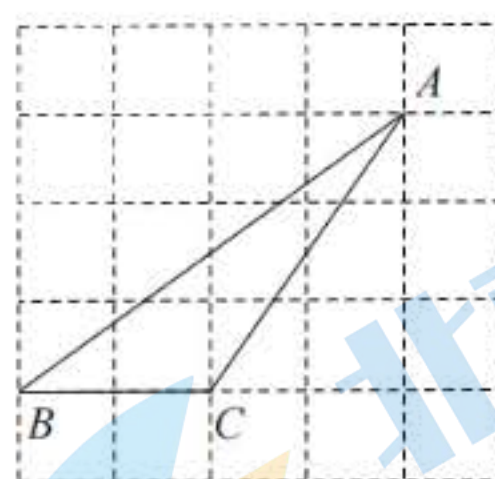
$\sin \angle ABC =$

A. $\frac{3}{2}$

B. $\frac{\sqrt{13}}{2}$

C. $\frac{3}{5}$

D. $\frac{4}{5}$

4. 已知 $\odot O$ 的半径为 4，如果 OP 的长为 3，则点 P 在A. $\odot O$ 内B. $\odot O$ 上C. $\odot O$ 外

D. 不确定

5. 若多边形的内角和是外角和的 2 倍，则该多边形是____边形

A. 5

B. 6

C. 7

D. 8

6. 若点 $A(x_1, -1)$ ， $B(x_2, 2)$ ， $C(x_3, 3)$ 都在反比例函数 $y = \frac{-6}{x}$ 的图象上，则 x_1 ， x_2 ， x_3 的大小关系是

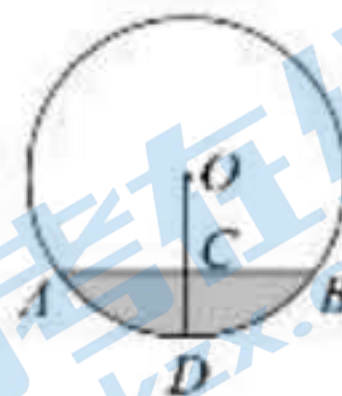
A. $x_1 < x_2 < x_3$

B. $x_1 < x_3 < x_2$

- C. $x_2 < x_3 < x_1$ D. $x_3 < x_1 < x_2$

7. 一个圆柱形管件，其横截面如图所示，管内存有一些水（阴影部分），测得水面宽 AB 为 8cm ，水的最大深度 CD 为 2cm ，则此管件的直径为

- A. 5cm B. 8cm
C. 10cm D. 12cm



8. 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的图象是一条抛物线，自变量 x 与函数 y 的部分对应值如下表：

x	...	-2	-1	0	1	2	3	...
y	...	0	-2	-3	-3	-2	0	...

有如下结论：

- ① 抛物线的开口向上
② 抛物线的对称轴是直线 $x = \frac{1}{2}$
③ 抛物线与 y 轴的交点坐标为 $(0, -3)$
④ 由抛物线可知 $ax^2 + bx + c < 0$ 的解集是 $-2 < x < 3$

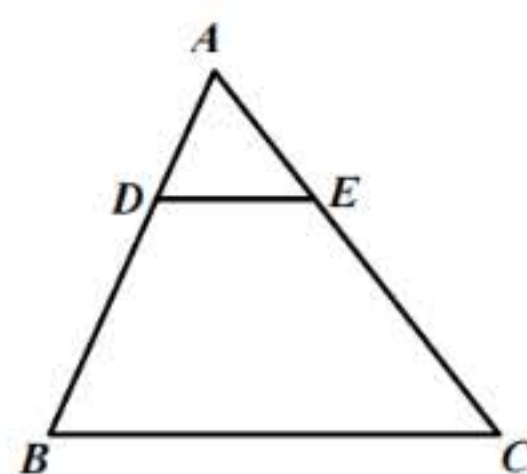
其中正确的是

- A. ①② B. ①②③ C. ①②④ D. ①②③④

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

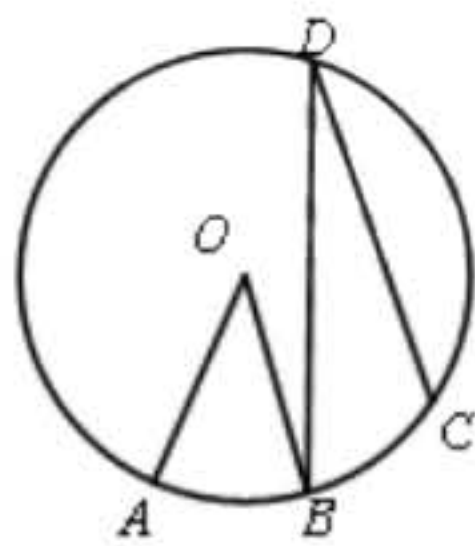
9. 二次函数 $y = 2(x-1)^2 + 3$ 的顶点坐标为_____.

10. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $DE \parallel BC$ ， $AE = 1$ ， $EC = 2$ ，则 $\frac{DE}{BC} =$ _____.

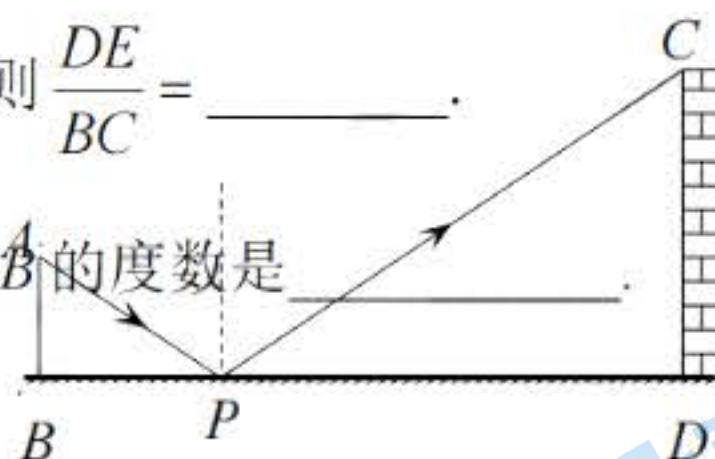


第 10 题

11. 如图，在 $\odot O$ 中， $AB = BC$ ， $\angle BDC = 20^\circ$ ，则 $\angle AOB$ 的度数是_____.



第 11 题

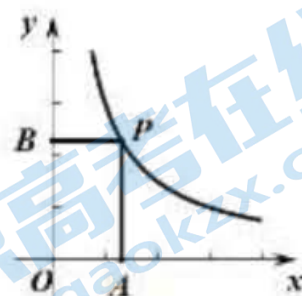


第 12 题

12. 如图，是小明设计的用激光笔测量城墙高度的示意图，在点 P 处水平放置一个平面镜，光线从点 A 出发经平面镜反射后刚好射到城墙 CD 的顶端 C 处，已知 $AB \perp BD$ ， $CD \perp BD$ ， $AB = 1.2$ 米， $BP = 1.8$ 米， $PD = 12$ 米，那么城墙高度 $CD =$ _____米.

