房山区 2023 年新高三入学统练试题

第一部分(选择题

一、选择题共 10 小题,	每小题4分,	共 40 分。	在每小题	列出的	四个选项	中,选出符合	à题目要求的
一 项。							

(1)	己知集合	$A = \{x \mid$	$x+1 \ge 0$,	集合 $B = \{$	$x \mid x - 2 \leq 0 \} ,$	则 $A \cap B =$
-----	------	----------------	---------------	-------------	----------------------------	----------------

(Λ)	12	$1 \le x \le 2$
(\mathbf{A})	\ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \	$1 \le x \le z$

$$(B) \{x | 1 \leq x \leq 2\}$$

(C)
$$\{x \mid -2 \le x \le 1\}$$

(D)
$$\{x \mid -2 \leqslant x \leqslant -1\}$$

(2) 在复平面内,复数z的共轭复数 \overline{z} 对应的点的坐标是 $(-1,\sqrt{3})$,则z=

(A)
$$-1 + \sqrt{3}i$$

(B)
$$-1-\sqrt{3}i$$

(C)
$$1 + \sqrt{3}i$$

(D)
$$1 - \sqrt{3}i$$

(3) 已知向量a, b满足a = (2,1), a-b = (-3,2), 则 $a \cdot b =$

$$(A) -1$$

$$(C) -9$$

(4) 下列函数中,在定义域上单调递增的是

(A)
$$y = \log_2(-x)$$
 (B) $y = (\frac{1}{2})^x$

(B)
$$y = (\frac{1}{2})^x$$

$$(C) \quad y = \sqrt{2x - 1}$$

(D)
$$y = 3x^2 + x -$$

INW. 9aokzk

(5) $(x^2 - \frac{2}{x})^6$ 的展开式中的常数项是

$$(B) -240$$

(6) 设 \triangle ABC 的内角 A, B, C所对的边分别为 a, b, c, 若 (a+b-c)(a+b+c)=ab, 则角 C =

$$(A) \frac{\pi}{6}$$

(B)
$$\frac{\pi}{3}$$

(C)
$$\frac{2\pi}{3}$$

(D)
$$\frac{5\pi}{6}$$

(7) "x < 0" 是" $\ln(x+1) < 0$ "的

(A) 充分而不必要条件

(B) 必要而不充分条件

(C) 充分必要条件

(D) 既不充分也不必要条件

(8) 我们学过度量角有角度制与弧度制,最近,有学者提出用"面度制"度量角,因为在半径不同 的同<mark>心</mark>圆中,同样的圆心角所对扇形的面积与半径平方之比是常数,从而称这个常数为该角的面度

数,这种度量角的制度,叫做面度制.在面度制下,若角 α 的面度数为 $\frac{5\pi}{12}$,则角 α 的正弦值是

(9) 已知点M(2,0),点P在抛物线 $E:y^2=4x$ 上运动,点F是抛物线E的焦点,则 NNN

小值是

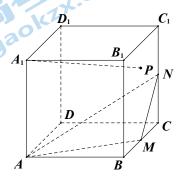
(A) $\sqrt{3}$

(B) $2(\sqrt{5}-1)$

(C) $4\sqrt{5}$

(D) 4

(10) 点 M , N 分别是棱长为 2 的正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中棱 BC , CC_1 的中点,动点 P 在侧面 BCC_1B_1 内(包括边界)运动.若 $PA_1//$ 平面AMN,则 PA_1 长度的取值范围是



(A) $[2,\sqrt{5}]$ (B) $[\frac{3\sqrt{2}}{2},\sqrt{5}]$ (C) $[\frac{3\sqrt{2}}{2},3]$

(D) [2,3]

WWW.9aoka

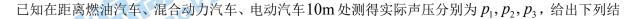
第二部分(非选择题 共110分)

