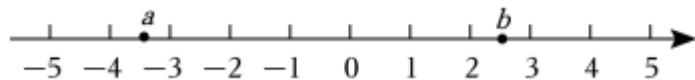


2024 北京顺义初三（上）期末

数 学

一、选择题（共 16 分，每题 2 分）第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个。

1. 实数 a , b 在数轴上的对应点的位置如图所示，则正确的结论是（ ）



- A. $a > -3$ B. $a < -4$ C. $a > -b$ D. $a < -b$

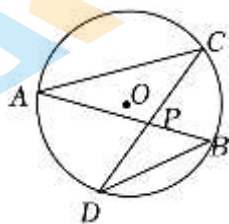
2. 在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ，则 $\cos A$ 等于（ ）

- A. $\frac{AC}{AB}$ B. $\frac{BC}{AB}$ C. $\frac{AC}{BC}$ D. $\frac{BC}{AC}$

3. 将二次函数 $y = -x^2 + 2x + 3$ 化为 $y = a(x - h)^2 + k$ 的形式，则所得表达式为（ ）

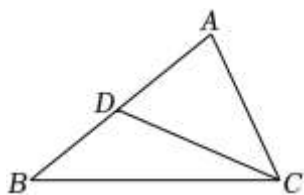
- A. $y = (x + 1)^2 - 4$ B. $y = -(x - 1)^2 + 4$
C. $y = -(x + 1)^2 + 2$ D. $y = -(x - 1)^2 + 2$

4. 如图，在 $\odot O$ 中，弦 AB , CD 相交于点 P ， $\angle CAB = 30^\circ$ ， $\angle ABD = 40^\circ$ ，则 $\angle APD$ 的度数为（ ）



- A. 30° B. 40° C. 60° D. 70°

5. 如图， D 是 $\triangle ABC$ 的边 AB 上一点（不与点 A , B 重合），若添加一个条件使 $\triangle ACD \sim \triangle ABC$ ，则这个条件不可以是（ ）



- A. $\angle ADC = \angle ACB$ B. $\angle ACD = \angle B$ C. $\frac{AC}{AD} = \frac{AB}{BC}$ D. $\frac{AC}{AB} = \frac{AD}{AC}$

6. 对于反比例函数 $y = \frac{4}{x}$ ，下列说法正确的是（ ）

- A. 它的图象分布在第二、第四象限
B. 点 $(-1, 4)$ 在它的图象上
C. 当 $x > 0$ 时， y 随 x 的增大而减小
D. 当 $x < 0$ 时， y 随 x 的增大而增大

7. 已知 $\widehat{AB}$.

如图，

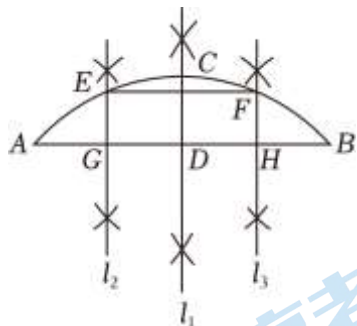
(1) 连接 AB ;

(2) 作弦 AB 的垂直平分线 l_1 , 分别交 $\widehat{AB}$, 弦 AB 于 C, D 两点;

(3) 作线段 AD, DB 的垂直平分线 l_2, l_3 , 分别交 $\widehat{AB}$ 于 E, F 两点, 交弦 AB 于 G, H 两点;

(4) 连接 EF .

根据以上作图过程及所作图形, 下列结论中错误的是 ()



A. $AG=GD=DH=HB$

B. $\widehat{AE}=\widehat{EC}=\widehat{CF}=\widehat{FB}$

C. $l_1 \parallel l_2 \parallel l_3$

D. $EF=GH$

8. 学习解直角三角形时, 小明编了这样一道题:

已知: 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $AC=2$, $BC=3$, 解这个直角三角形.