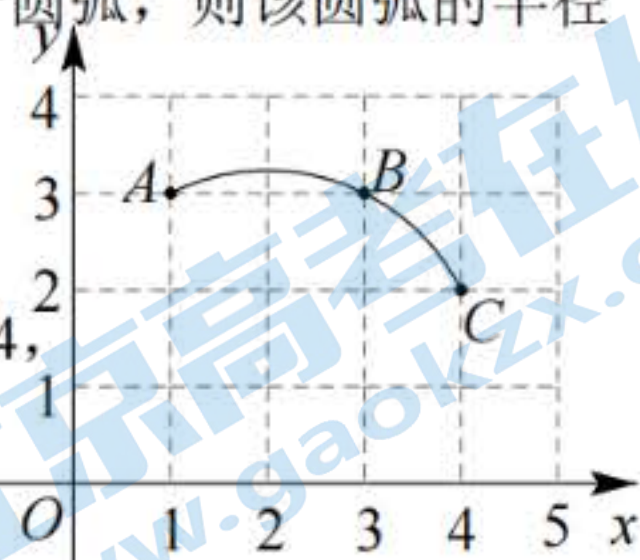
13. 写出一个二次函数，其图象满足：①开口向上；②对称轴为 $x=1$ ，这个二次函数的表
达式可以是_____.

14. 如图，已知点 P 是反比例函数 $y = \frac{3}{x}$ ($x > 0$) 上的一点，则矩形 $OAPB$ 的面积为

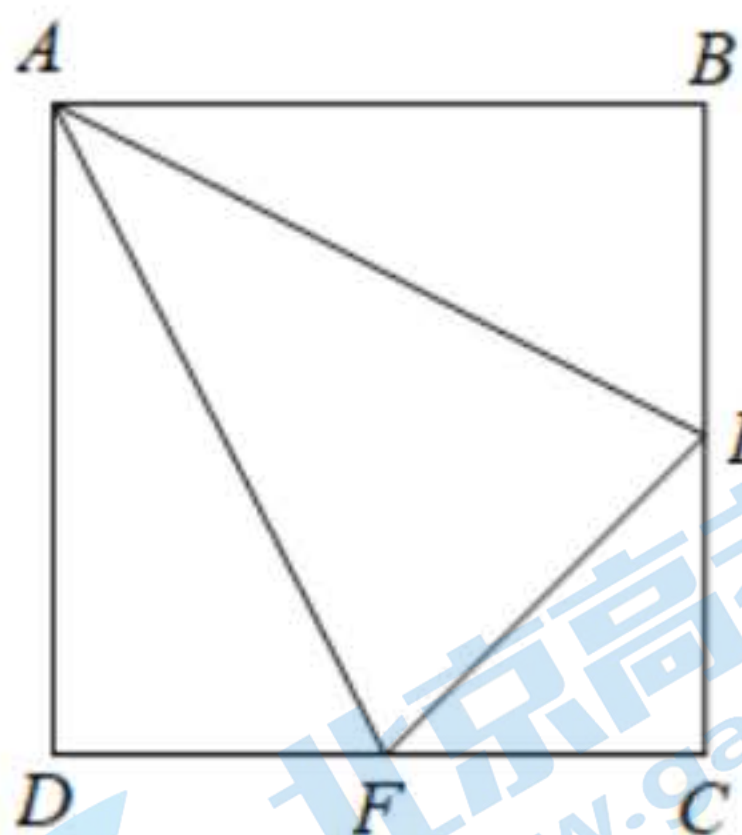


_____.

15. 如图，在平面直角坐标系中，点 A, B, C 都在格点上，过 A, B, C 三点作一圆弧，则该圆弧的半径 = _____.



16. 如图，已知 E, F 是正方形 $ABCD$ 的边 BC 和 CD 上的两点，且 $AE=AF$ ， $AB=4$ ， $\triangle AEF$ 的面积 S 与 CE 的长 x 满足函数关系，写出该函数的表达式 _____.

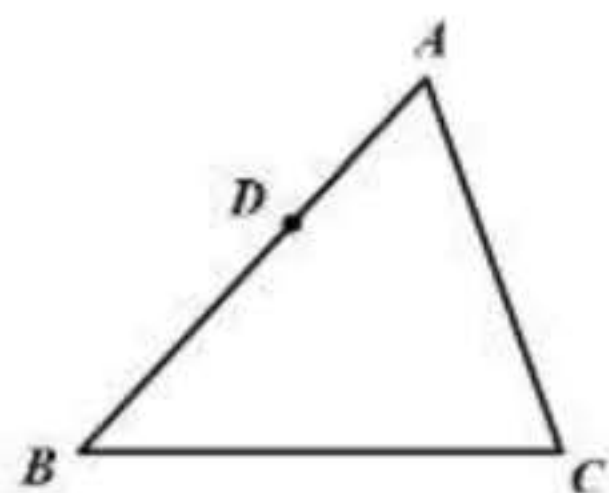


三、解答题（本题共 68 分，第 17~22 题每小题 5 分，第 23~26 题每小题 6 分，第 27~28 题每小题 7 分）

解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. 计算： $\left| -\sqrt{2} \right| + \left(-\frac{1}{3} \right)^{-1} - 2\sin 45^\circ + (\pi - 2015)^0$.

18. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 D 为 AB 边上一点，在 AC 边上找到一点 E ，使得 $\triangle ADE$ 与原三角形相似，请画出所有满足条件的图形，并说明理由.



19. 下面是小李设计的“过圆外一点作圆的一条切线”的尺规作图的过程.

已知：如图 1， $\odot O$ 及圆外一点 P .

求作：过点 P 作 $\odot O$ 的一条切线.



作法：①连接 OP ；

②作 OP 的垂直平分线，交 OP 于点 A ；

③以 A 为圆心， OA 的长为半径作弧，交 $\odot O$ 于点 B ；

④作直线 PB .

即直线 PB 为所求作的一条切线.