- 二、填空题共5小题,每小题5分,共25分。
- (11) 函数 $f(x) = \sqrt{x} \ln(2-x)$ 的定义域为_____.
- (12) 等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 已知 $S_3 = a_2 + 10a_1$, $a_5 = 9$, 则 $a_1 = _____$.
- (13) 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的离心率为 $\sqrt{5}$,其中一条渐近线与圆 $(x-2)^2 + (y-2)^2 = 1$ 交于 A, B 两点,则 |AB| =
- (14) 若 $\sin \alpha \cos \beta \cos \alpha \sin \beta = \cos 60^\circ$,则符合题意的一组 α , β 的值可以是 $\alpha = _____$, $\beta = _____$

(15) 噪声污染问题越来越受到重视. 用声压级来度量声音的强弱,定义声压级 $L_p = 20 \times \lg \frac{p}{p_0}$,

其中常数 $p_0(p_0>0)$ 是听觉下限阈值, p 是实际声压. 下表为不同声源的声压级:

声源	与声源的距离/m	声压级/dB
燃油汽车	10	60 ~ 90
混合动力汽车	10	50 ~ 60
电动汽车	10	40



论: ① $p_1 \ge p_2$; ② $p_2 > 10p_3$; ③ $p_3 = 100p_0$; ④ $p_1 \le 100p_2$.

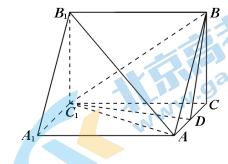
则所有正确结论的序号是____.

三、解答题共6小题,共85分。解答应写出文字说明,演算步骤或证明过程。

(16)(本小题12分)

如图,三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, $AA_1 \perp$ 平面 ABC , $BC \perp AC$,BC = AC = 2 , $AA_1 = 3$,D 为 AC 的中点.

- (I) 求证: *AB*₁ // 平面 *BDC*₁;
- (II) 求二面角 $C_1 BD C$ 的余弦值.



(17)(本小题13分)

已知函数 $f(x) = A\sin(\omega x + \varphi)$ (A > 0 , $\omega > 0$, $0 < \varphi < \frac{\pi}{2}$)的最大值为 2 , $f(-\frac{\pi}{6}) = 0$,再从条件①、条件②这两个条件中选择一个作为已知,使函数 f(x) 存在.

- (I) 求 f(x) 的解析式;
- (II) 求 f(x) 的单调递增区间.

条件①: f(x)的最小正周期为π;

条件②: f(0)=-2.

注:如果选择的条件不符合要求,本题得0分.

(18)(本小题15分)

随着人民生活水平的提高,人们对牛奶品质要求越来越高.某牛奶企业针对生产的鲜奶和酸奶,在一个地区从消费者人群中随机抽取500人进行了质量满意情况调查,得到下表:

	老年人		中年	F人	青年	F.M.
	酸奶	鲜奶	酸奶	鲜奶	酸奶	鲜奶
满意人数	100	120	120	100	150	120
不满意人数	50	30	30	50	50	80

假设用频率估计概率,且所有人对鲜奶和酸奶是否满意相互独立.

- (I) 从样本中随机抽取1人, 求该人对酸奶满意的概率;
- (II)从该地区的老年人中随机抽取 2 人,青年人中随机抽取 1 人,求这三人中恰好有 2 人对鲜奶满意的概率;

(19)(本小题15分)

已知椭圆
$$C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1(a > b > 0)$$
过点 $(0, \sqrt{3})$,且离心率为 $\frac{1}{2}$.

- (I) 求椭圆C的标准方程;
- (II) 过动点 P(1,t) 作直线交椭圆 C 于 A ,B 两点,且|PA| |PB| ,过 P 作直线 l ,使 l 与直线 AB 垂直,证明:直线 l 恒过定点,并求此定点的坐标.

(20)(本小题15分)

已知函数
$$f(x) = \frac{\ln(ax)}{x} (a \in \mathbf{R} \perp a \neq 0)$$
.

- (I) 当a=1时,求曲线y=f(x)在点(1,f(1))处的切线方程;
- (II) 当 a = -1 时,求证: $f(x) \ge x + 1$;
- (III) 求函数 *f(x)* 的极值.