从同学们的解答思路中节选出以下四个步骤:

①由 $\angle B$ 的度数, 根据直角三角形的性质得到 $\angle A$ 的度数;

②由 AC, BC 的值, 根据 $\angle B$ 的正切值得到 $\angle B$ 的度数;

③由 AC, BC 的值, 根据勾股定理得到 AB 的值;

④由 BC, AB 的值, 根据 $\angle B$ 的余弦值得到 $\angle B$ 的度数.

请你从中选择三个步骤并排序, 形成完整的解上述直角三角形的思路, 则下列排序错误的是 ()

A. ③④①

B. ④①③

C. ②①③

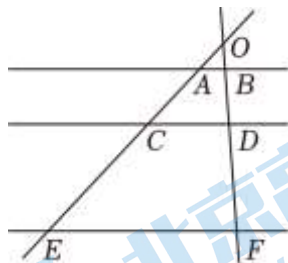
D. ③②①

二、填空题 (共 16 分, 每题 2 分)

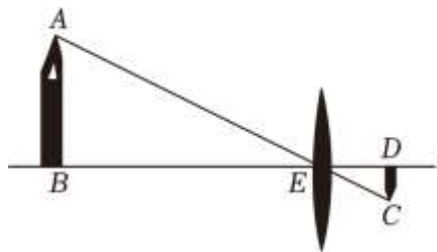
9. 若 $\sqrt{x-2}$ 在实数范围内有意义, 则实数 x 的取值范围是 _____.

10. 若将抛物线 $y=2x^2$ 向右平移 2 个单位长度, 则所得抛物线的表达式为 _____.

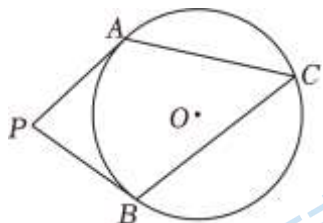
11. 如图, 直线 AE, BF 交于点 O , $AB \parallel CD \parallel EF$. 若 $OA=1$, $AC=2$, $CE=4$. 则 $\frac{OD}{DF}$ 的值为 _____.



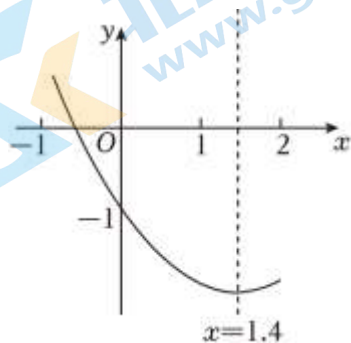
12. 物理课上我们学习过凸透镜成像规律. 如图, 蜡烛 AB 的高为 15cm , 蜡烛 AB 与凸透镜的距离 BE 为 32cm , 蜡烛的像 CD 与凸透镜的距离 DE 为 8cm , 则像 CD 的高为 _____ cm .



13. 如图, PA, PB 分别与 $\odot O$ 相切于 A, B 两点, C 是优弧 AB 上的一个动点, 若 $\angle P = 76^\circ$, 则 $\angle ACB = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$.



14. 已知二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的部分图象如图所示, 写出一个满足不等式 $ax^2 + bx + c < -1$ 的 x 的值, 这个值可以是 .



15. 在平面直角坐标系 xOy 中, 点 $A(a, b)$ 在双曲线 $y = \frac{m}{x}$ 上, 点 $B(-b, a)$ 在双曲线 $y = \frac{n}{x}$ 上, 则 $m+n$ 的值为 .

16. 已知 $A(3, 2), B(-1, -2)$ 是抛物线上两点, 下面有四个推断:

- ①该抛物线与 x 轴有两个交点;
- ②若该抛物线开口向下, 则它与 y 轴的交点一定在 y 轴的负半轴上;
- ③若该抛物线开口向下, 则它的对称轴在直线 $x=1$ 右侧;
- ④若该抛物线开口向上, 则在 A, B 两点中, 点 B 到它的对称轴距离较小.

所有正确推断的序号是 .