根据上述尺规作图的过程，回答以下问题：

(1) 使用直尺和圆规，依作法补全图形（保留作图痕迹）；

(2) 该作图中，可以得到 $\angle OBP = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$ ；

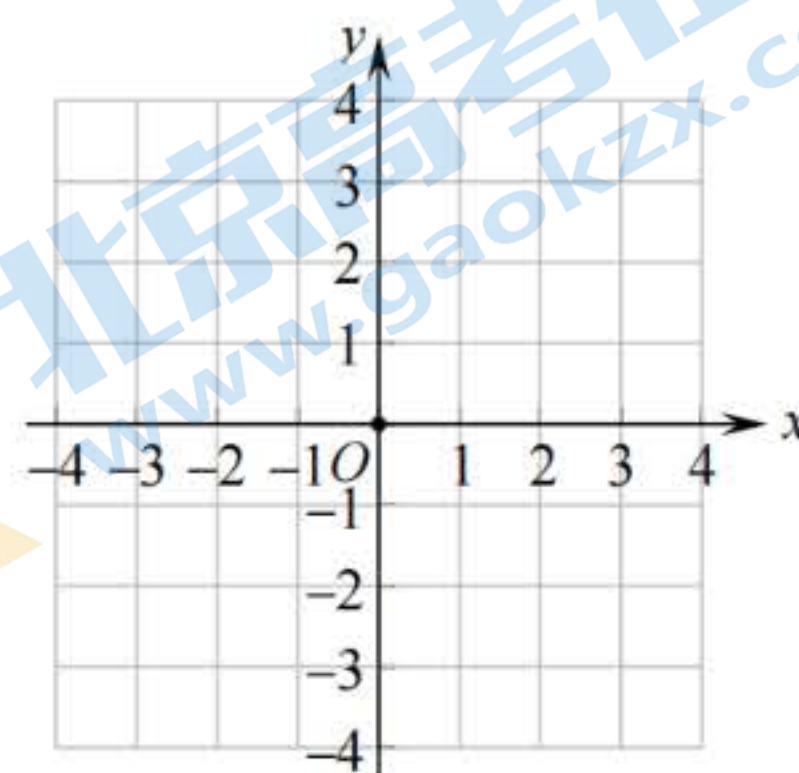
依据： $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

20. 已知二次函数 $y = x^2 + 2x - 3$

(1) 求此二次函数图象的顶点坐标；

(2) 求此二次函数图象与 x 轴的交点坐标；

(3) 当 $y > 0$ 时，直接写出 x 的取值范围。

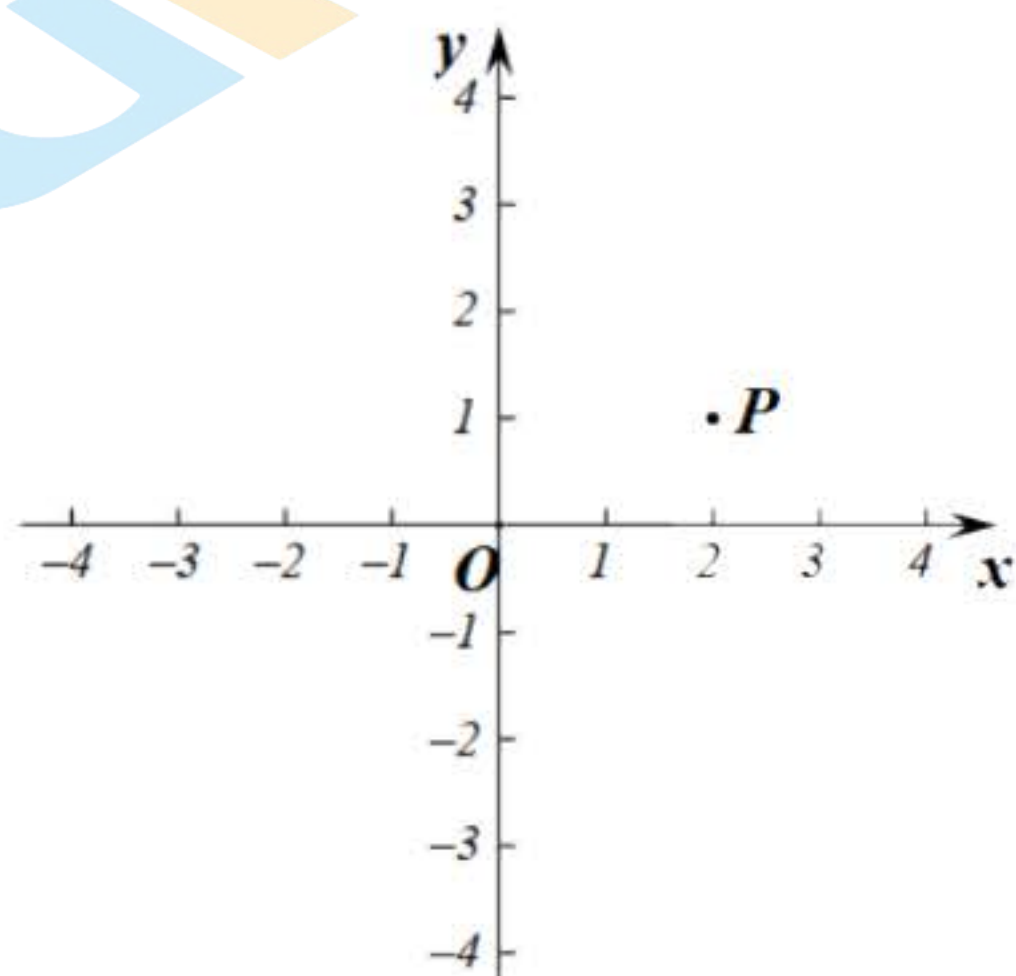


21. 如图，点 $P(2, 1)$ 是反比例函数 $y = \frac{m}{x}$ 的图象上的一点。

(1) 求该反比例函数的表达式；

(2) 设直线 $y = kx$ 与双曲线 $y = \frac{m}{x}$ 的两个交点分别为

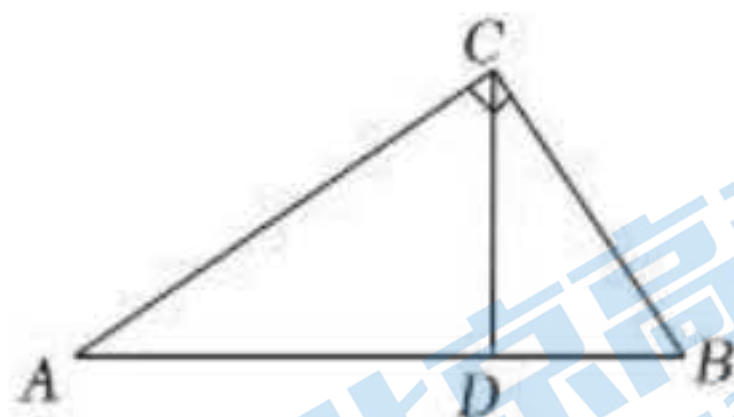
P 和 P' ，当 $\frac{m}{x} > kx$ 时，直接写出 x 的取值范围。



22. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ，点 D 在 AB 上，且 $\frac{AD}{AC} = \frac{AC}{AB}$ 。