(21)(本小题15分)

对于 $\forall n \in \mathbb{N}^*$,若数列 $\{x_n\}$ 满足 $x_{n+1} - x_n > 1$,则称这个数列为" K 数列".

- (II)是否存在首项为-1的等差数列 $\{a_n\}$ 为"K数列",且其前n项和 S_n 满足 $S_n < \frac{1}{2}n^2 n$?若 \hat{S}_n ,求出 $\{a_n\}$ 的通项公式:若不左左 存在,求出 $\{a_n\}$ 的通项公式;若不存在,请说明理由;
- (III) 已知各项均为正整数的等比数列 $\{a_n\}$ 是 "K 数列",数列 $\{\frac{1}{2}a_n\}$ 不是 "K 数列",若 $b_n = \frac{a_{n+1}}{n+1}$, 试判断数列 $\{b_n\}$ 是否为"K数列", 并说明理由.



房山区 2024 届高三入学统练试题

数学参考答案

NWW.9aokZX 一、选择题: 本大题共 10 小题, 每小题 4 分, 共 40 分, 在每小题给出的四个选项中, 只有一项符 合题目要求。

题号	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)
答案	(A)	(B)	(D)	(C)	(A)	(C)	(B)	(D)	(D)	(B)

二、填空题:本大题共5小题,每小题5分,共25分。

- (11) [0,2)
- (12) $\frac{1}{9}$ (13) $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

(14) α, β 满足: $\alpha - \beta = 2k\pi + \frac{\pi}{6}$ 或 $\alpha - \beta = 2k\pi + \frac{5\pi}{6}$, $k \in \mathbb{Z}$.比如 $\alpha = \frac{\pi}{3}$, $\beta = \frac{\pi}{6}$

(15) 134

三、解答题: 本题共 6 小题,共 85 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

(16) (I)证明:连接 B₁C,与 BC₁相交于 O,连接 OD.

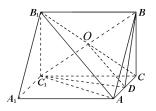
-----1 分

因为 BCC_1B_1 是矩形,所以O是 B_1C 的中点.

又因为D是AC的中点,

所以 OD // AB₁.

又因为 $AB_1 \subset \text{平面 }BDC_1$, $OD \subset \text{平面 }BDC_1$, 所以 $AB_1 // \text{平面 }BDC_1$.



(II) 解:三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中,因为 $AA_1 \perp$ 平面 ABC, $CC_1 // AA_1$,

所以CC₁ 上平面 ABC.

因为AC, $BC \subset$ 平面ABC ,

所以 $CC_1 \perp AC$, $CC_1 \perp BC$.

因为 $BC \perp AC$,所以以 C_1 为原点,建立如图所示的空间直角坐标系,则

 $C_1(0,0,0)$, B(0,3,2), C(0,3,0), A(2,3,0), D(1,3,0)

$$\overrightarrow{C_1B} = (0,3,2), \quad \overrightarrow{C_1D} = (1,3,0),$$

W. 9aokzx.C

设 $\vec{n} = (x_1, y_1, z_1)$ 是面 BDC_1 的一个法向量,则

$$\begin{cases} \vec{n} \cdot \overrightarrow{C_1 B} = 0 \\ \vec{n} \cdot \overrightarrow{C_1 D} = 0 \end{cases} \exists y_1 + 2z_1 = 0, \quad \forall \vec{n} = (1, -\frac{1}{3}, \frac{1}{2}).$$

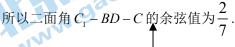
易知 $\overline{C_1C}$ =(0,3,0)是面ABC的一个法向量.