三、解答题 (共 68 分, 第 17-18 题, 每题 5 分, 第 19 题 6 分, 第 20-21 题, 每题 5 分, 第 22 题 6 分, 第 23-4 题, 每题 5 分, 第 25-26 题, 每题 6 分, 第 27-28 题, 每 7 分)

17. 解不等式组:
$$\begin{cases} 3x > x-2 \\ \frac{x+2}{3} > x \end{cases}$$

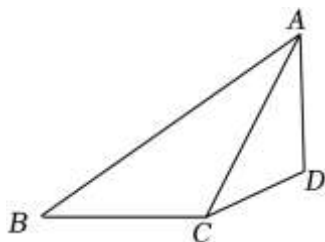
18. 计算: $4\sin 60^\circ + (\frac{1}{3})^0 + |-2| - 2\tan 60^\circ$.

19. 已知 $x^2 - 3x - 1 = 0$, 求代数式 $(2x+1)(x-1) - (x+1)^2$ 的值.

20. 如图, AC 平分 $\angle BAD$, $\angle B = \angle ACD$.

(1) 求证: $\triangle ABC \sim \triangle ACD$;

(2) 若 $AB=6$, $AC=4$, 求 AD 的长.

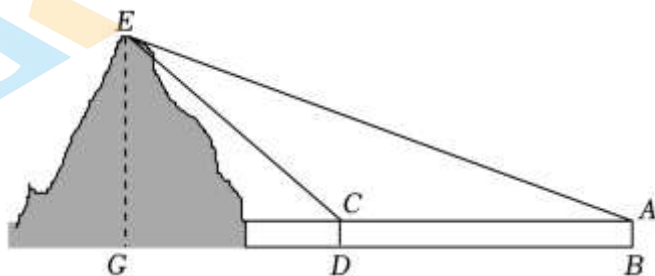


21. 已知二次函数 $y=ax^2+bx-2$ 的图象经过点 $A(-1, 0)$, $B(2, 0)$.

(1) 求二次函数的表达式;

(2) 直接写出 $y>0$ 时, x 的取值范围.

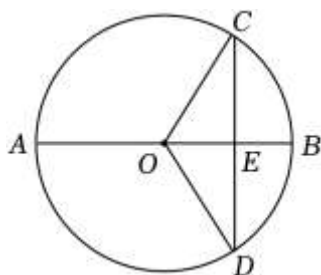
22. 在一次数学综合实践活动中, 某数学小组的同学们一起测量一座小山的高度. 如图, 在点 A 处测得山顶 E 的仰角为 22.5° , 向山的方向前进 $20m$, 在点 C 处测得山顶 E 的仰角为 45° , 已知观测点 A, C 到地面的距离 $AB=1.7m$, $CD=1.7m$. 求小山 EG 的高度 (精确到 $0.1m$). (参考数据: $\sqrt{2}=1.414$, $\sin 22.5^\circ \approx 0.384$, $\cos 22.5^\circ \approx 0.925$, $\tan 22.5^\circ \approx 0.414$)



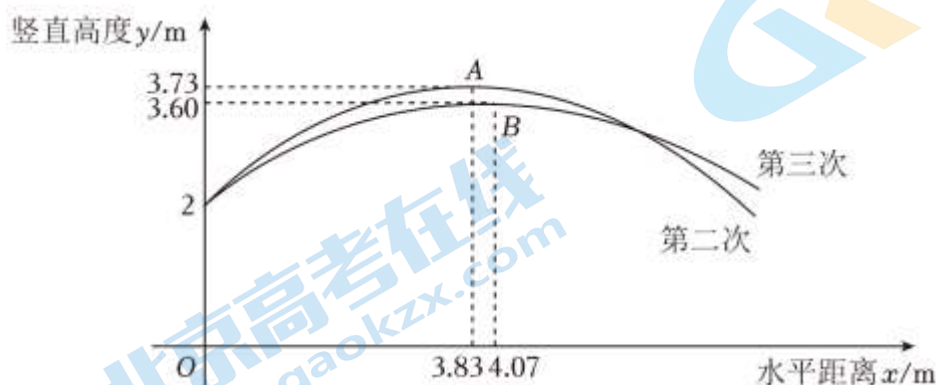
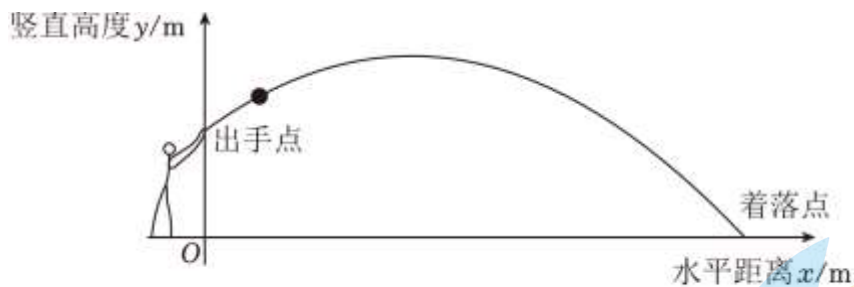
23. 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, $CD \perp AB$ 于点 E , $\widehat{AC} = \widehat{CD}$.