(1) 求证 $\triangle ACD \sim \triangle ABC$ ；

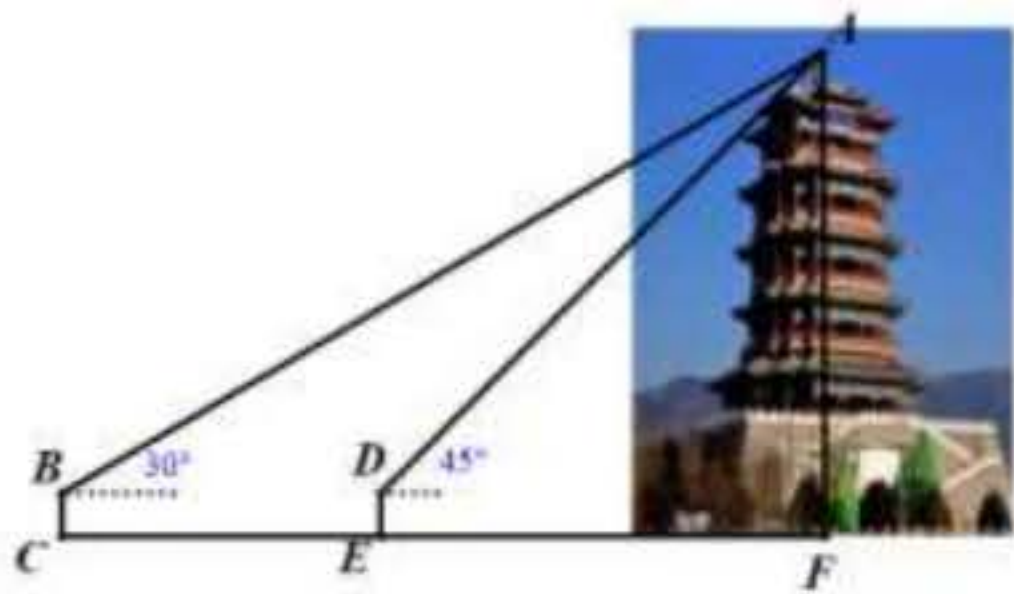
(2) 若 $AD = 3$ ， $BD = 2$ ，求 CD 的长。



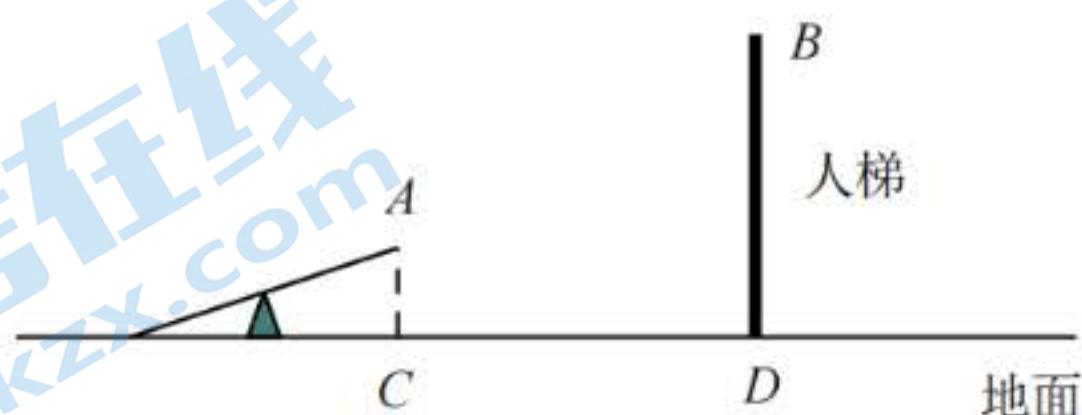
23. 永定楼是门头沟的标志性建筑，为测得永定楼的高度，小亮同学先站在点 C 的位置，

视线（点 B ）与塔尖 A 的仰角是 30° ，水平向前走了 $42m$ 到达点 E 的位置，此时的仰角是 45° ，已知小亮的眼睛距离地面 $1.7m$ ，请计算永定楼的高度。

（结果保留根号）



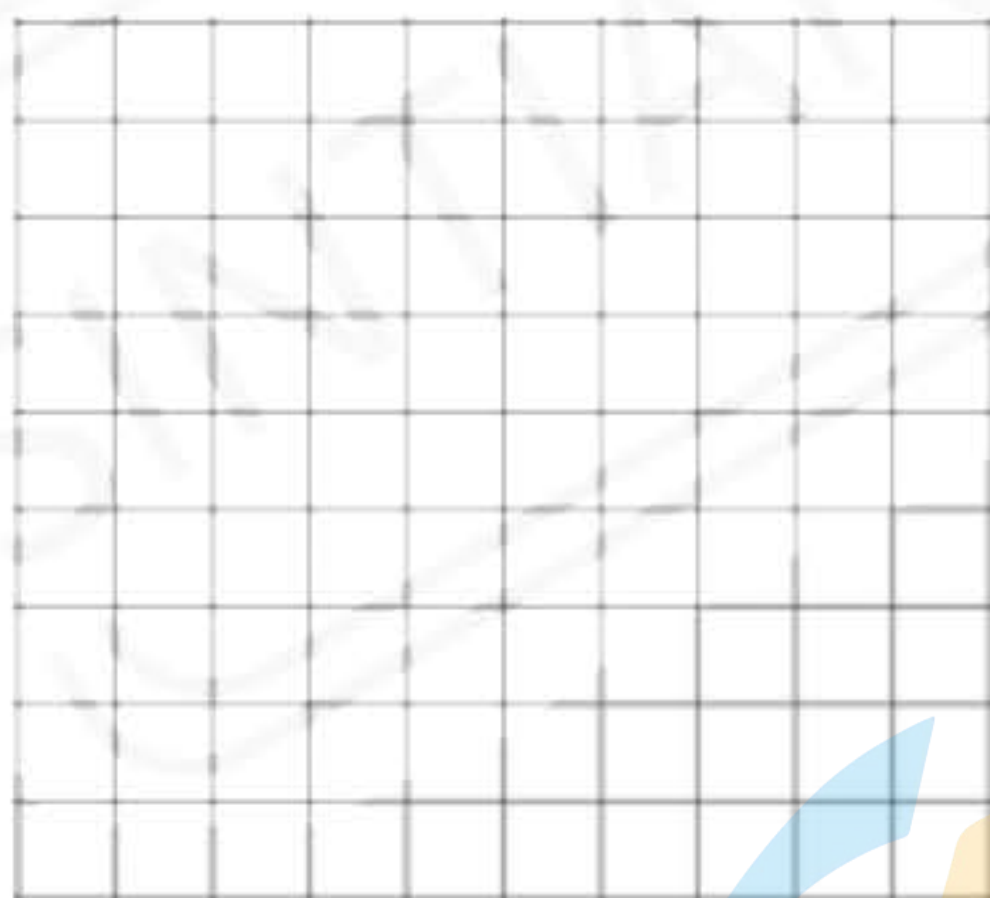
24. 如图，杂技团进行杂技表演，演员要从跷跷板右端 A 处弹跳后恰好落在人梯的顶端 B 处，其身体（看成一点）的路径是一条抛物线．现测量出如下的数据，设演员身体距起跳点 A 水平距离为 d 米时，距地面的高度为 h 米．



d (米)	...	1.00	1.50	2.00	2.50	3.00	3.50	...
h (米)	...	3.40	4.15	4.60	4.75	4.60	4.15	...