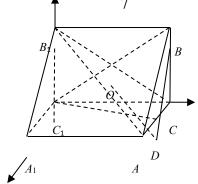
-----10 分

设二面角 $C_1 - BD - C$ 的大小为 θ ,则

$$\cos \theta = \left| \cos \left\langle \vec{n}, \overline{C_1 C} \right\rangle \right| = \left| \frac{\vec{n} \cdot \overline{C_1 C}}{\left| \vec{n} \right| \left| \overline{C_1 C} \right|} \right| = \frac{2}{7}.$$

·····12 分





(17) 解: 选条件①:

(I) 因为f(x)的最小正周期为 π ,所以 $\frac{2\pi}{|\alpha|} = \pi$.

又 $\omega > 0$, 所以 $\omega = 2$.

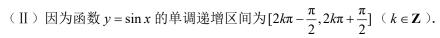
因为f(x)的最大值为2,所以|A|=2.

又 A > 0, 所以 A = 2. 所以 $f(x) = 2\sin(2x + \varphi)$.

因为
$$f(-\frac{\pi}{6}) = 0$$
,所以 $f(-\frac{\pi}{6}) = 2\sin(-\frac{\pi}{3} + \varphi) = 0$.

又 $0 < \varphi < \frac{\pi}{2}$,所以 $\varphi = \frac{\pi}{3}$. 所以 $f(x) = 2\sin(2x + \frac{\pi}{3})$.

NWW.9aokzx.



所以由
$$2k\pi - \frac{\pi}{2} \le 2x + \frac{\pi}{3} \le 2k\pi + \frac{\pi}{2}$$
 ($k \in \mathbb{Z}$),得

$$k\pi - \frac{5\pi}{12} \leqslant x \leqslant k\pi + \frac{\pi}{12} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

所以 f(x) 的单调递增区间为 $[k\pi - \frac{5\pi}{12}, k\pi + \frac{\pi}{12}]$ $(k \in \mathbb{Z})$.



(18) **解**: (I) 设 "这个人对酸奶满意"事件为A,总人数为500人,

共抽取了100+120+150=370人对酸奶满意,

所以
$$P(A) = \frac{370}{500} = \frac{37}{50}$$
.

-----5分

(II)由样本的频率估计总体的概率,由己知,

抽取的老年人对鲜奶满意的概率为
$$\frac{120}{120+30} = \frac{4}{5}$$

抽取的青年人对鲜奶满意的概率为
$$\frac{120}{120+80} = \frac{3}{5}$$
,

设"这三人中恰好有2人对鲜奶满意"为事件B,则

$$P(B) = C_2^1 \times \frac{4}{5} \times (1 - \frac{4}{5}) \times \frac{3}{5} + \left(\frac{4}{5}\right)^2 \times (1 - \frac{3}{5}) = \frac{56}{125}.$$

所以这三人中恰有 2 人对鲜奶满意的概率为 $\frac{56}{125}$

-----11分

(III) 青年人.

.....15 分

(19) 解:(I)由已知得

$$\begin{cases} \frac{(\sqrt{3})^2}{b^2} = 1 \\ a^2 = b^2 + c^2, & \text{解方程组得} \\ \frac{c}{a} = \frac{1}{2} \end{cases}$$

所以椭圆 C 的标准方程为 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$.

-----5分

(II) 当直线 AB 斜率存在时,设 AB 的直线方程为 y-t=k(x-1),

由
$$\begin{cases} 3x^2 + 4y^2 = 12 \\ y - t = k(x - 1) \end{cases}$$

$$(3+4k^2)x^2+8k(t-k)x+4(t-k)^2-12=0$$
,由题意, $\Delta>0$.

设
$$A(x_1, y_1)$$
, $B(x_2, y_2)$, 则 $x_1 + x_2 = -\frac{8k(t-k)}{3+4k^2}$.

因为|PA|=|PB|,所以P是AB的中点.

即
$$\frac{x_1 + x_2}{2} = 1$$
, 得 $-\frac{8k(t-k)}{3+4k^2} = 2$.

$$3 + 4kt = 0 \cdot \cdot \cdot \cdot (1)$$

又
$$l \perp AB$$
, l 的斜率为 $-\frac{1}{k}$,

直线
$$l$$
的方程为 $y-t=-\frac{1}{k}(x-1)$ ······②

把①代入②可得:
$$y = -\frac{1}{k}(x - \frac{1}{4})$$
,

所以直线l恒过定点 $(\frac{1}{4},0)$.