(1) 求证: $\angle COB = \angle DOB$;

(2) 若 $\odot O$ 的半径为 2, 求 OE , $\widehat{CD}$ 的长.



24. 正面双手前掷实心球是发展学生力量和协调性的运动项目之一, 实心球出手后的飞行路线可以看作是抛物线的一部分, 建立如图所示的平面直角坐标系, 从出手到着地的过程中, 实心球的竖直高度 y (单位: m) 与水平距离 x (单位: m) 近似满足函数关系 $y=a(x-h)^2+k$ ($a<0$).



小明进行了三次训练.

(1) 第一次训练时, 实心球的水平距离 x 与竖直高度 y 的几组数据如下:

水平距离 x/m	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
竖直高度 y/m	2	2.7	3.2	3.5	3.6	3.5	3.2	3.7	2	1.1

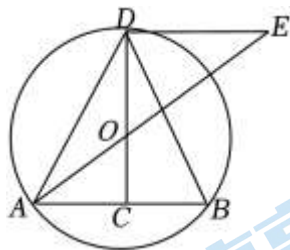
根据上述数据, 求出满足的函数关系 $y=a(x-h)^2+k$ ($a<0$), 并求出实心球着地点的水平距离 d_1 ;

(2) 第二次、第三次训练时, 实心球的竖直高度 y 与水平距离 x 的函数图象的一部分如图所示, 其中 A, B 分别为第二次、第三次训练抛物线的顶点. 记小明第二、三次训练时实心球着地点的水平距离分别为 d_2, d_3 , 则 d_1, d_2, d_3 的大小关系为 _____.

25. 如图, AB 为 $\odot O$ 的弦, 点 C 为 AB 的中点, CO 的延长线交 $\odot O$ 于点 D , 连接 AD, BD , 过点 D 作 $\odot O$ 的切线交 AO 的延长线于点 E .

(1) 求证: $DE \parallel AB$;

(2) 若 $\odot O$ 的半径为 3, $\tan \angle ADC = \frac{1}{2}$, 求 DE 的长.



26. 在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $y=x^2-2ax+a^2-4$ 与 x 轴交于 A, B 两点 (点 A 在点 B 左侧).

(1) 若 $a=1$, 求抛物线的对称轴及 A, B 两点的坐标;

(2) 已知点 $(3-a, y_1), (a+1, y_2), (-a, y_3)$ 在该抛物线上, 若 y_1, y_2, y_3 中有且仅有一个大于 0, 求 a 的取值范围.