请你解决以下问题：

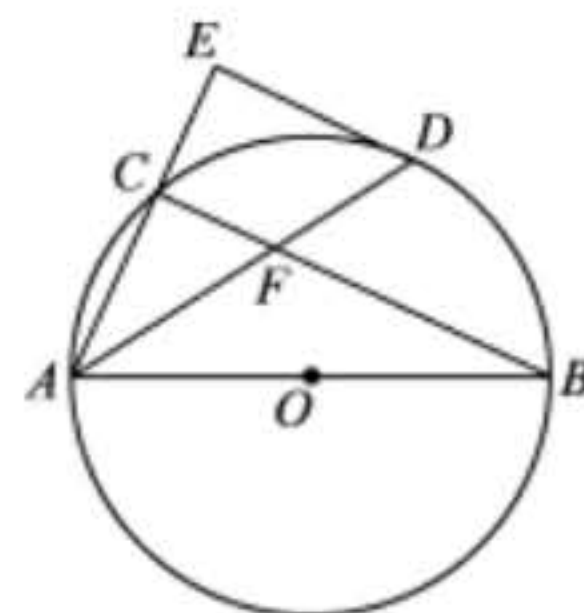
- (1) 在下边网格中建立适当平面直角坐标系，根据已知数据描点，并用平滑曲线连接；



- (2) 结合表中所给的数据或所画的图象，直接写出演员身体距离地面的最大高度；
 (3) 求起跳点 A 距离地面的高度；
 (4) 在上述的条件下，有一次表演，已知人梯到起跳点 A 的水平距离是 3 米，人梯的高度是 3.40 米．问此次表演是否成功？如果成功，说明理由；如果不成功，说明应怎样调节人梯到起跳点 A 的水平距离才能成功？

25. 如图， $\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$ ， AB 为直径，点 D 在 $\odot O$ 上，过点 D 作 $\odot O$ 切线与 AC 的延长线交于点 E ， $ED \parallel BC$ ，连接 AD 交 BC 于点 F ．

- (1) 求证： $\angle BAD = \angle DAE$ ；
 (2) 若 $AB=6$ ， $AD=5$ ，求 DF 的长．

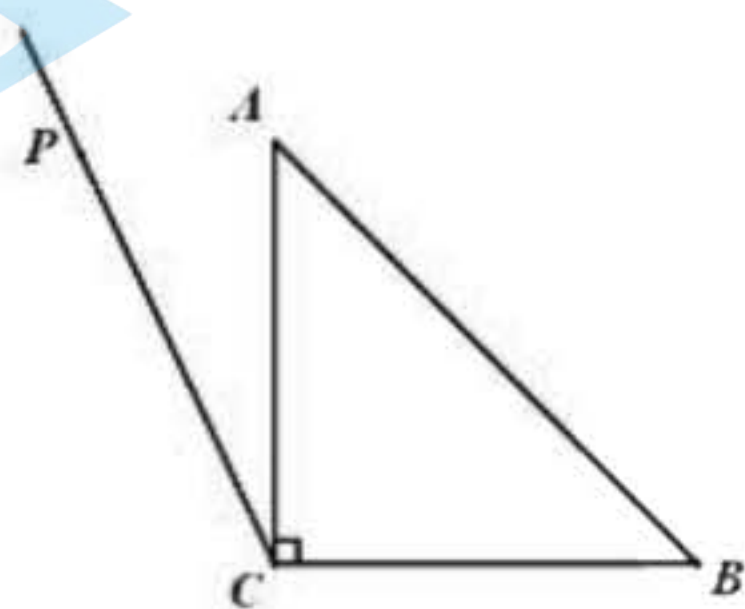
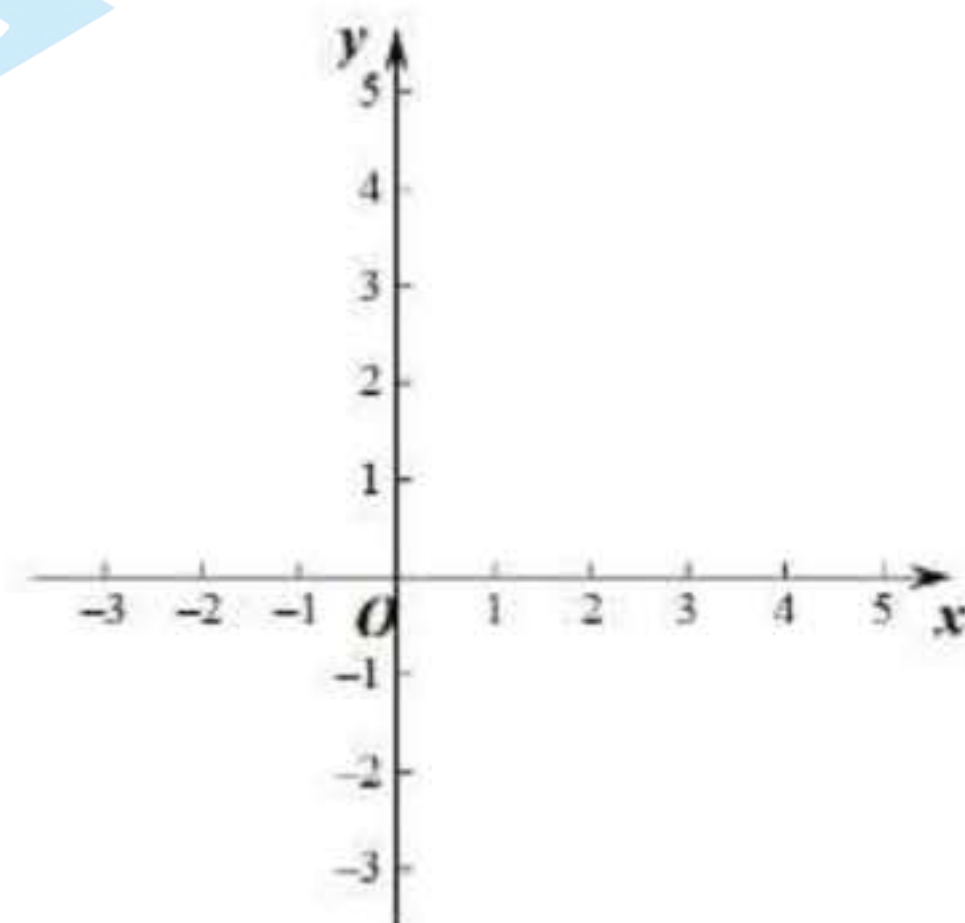


26. 在平面直角坐标系 xOy 中, 点 $M(x_1, y_1)$, $N(x_2, y_2)$ 为抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a > 0$) 上任意两点, 其中 $x_1 < x_2$.