当直线 AB 斜率不存在时,直线 AB 的方程为 x=1,

此时直线l为x轴,也过($\frac{1}{4}$,0).

综上所述,直线
$$l$$
恒过点 $(\frac{1}{4},0)$.

-----15 分

WWW.gaokzx.

(20) 解: (I) 当
$$a = 1$$
时, $f(x) = \frac{\ln x}{x}$.所以 $f'(x) = \frac{1 - \ln x}{x^2}$.

因为
$$f'(1) = 1, f(1) = 0$$
,

所以曲线
$$y = f(x)$$
 在 $(1, f(1))$ 处的切线方程为 $y = x-1$.

(II)
$$\stackrel{\text{def}}{=} a = -1 \text{ pr}, \quad f(x) = \frac{\ln(-x)}{x}.$$

函数 f(x) 的定义域为 $(-\infty,0)$.

不等式
$$f(x) \ge x + 1$$
 成立 $\Leftrightarrow \frac{\ln(-x)}{x} \ge x + 1$ 成立 $\Leftrightarrow \ln(-x) - x^2 - x \le 0$ 成立.

设
$$g(x) = \ln(-x) - x^2 - x \ (x \in (-\infty, 0))$$
,

则
$$g'(x) = \frac{1}{x} - 2x - 1 = \frac{-2x^2 - x + 1}{x} = \frac{(-2x + 1)(x + 1)}{x}$$
.

当x变化时,g'(x),g(x)变化情况如下表:

x	$(-\infty,-1)$	-1	(-1,0)

g'(x)	+	0	_
g(x)	1	极大值	/

所以 $g(x) \leq g(-1)$.

因为g(-1) = 0,所以 $g(x) \leq 0$.

所以
$$\frac{\ln(-x)}{x} \ge x+1$$
.

·····10 分

(III) 求导得
$$f'(x) = \frac{1 - \ln(ax)}{x^2}$$
. 令 $f'(x) = 0$,因为 $a \neq 0$,可得 $x = \frac{e}{a}$.

当a > 0时,f(x)的定义域为 $(0,+\infty)$.

当x变化时,f'(x),f(x)变化情况如下表:

NX	$(0,\frac{\mathrm{e}}{a})$	$\frac{\mathrm{e}}{a}$	$(\frac{e}{a}, +\infty)$
f'(x)	+	0	1
f(x)	1	极大值	`

此时 f(x) 有极大值 $f(\frac{e}{a}) = \frac{a}{e}$, 无极小值.

当a < 0时,f(x)的定义域为 $(-\infty,0)$.

当x变化时,f'(x),f(x)变化情况如下表:

x	$(-\infty, \frac{\mathrm{e}}{a})$	$\frac{\mathrm{e}}{a}$	$(\frac{\mathrm{e}}{a},0)$
f'(x)	-	0	+
f(x)	`\	极小值	1

此时 f(x) 有极小值 $f(\frac{e}{a}) = \frac{a}{e}$,无极大值.

-----15 分

(21) 解: (I) 由题意得

$$(m+1)-1>1\cdots (1)$$

$$m^2-(m+1)>1\cdots$$

解①得 m>1;

 \mathbf{m} ②得 m < -1或 m > 2.

所以m>2,故实数m的取值范围是 $\{m|m>2\}$.

-----4 分

(Π) 假设存在等差数列 $\{a_n\}$ 符合要求,设公差为 d ,则 d > 1 ,

曲
$$a_1 = -1$$
, 得 $S_n = -n + \frac{n(n-1)}{2}d$.

由题意,得
$$-n + \frac{n(n-1)}{2}d < \frac{1}{2}n^2 - n$$
 对 $n \in N^*$ 均成立,

 $\mathbb{P}(n-1)d < n$.