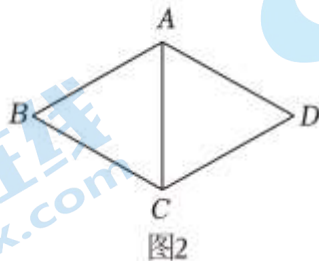
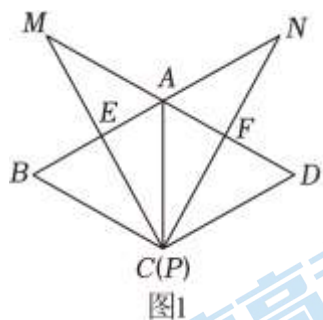
27. 在菱形 $ABCD$ 中, $\angle B=60^\circ$, 点 P 是对角线 AC 上一点 (不与点 A 重合), 点 E, F 分别是边 AB, AD 上的点, 且 $\angle EPF=60^\circ$, 射线 PE, PF 分别与 DA, BA 的延长线交于点 M, N .

(1) 如图 1, 若点 P 与 C 重合, 且 PA 平分 $\angle EPF$, 求证: $AM=AN$;

(2) 连接 BP , 若 $\angle ABP=45^\circ$, $BP=3$, 且 PA 不平分 $\angle EPF$.

①依题意补全图 2;

②用等式表示线段 AM, AN 的数量关系, 并证明.



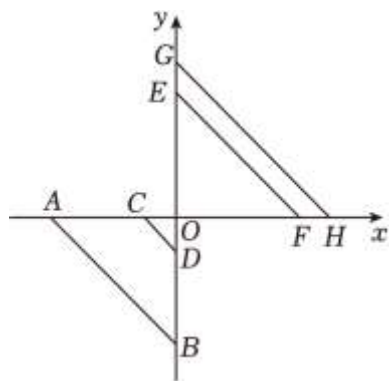
28. 在平面直角坐标系 xOy 中, 有如下定义: 对于图形 G_1, G_2 , 若存在常数 d , 使得图形 G_1 上的任意一点 P , 在图形 G_2 上至少能找到一个点 Q , 满足 $PQ=d$, 则称图形 G_2 是图形 G_1 的“映图”, d 是 G_1 关于 G_2 的“映距”.

(1) 如图, 点 $A(-4, 0), B(0, -4), C(-1, 0), D(0, -1), E(4, 0), F(0, 4), G(5, 0), H(0, 5)$. 在线段 CD, EF, GH 中, 线段 AB 的映图是 _____.

(2) $\odot O$ 的半径为 1.

①求 $\odot O$ 关于直线 $y=-x+3\sqrt{2}$ 的映距 d 的最小值;

②若直线 $y=-x+m$ ($m \neq 0$) 被坐标轴所截的线段是 $\odot O$ 的映图, 直接写出 m 的取值范围.



一、选择题（共 16 分，每题 2 分）

答案	1	2	3	4	5	6	7	8
选项	D	A	B	D	C	C	B	B

二、填空题（共 16 分，每题 2 分）

9. $x \geq 2$; 10. $y = 2(x-2)^2$ 或 $y = 2x^2 - 8x + 8$; 11. $\frac{3}{4}$; 12. $\frac{15}{4}$;

13. 52; 14. 1 (答案不唯一); 15. 0; 16. ①③④.

17. 解不等式 1 得 $x > -1$ 2 分

解不等式 2 得 $x < 1$ 4 分

$\therefore$ 不等式组的解集为 $-1 < x < 1$5 分

18. 计算: $4\sin 60^\circ + \left(\frac{1}{3}\right)^0 + |-2| - 2\tan 60^\circ$.

$$= 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} + 1 + 2 - 2 \times \sqrt{3}$$

$= 3$ 5 分

19. $= 2x^2 - 2x + x - 1 - (x^2 + 2x + 1)$

$= x^2 - 3x - 2$ 3 分

$\because x^2 - 3x - 1 = 0,$

$\therefore x^2 - 3x = 1$

$\therefore$ 原式 $= x^2 - 3x - 2 = 1 - 2 = -1$6 分

20.

(1) 证明:

$\because AC$ 平分 $\angle BAD$,

$\therefore \angle 1 = \angle 2$,

又 $\because \angle B = \angle ACD$.