- (1) 若抛物线的对称轴为 $x = 2$, 当 x_1, x_2 为何值时, $y_1 = y_2 = c$;
- (2) 设抛物线的对称轴为 $x = t$, 若对于 $x_1 + x_2 > 4$, 都有 $y_1 < y_2$, 求 t 的取值范围.

27. 如图, $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $CA = CB$, 过点 C 在 $\triangle ABC$ 外作射线 CP , 且 $\angle ACP = \alpha$, 点 A 关于 CP 的对称点为点 D , 连接 AD, BD, CD , 其中 AD, BD 分别交射线 CP 于点 M, N .

- (1) 依题意补全图形;
- (2) 当 $\alpha = 30^\circ$ 时, 直接写出 $\angle CNB$ 的度数;
- (3) 当 $0^\circ < \alpha < 45^\circ$ 时, 用等式表示线段 BN, CM 之间的数量关系, 并证明.



28. 对于平面直角坐标系 xOy 中的任意点 $P(x, y)$, 如果满足 $x + y = a$ ($x \geq 0, a \geq 0$), 那么我们称这样的点叫做“关联点”.

- (1) 如果点 $(2, 3)$ 是“关联点”, 则 $a =$ _____;
- (2) 如图 1, 当 $2 \leq a \leq 3$ 时,
在点 $A(1, 2)$, $B(1, 3)$, $C(2.5, 0)$ 中, 满足此条件的“关联点”为 _____;
- (3) 如图 2, $\odot W$ 的圆心为 $W(3, 2)$, 半径为 1, 如 $\odot W$ 上存在“关联点”, 请画出示意图, 并求出“关联点”的最小值.

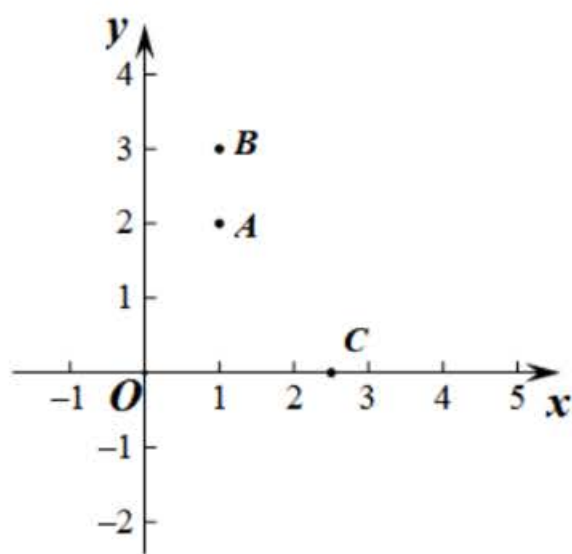


图 1

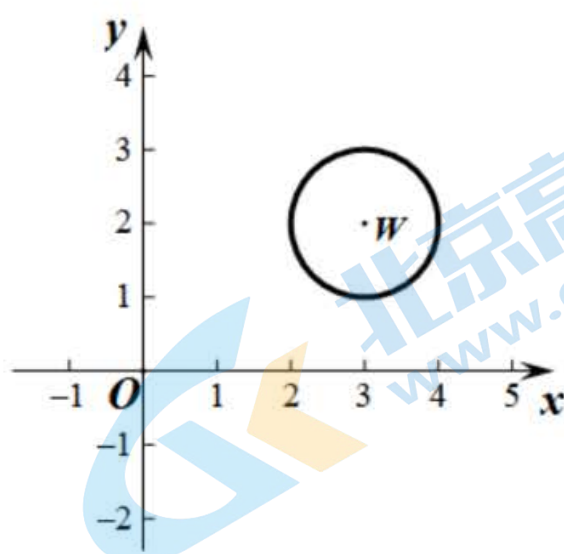


图 2

参考答案

一、选择题（本题共 24 分，每小题 3 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	A	B	C	A	B	C	C	D

二、填空题（本题共 24 分，每小题 3 分）

题号	9	10	11	12
答案	(1, 3)	$\frac{1}{3}$	40°	8
题号	13	14	15	16
答案	答案不唯一	3	$\sqrt{5}$	$y = -\frac{1}{2}x^2 + 4x$

三、解答题（本题共 52 分，第 17~21 题每小题 5 分，第 22 题每小题 6 分，第 23~25 题每小题 7 分）

17. 计算： $|- \sqrt{2}| + \left(-\frac{1}{3}\right)^{-1} - 2\sin 45^\circ + (\pi - 2015)^0 = \sqrt{2} - 3 - \sqrt{2} + 1 \dots\dots\dots 4$ 分
 $= -2 \dots\dots\dots 5$ 分

18. 第一种情况：过点 D 作 $DE \parallel BC$ 交 AC 于点 E

$\because DE \parallel BC$

$\therefore \triangle ADE \sim \triangle ABC \dots\dots\dots 2$ 分

第二种情况：作 $\angle ADE = \angle C$

$\because \angle A = \angle A, \angle ADE = \angle C$

$\therefore \triangle AED \sim \triangle ABC \dots\dots\dots 5$ 分

19. (1) 补全图形正确：中垂线 $\dots\dots\dots 1$ 分

圆 $\dots\dots\dots 2$ 分

一条切线 $\dots\dots\dots 3$ 分

(2) $\angle OBP = 90^\circ \dots\dots\dots 4$ 分

直径所对的圆周角等于 $90^\circ \dots\dots\dots 5$ 分

20. (1) 顶点坐标 $(-1, -4) \dots\dots\dots 1$ 分

(2) 令 $x^2 + 2x - 3 = 0$

$(x+3)(x-1) = 0$

$x_1 = -3, x_2 = 1$

$\therefore$ 与 x 轴的交点坐标为 $(-3, 0)$ 、 $(1, 0) \dots\dots\dots 3$ 分

(3) $x < -3$ 或 $x > 1 \dots\dots\dots 5$ 分

21. (1) $\because$ 点 $P(2, 1)$ 是反比例函数图象上的一点

$$\therefore 1 = \frac{m}{2}, \text{ 解得, } m = 2$$

$\therefore$ 反比例函数表达式为 $y = \frac{2}{x}$ 2 分

(2) $x < -2$, 或 $0 < x < 2$ 5 分

22. (1) $\because \frac{AD}{AC} = \frac{AC}{AB}, \angle A = \angle A$

$\therefore \triangle ACD \sim \triangle ABC$ 2 分

(2) $\because \triangle ACD \sim \triangle ABC$

$$\therefore \angle ADC = 90^\circ, \therefore \angle CDB = 90^\circ$$

$$\therefore \angle ADC = \angle CDB \because \angle B = \angle ACD$$

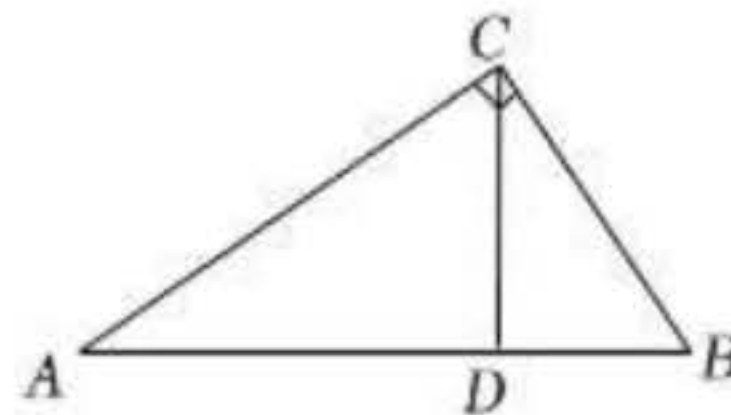
$\therefore \triangle ACD \sim \triangle CBD$ 3 分