- ② $\stackrel{\text{def}}{=} n > 1$ 时, $d < \frac{n}{n-1}$,

因为
$$\frac{n}{n-1}$$
=1+ $\frac{1}{n-1}$? (1,2),

所以 $d \leq 1$,与d > 1矛盾.

故这样的等差数列 {a_n} 不存在.

-----9分

(III) 设数列 $\{a_n\}$ 的公比为q,则 $a_n = a_1 q^{n-1}$,

因为 $\{a_n\}$ 的每一项均为正整数,且 $a_{n+1}-a_n=a_nq-a_n=a_n(q-1)>1>0$,

所以 $a_1 > 0$,且q > 1.

因为
$$a_{n+1}-a_n=q(a_n-a_{n-1})>a_n-a_{n-1}$$
,

所以在
$$\{a_n - a_{n-1}\}$$
中, " $a_2 - a_1$ "为最小项.

同理,在
$$\{\frac{1}{2}a_n - \frac{1}{2}a_{n-1}\}$$
中," $\frac{1}{2}a_2 - \frac{1}{2}a_1$ "为最小项.

由
$$\{a_n\}$$
为" K 数列",只需 $a_2-a_1>1$,即 $a_1(q-1)>1$,

又因为
$$\{\frac{1}{2}a_n\}$$
不是" K 数列",且" $\frac{1}{2}a_2-\frac{1}{2}a_1$ "为最小项,所以 $\frac{1}{2}a_2-\frac{1}{2}a_1\leqslant 1$.

所以1<
$$a_2$$
- $a_1 \le 2$.即 $a_1(q-1) \le 2$.

由数列 $\{a_n\}$ 的每一项均为正整数,所以 $a_1=1,q=3$ 或 $a_1=2,q=2$.

$$\mathbb{Z} 3^{n+1} \cdot \frac{2n+3}{(n+2)(n+3)} - 3^n \cdot \frac{2n+1}{(n+1)(n+2)} = \frac{3^n}{n+2} \cdot \frac{4n^2+8n+6}{(n+1)(n+3)} > 0$$

所以 $\{c_n\}$ 为递增数列,即 $c_n > c_{n-1} > c_{n-2} > \cdots > c_1$,

所以
$$b_{n+1}-b_n > b_n-b_{n-1} > b_{n-1}-b_{n-2} > \cdots > b_2-b_1$$
.

因为
$$b_2 - b_1 = 3 - \frac{3}{2} = \frac{3}{2} > 1$$
,

所以对任意的 $n \in N^*$,都有 $b_{n+1} - b_n > 1$,

即数列 $\{c_{i,j}\}$ 为"K数列".

② $\stackrel{\text{def}}{=} a_1 = 2, q = 2 \text{ pd}, \quad a_n = 2^n, \quad \text{M} \ b_n = \frac{2^{n+1}}{n+1}.$

因为 $b_2 - b_1 = \frac{2}{3} \le 1$,所以数列 $\{b_n\}$ 不是"K数列".

综上: 当 $a_n = 3^{n-1}$ 时,数列 $\{b_n\}$ 为"K数列",

当 $a_n = 2^n$ 时,数列 $\{b_n\}$ 不是" K 数列"

www.gaokzx.com

www.9aokzx.com

www.gaokzx.com



关于我们

北京高考在线创办于 2014 年,隶属于北京太星网络科技有限公司,是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖:北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+,网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京,辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 "精益求精、专业严谨"的建设理念,不断探索"K12教育+互联网+大数据"的运营模式,尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等,为广大高校、中学和教科研单位提供"衔接和桥梁纽带"作用。

平台自创办以来,为众多重点大学发现和推荐优秀生源,和北京近百所中学达成合作关系,累计举办线上线下升学公益讲座数百场,帮助数十万考生顺利通过考入理想大学,在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来,北京高考在线平台将立足于北京新高考改革,基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势,更好的服务全国高中家长和学生。



% 微信搜一搜

Q 京考一点通