$\therefore \triangle ABC \sim \triangle ACD$3 分

(2)

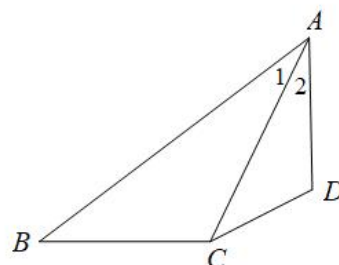
$\because \triangle ABC \sim \triangle ACD$.

$\therefore \frac{AB}{AC} = \frac{AC}{AD}$ 4 分

$\therefore AC^2 = AD \cdot AB$

又 $\because AB = 6, AC = 4$,

$\therefore AD = \frac{8}{3}$5 分



21. (1) 已知二次函数 $y = ax^2 + bx - 2$ 的图象经过点 $A(-1, 0)$, $B(2, 0)$.

$$\therefore \begin{cases} a - b - 2 = 0 \\ 4a + 2b - 2 = 0 \end{cases} \therefore \begin{cases} a = 1 \\ b = -1 \end{cases}$$

$\therefore y = x^2 - x - 2$3 分

(2) $y > 0$ 时, x 取值范围是 $x < -1$ 或 $x > 2$5 分

22.

(1)

解:

依题意可知 $\angle ECF = 45^\circ$, $\angle 1 = 22.5^\circ$,

$\therefore \angle 2 = 22.5^\circ = \angle 1$,

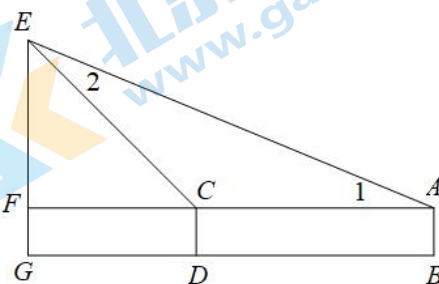
$\therefore EC = AC = 20$,2 分

在 $Rt\triangle EFC$ 中, $\sin \angle ECF = \frac{EF}{EC}$,

$\therefore EF = EC \times \sin \angle ECF$

$$= 20 \times \sin 45^\circ = 20 \times \frac{\sqrt{2}}{2} \approx 20 \times 1.414 \times \frac{1}{2} \approx 14.1 \text{5 分}$$

$14.1 + 1.7 = 15.8m$6 分



23. (1) 证明:

$\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径, $CD \perp AB$ 于点 E ,

$$\therefore \widehat{BC} = \widehat{BD},$$

$$\therefore \angle COB = \angle DOB, \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

(2) 解:

$$\because \widehat{AC} = \widehat{CD},$$

$$\text{又} \because \widehat{AC} = \widehat{AD},$$

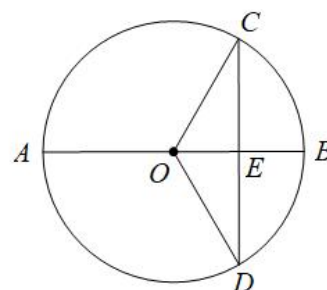
$$\therefore \widehat{AC}, \widehat{CD}, \widehat{AD} \text{ 相等且度数都是 } 120^\circ,$$

$$\therefore \angle COD = 120^\circ, \angle COB = 60^\circ,$$

在 $\text{Rt}\triangle OCE$ 中, $\angle OEC = 90^\circ$, $OC = 2$,

$$\therefore OE = 1,$$

$$\widehat{CD} = \frac{120 \times \pi \times 2}{180} = \frac{4\pi}{3}, \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$



24.

(1) 解: 依表格信息可知抛物线的顶点坐标为 $(4, 3.6)$,

$$\therefore \text{抛物线的表达式为 } y = a(x-4)^2 + 3.6$$

当 $x=0$ 时, $y=2$, 代入得 $2 = 16a + 3.6$

$$\therefore a = -0.1$$

$$\therefore \text{抛物线的表达式为 } y = -0.1(x-4)^2 + 3.6 \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

$$\text{令 } y=0, \text{ 则 } -0.1(x-4)^2 + 3.6 = 0$$

$$\text{解得 } x_1 = 10, x_2 = -2 \text{ (舍)}$$

$$\therefore \text{实心球着地点的水平距离为 } 10\text{m}; \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

$$(2) d_2 < d_1 < d_3 \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

25. (1)

证明:

$\because C$ 为弦 AB 中点, CO 的延长线交 $\odot O$ 于点 D ,

$\therefore DC \perp AB$.