$$\therefore \frac{CD}{DB} = \frac{AD}{CD} \text{4 分}$$

$$\because AD = 3, BD = 2$$

$$\therefore \frac{CD}{2} = \frac{3}{CD}$$

$$\text{解得: } CD = \sqrt{6} \text{5 分}$$



23. 连接 BD , 作 $DH \perp AF$ 于点 H 1 分

由题意可知点 B, D, H 共线

$$\because \angle ADH = 45^\circ, \angle AHD = 90^\circ$$

$$\therefore \tan \angle ADH = \frac{AH}{DH} = 1 \text{2 分}$$

$$\therefore \text{设 } AH = x, \text{ 则 } DH = AH = x$$

$$\therefore BH = x + 42 \text{3 分}$$

在 $Rt\triangle AHB$ 中,

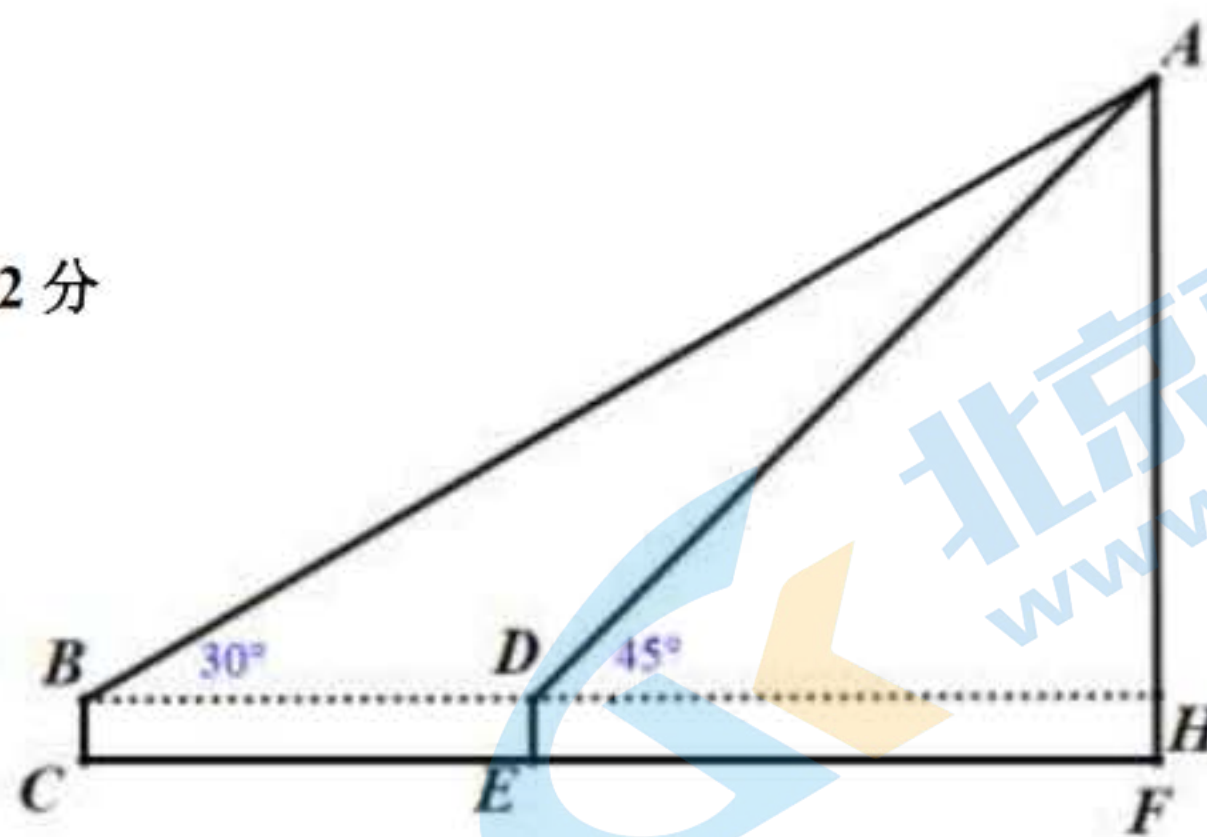
$$\because \angle ABH = 30^\circ$$

$$\therefore \tan \angle ABH = \frac{AH}{BH} = \frac{\sqrt{3}}{3} \text{4 分}$$

$$\frac{x}{x + 42} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\text{解得, } x = 21\sqrt{3} + 21 \text{5 分}$$

$$\therefore AF = AH + HF = 21\sqrt{3} + 22.7 \text{6 分}$$



24 (1) 略.2 分

(2) 4.75 米.3 分

$$\therefore x=0, \text{ 或 } x=-\frac{b}{a} \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

$$\therefore -\frac{b}{2a}=2$$

$$\therefore -\frac{b}{a}=4$$

$$\therefore x_1 < x_2$$

$$\therefore x_1=0, \quad x_2=4 \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

(2) 由题意可得:

$$ax_1^2 + bx_1 + c < ax_2^2 + bx_2 + c$$

$$ax_1^2 + bx_1 < ax_2^2 + bx_2 \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

$$ax_1^2 - ax_2^2 + bx_1 - bx_2 < 0$$

$$a(x_1 - x_2)(x_1 + x_2) + b(x_1 - x_2) < 0$$

$$(x_1 - x_2)[a(x_1 + x_2) + b] < 0 \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

$$\therefore x_1 < x_2$$

$$\therefore x_1 - x_2 < 0$$

$$\therefore a(x_1 + x_2) + b > 0$$

$$\text{即 } x_1 + x_2 > -\frac{b}{a} \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

$$\therefore x_1 + x_2 > 4$$

$$\therefore -\frac{b}{a} \leq 4$$

$$\therefore t = -\frac{b}{2a} \leq 2 \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

27.解: (1) 补图正确; $\dots\dots\dots 1 \text{ 分}$

(2) 45° ; $\dots\dots\dots 2 \text{ 分}$

(3) 结论: $BN = \sqrt{2}CM$. $\dots\dots\dots 3 \text{ 分}$

证明: 作 $BH \perp PC$ 交 PC 的延长线于点 H .

