

北京市第一六六中学 2023-2024 学年度第一学期期中检测试卷

高一 数学 (考试时长: 120 分钟)

一、选择题(每题 5 分,共 10 题,在每题列出的四个选项中,选出符合题目要求的一项.)

1. 已知集合 $A = \{x, x^2\}$, 若 $1 \in A$, 则 $x =$

- (A) 1 或 -1 (B) 1 (C) -1 (D) -1 或 0

2. 下列函数中, 既是奇函数, 又在区间 $(0, +\infty)$ 上单调递增的是

- (A) $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ (B) $y = -\frac{1}{x}$ (C) $y = \lg x$ (D) $y = x^2 + 1$

3. 下列函数中, 满足“ $\forall x > 0$, 都有 $f(x^2) = 2f(x)$ ”的是

- (A) $y = 2^x$ (B) $y = \lg x$ (C) $y = x^2$ (D) $y = x$

4. 已知函数 $f(x) = x^2 + \log_2 x$, 则函数 $f(x)$

- (A) 具有奇偶性, 且在定义域上是单调递增函数
(B) 具有奇偶性, 且在定义域上是单调递减函数
(C) 不具有奇偶性, 且在定义域上是单调递增函数
(D) 不具有奇偶性, 且在定义域上是单调递减函数

5. 若 $a > b$, $c > d$, 则下列不等式中必然成立的一个是

- (A) $a - d > b - c$ (B) $ac > bd$ (C) $\frac{a}{d} > \frac{b}{c}$ (D) $a^2 + c^2 > b^2 + d^2$

6. 设 $a = 2^{-4}$, $b = 4^{2.1}$, $c = \log_4 0.125$, 那么 a, b, c 的大小关系为

- (A) $a < b < c$ (B) $a < c < b$ (C) $c < b < a$ (D) $c < a < b$

7. 已知函数 $f(x) = ax^2 + bx + c (a > 0)$, “函数 $f(x)$ 在 $[1, +\infty)$ 上单调递增”是“ $f(1) < f(5)$ ”的

- (A) 充分而不必要条件 (B) 必要而不充分条件
(C) 充要条件 (D) 既不充分也不必要条件

8. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x^2, & x \geq 0 \\ -x^2, & x < 0 \end{cases}$, 若 $\forall x \in (-\infty, 1]$, 都有 $f(x+m) \leq -f(x)$, 则实数 m 的取值

范围是

- (A) $[-1, +\infty)$ (B) $[-2, +\infty)$ (C) $(-\infty, -1]$ (D) $(-\infty, -2]$

9. 定义在 \mathbf{R} 上的奇函数 $f(x)$ 的图象是一条光滑连续的曲线, 在区间 $(-\infty, -1]$ 上单调递

增, 在区间 $[-1, 1]$ 上单调递减, 且 $f(3) = 0$, 则不等式 $f(x)f(x+5) < 0$ 的解集是

- (A) $(-8, -5) \cup (-3, 3)$ (B) $(-8, -5) \cup (-3, -2) \cup (0, 3)$
(C) $(-8, -2) \cup (0, 3)$ (D) $(-8, -3) \cup (-3, -2) \cup (-2, 3)$

10. 全集 $U = \{1, 2, 3, \dots, n\}$, $A \subseteq U$, 定义函数 $f_A(x) = \begin{cases} 1, & x \in A \\ 0, & x \notin A \end{cases} (x \in U)$, $|A| = f_A(1)$

$+f_A(2) + f_A(3) + \dots + f_A(n)$. 设全集为 U , $A \subseteq U$, $B \subseteq U$, 则下列说法中正确的是

- ① 若 $\forall x \in U$, 都有 $f_A(x) \leq f_B(x)$, 则 $A \subseteq B$;
② 若 $\forall x \in U$, 都有 $f_{A \cup B}(x) = f_A(x) + f_B(x)$, 则 $A \cap B = \emptyset$;
③ 若 $A \cup B = U$, 则 $\forall x \in U$, 都有 $f_A(x) + f_B(x) = 1$;
④ 若 $|A| + |B| = n$, 则 $A \cup B = U$.

- (A) ①② (B) ①③ (C) ①②④ (D) ③④

二、填空题 (每题 5 分, 共 8 题)

11. 函数 $f(x) = \sqrt{1-x} + \log_2 x$ 的定义域是_____.

12. 命题 $P: " \forall x \in [-1, 3], x^2 - a \geq 0 "$ 的否定形式为_____.

13. 已知幂函数 $f(x) = (b+2)x^a$ 的图象经过点 $(2, 8)$, 则 $a \cdot b =$ _____.