$\because DE$ 是 $\odot O$ 的切线,

$\therefore DC \perp DE$.

$\therefore DE \parallel AB$3 分

(2) 解:

在 $Rt\triangle ACD$ 中, $\tan \angle ADC = \frac{1}{2}$, 故设 $AC=x$, $DC=2x$,

$\because \odot O$ 的半径为 3,

$\therefore OC=2x-3$,

在 $Rt\triangle ACO$ 中,

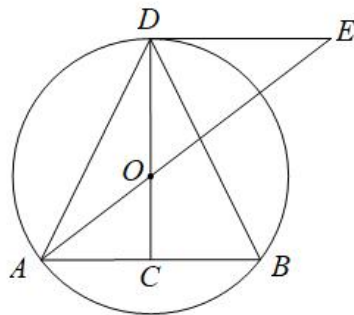
$x^2 + (2x-3)^2 = 3^2$, 解得 $x = \frac{12}{5}$, $OC = \frac{9}{5}$,

$\because \angle AOC = \angle DOE$, $\angle ACO = \angle ODE = 90^\circ$,

$\therefore \triangle ACO \sim \triangle EDO$.

$\therefore \frac{AC}{ED} = \frac{CO}{DO}$,

解得 $DE=4$ 6 分



26. 解:

(1) $A(-1, 0)$, $B(3, 0)$, 对称轴: 直线 $x=1$ 3 分

(2) 将抛物线解析式 $y = x^2 - 2ax + a^2 - 4$ 整理得 $y = (x-a)^2 - 4$.

$\therefore$ 抛物线与 x 轴交点坐标分别为 $(a-2, 0)$, $(a+2, 0)$.

$\because$ 抛物线开口向上, 且 $a-2 < a+1 < a+2$,

$\therefore$ 结合图象可知 $y_2 < 0$.

$\because y_1, y_2, y_3$ 中有且只有一个大于零, $-a < -a+3$.

$\therefore$ ① 当 $y_1 > 0$ 时, $y_3 < 0$.

$$\begin{cases} a-2 \leq -a \leq a+2 \\ -a+3 > a+2 \end{cases},$$

解得 $-1 \leq a < \frac{1}{2}$.

② 当 $y_3 > 0$ 时, $y_1 < 0$.

$$\begin{cases} a-2 \leq 3-a \leq a+2 \\ -a < a-2 \end{cases}$$

解得 $1 < a \leq \frac{5}{2}$.

综上所述, $-1 \leq a < \frac{1}{2}$, $1 < a \leq \frac{5}{2}$ 6 分

27.

(1) $\because PA$ 平分 $\angle EPF$

$$\therefore \angle MPA = \angle NPA \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

$\because$ 菱形 $ABCD$

$$\therefore \angle BAP = \angle DAP$$

又 $\because \angle MAB = \angle NAD$

$$\therefore \angle MAP = \angle NAP$$

$$\because AP = AP$$

$$\therefore \triangle APM \cong \triangle APN$$

$$\therefore AM = AN \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

(2) ①如图补全图形.....4 分

②数量关系: $AM \bullet AN = 6$

过 P 作 $PH \perp AB$ 与 H

$$\because \angle ABP = 45^\circ, BP = 3$$

$$\therefore BH = PH = \frac{3}{2}\sqrt{2}$$

$\because$ 菱形 $ABCD, \angle B = 60^\circ$

$\therefore \triangle ABC$ 为等边三角形

$$\therefore \angle HAP = 60^\circ$$

$$\therefore \sin \angle HAP = \frac{HP}{AP} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\therefore AP = \sqrt{6} \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