$\therefore$ 点 A 与点 D 关于 CP 对称,

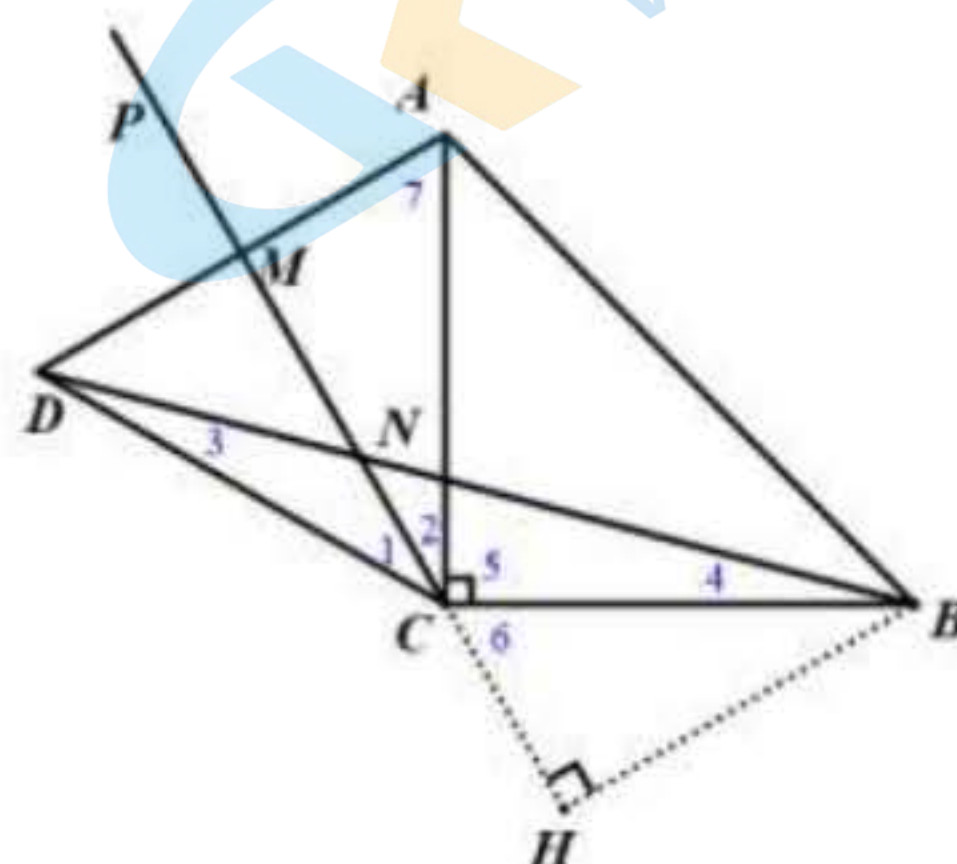
$\therefore CE$ 是 AD 的垂直平分线.

$\therefore CA = CD$.

$\therefore \angle 1 = \angle 2 = \alpha$.

$\therefore CA = CB, \therefore CB = CD. \therefore \angle 3 = \angle 4$.

$\therefore \angle 4 = 90^\circ$,



$$\therefore \angle 3 = \frac{1}{2} (180^\circ - \angle BCD) = \frac{1}{2} (180^\circ - 90^\circ - \alpha - \alpha) = 45^\circ - \alpha.$$

$$\therefore \angle CNB = \angle 3 + \angle 1 = \alpha + 45^\circ - \alpha = 45^\circ. \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

$\therefore \triangle NHB$ 为等腰直角三角形

$$\therefore BN = \sqrt{2}BH \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

$\because \angle 5 = 90^\circ$, CP 是 AD 的垂直平分线,

$$\therefore \angle 2 + \angle 7 = 90^\circ, \angle 2 + \angle 6 = 90^\circ.$$

$$\therefore \angle 6 = \angle 7. \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

$\because BH \perp PH$,

$$\therefore \angle H = 90^\circ = \angle AMC.$$

$\therefore$ 在 $\triangle CMA$ 和 $\triangle BHC$ 中,

$$\begin{cases} \angle H = \angle CMA, \\ \angle 7 = \angle 6, \\ BC = CA, \end{cases}$$

$$\therefore \triangle CMA \cong \triangle BHC.$$

$$\therefore BH = CM.$$

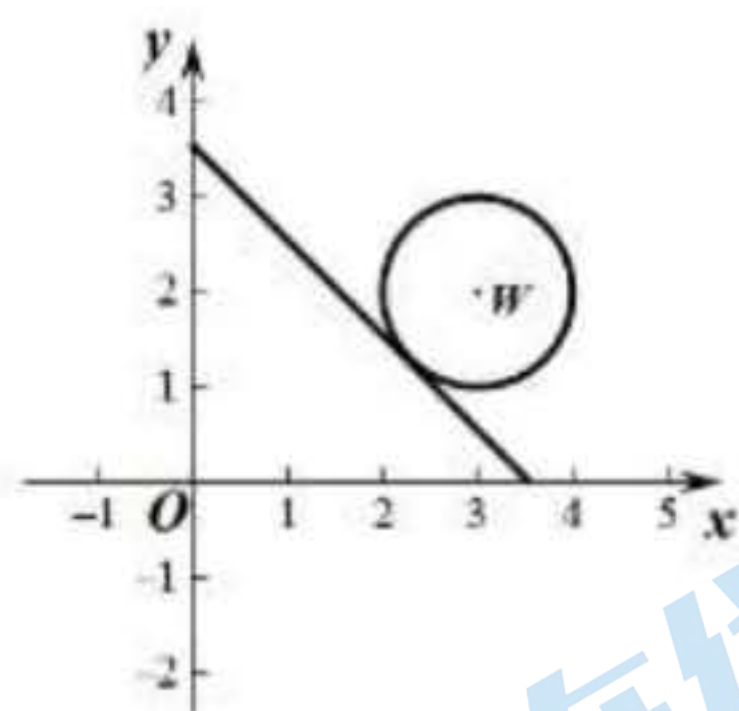
$$\therefore BN = \sqrt{2}CM \dots\dots\dots 7 \text{ 分}$$

28. (1) 5 $\dots\dots\dots 1 \text{ 分}$

(2) $A(1, 2)$, $C(2.5, 0)$; $\dots\dots\dots 3 \text{ 分}$

(3) 示意图正确 $\dots\dots\dots 4 \text{ 分}$

$5 - \sqrt{2} \dots\dots\dots 7 \text{ 分}$



其他方法参照给分

北京初三期末试题下载

京考一点通团队整理了【**2024年1月北京初三期末试题&答案汇总**】专题，及时更新最新试题及答案。

通过【**京考一点通**】公众号，对话框回复【**期末**】，进入各年级汇总专题，查看并下载电子版试题及答案！



微信搜一搜

京考一点通