14. 计算 $\log_{\sqrt{6}} 45 + 2\log_{\sqrt{6}} 2 - \log_{\sqrt{6}} 5 =$ _____.

15. 已知 $a > 0$ 且 $a \neq 1$, $a^m = 4$, $a^n = 3$, 则 $a^{-\frac{m}{2}} = \underline{\hspace{2cm}}$. $a^{2m-n} = \underline{\hspace{2cm}}$.

16. 小明说, 对于一个定义在 \mathbf{R} 上的函数 $f(x)$, 如果我证明了“ $\forall x \in \mathbf{R}$, 都有 $f(x) > -1$ ”,

我就可以判定函数 $f(x)$ 有最小值. 为了向小明说明他的结论是错误的, 可以作为反例的一个函数是 $f(x) = \underline{\hspace{2cm}}$.

17. 设全集 $U = \mathbf{R}$, 集合 $A = \{y \mid y = \log_2 x, x > 2\}$, 集合 $B = \left\{x \mid y = \left(\frac{1}{2}\right)^x, y \geq m\right\}$,

若 $A \cup B = U$, 则实数 m 的取值范围是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

18. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} (2-4a)a^x + a, & x < 1 \\ \ln x, & x \geq 1 \end{cases}, a > 0$ 且 $a \neq 1$.

(1) $a = \frac{1}{4}$ 时, 函数 $f(x)$ 的最小值为 $\underline{\hspace{2cm}}$;

(2) 若函数 $f(x)$ 的值域为 \mathbf{R} , 那么实数 a 的取值范围是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

三、解答题 (共四小题, 共 60 分, 解答应写出文字说明, 演算步骤或证明过程.)

19. (15 分) 设全集 $U = \mathbf{R}$, 集合 $A = \{x \mid |x| \leq 2\}$, $B = \{x \mid x^2 - 2ax - 3a^2 < 0\}$.

(I) 当 $a = 1$ 时, 求 $B \cap (C_U A)$;

(II) 若 $-6 \in B$, 求实数 a 的取值范围;

(III) 若 $A \cup B = (-3, 2]$, 求实数 a 的值.

20. (15 分) 已知函数 $f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$.

(I) 判断函数 $f(x)$ 的奇偶性, 并证明;

(II) 判断函数 $f(x)$ 在 $(1, +\infty)$ 上的单调性, 并用定义证明;

(III) 直接写出函数 $f(x)$ 的值域. (无需写出推理过程)

21. (15分)

近年来,某企业每年电费为24万元.为了节能减排,该企业决定安装一个可使用15年的太阳能供电设备接入本企业电网.安装这种供电设备需一次性投入一笔工本费 G (单位:万元),金额与太阳能电池板的安装面积 x (单位:平方米)成正比,比例系数 $k=0.5$.该企业估算,安装后每年的电费 C (单位:万元)与太阳能电池板的安装面积 x (单位:平方米)之间的函数关系是 $C(x)=\frac{b}{20x+100}$ ($x \geq 0$, b 为常数),如果维持原样不安装太阳能电池板,每年电费仍然为24万元.记 F 为工本费 G 与15年的电费之和.

- (I) 求常数 b 的值,并求安装10平方米太阳能电池板后该企业每年的电费 C ;
- (II) 建立 F 关于 x 的函数关系式;
- (III) 安装多少平方米太阳能电池板后, F 取得最小值?最小值是多少万元?

22. (15分)

如图,将数字 $1,2,3,\dots,2n$ ($n \geq 3$)全部填入一个2行 n 列的表格中,每格填一个数字.第一行填入的数字依次为 a_1, a_2, \dots, a_n ,第二行填入的数字依次为 b_1, b_2, \dots, b_n .

$$\text{记 } S_n = \sum_{i=1}^n |a_i - b_i| = |a_1 - b_1| + |a_2 - b_2| + \dots + |a_n - b_n|.$$

a_1	a_2	\dots	a_n
b_1	b_2	\dots	b_n

- (I) 当 $n=3$ 时,若 $a_1=1, a_2=3, a_3=5$,写出 S_3 的所有可能的取值;
- (II) 给定正整数 n ,试给出 a_1, a_2, \dots, a_n 的一组取值,使得无论 b_1, b_2, \dots, b_n 填写的顺序如何, S_n 都只有一个取值;
- (III) 给定正整数 n ,求证:对于满足要求的任何填法, S_n 取值的奇偶性相同.

北京高一高二高三期中试题下载

京考一点通团队整理了【**2023年10-11月北京各区各年级期中试题 & 答案汇总**】专题，及时更新最新试题及答案。

通过【**京考一点通**】公众号，对话框回复【**期中**】或者点击公众号底部栏目<**试题专区**>，进入各年级汇总专题，查看并下载电子版试题及答案！