$\because$ 菱形 $ABCD, \angle B = 60^\circ$

$$\therefore \angle MAP = \angle NAP = 120^\circ$$

$$\therefore \angle 2 + \angle N = 60^\circ$$

$$\because \angle EPF = 60^\circ$$

$$\therefore \angle 2 + \angle 1 = 60^\circ$$

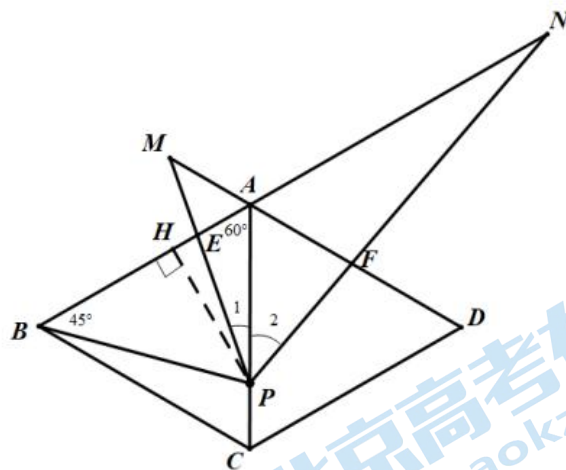
$$\therefore \angle 1 = \angle N$$

$$\therefore \triangle APM \sim \triangle ANP \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

$$\therefore \frac{AM}{AP} = \frac{AP}{AN}$$

$$\therefore AM \bullet AN = AP^2$$

$$\therefore AM \bullet AN = 6 \dots\dots\dots 7 \text{ 分}$$



28. (1) EF 、 GH2分

(2) ①记直线 $y = -x + 3\sqrt{2}$ 与 y 轴, x 轴分别交于点 M , N .

令 $x=0$, 得 $y=3\sqrt{2}$. 即 $M(0, 3\sqrt{2})$. 所以 $OM=3\sqrt{2}$.

令 $y=0$, 得 $x=3\sqrt{2}$. 即 $N(3\sqrt{2}, 0)$. 所以 $ON=3\sqrt{2}$.

所以 $OM=ON$.

又因为平面直角坐标系, x 轴与 y 轴垂直, 所以 $\angle MNO=45^\circ$.

过 O 作 MN 的垂线交圆 O 与 P' , P'' , 交 MN 于点 Q .

在 $Rt\triangle ONQ$ 中, $OQ=ON \cdot \sin \angle MNO=3\sqrt{2} \times \sin 45^\circ=3$.

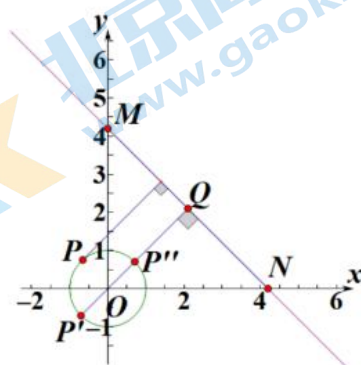
所以 $P'Q=4$, $P''Q=2$4分

当点 P 在 P'' 位置时, P 到直线 MN 上每一点的距离大于等于 2,, 当点 P 在 P' 位置时, P 到直线 MN 上每一点的距离大于等于 4,

所以, 若 $\odot O$ 上任意一点 P 都能在直线 GH 上找到对应点 Q , 满足 $PQ=d$, 则 $d \geq 4$.

故 $\odot O$ 关于直线 $y = -x + 3\sqrt{2}$ 的映距 d 的最小值为 4.5分

② $m \geq 4\sqrt{2}$ 或 $m \leq -4\sqrt{2}$ 7分



北京初三期末试题下载

京考一点通团队整理了【**2024年1月北京初三期末试题&答案汇总**】专题，及时更新最新试题及答案。

通过【**京考一点通**】公众号，对话框回复【**期末**】，进入各年级汇总专题，查看并下载电子版试题及答案！



微信搜一搜



京考一点通

