

2018 北京市铁路第二中学高一（上）期中

数 学

2018.11

试卷满分：150 分 考试时间：120 分钟

A 卷 [必修 模块 1] 本卷满分：100 分

一、选择题：本大题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合要求的。

1. 已知集合 $A = \{2, 4, 5\}$, $B = \{1, 3, 5\}$, 则 $A \cup B =$ ()

- A. $\emptyset$ B. $\{5\}$ C. $\{1, 3\}$ D. $\{1, 2, 3, 4, 5\}$

2. 下列函数中，与函数 $y = x$ 相同的是 ()

- A. $y = (\sqrt{x})^2$ B. $y = \sqrt[3]{x^3}$ C. $y = \sqrt{x^2}$ D. $y = \frac{x^2}{x}$

3. 函数 $f(x) = \frac{\sqrt{x-1}}{x-3}$ 的定义域为 ()

- A. $[1, 3) \cup (3, +\infty)$ B. $(1, +\infty)$
C. $[1, 2)$ D. $[1, +\infty)$

4. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} 2x-1, & x < 0, \\ 2^x, & x > 0, \end{cases}$ 那么 $f(3)$ 的值是 ()

- A. 8 B. 7 C. 6 D. 5

5. 函数 $f(x) = x^2 + x$ 的图象关于 ()

- A. y 轴对称 B. 直线 $y = -x$ 对称
C. 坐标原点对称 D. 直线 $y = x$ 对称

6. 下列函数中，在区间 $(0, +\infty)$ 上是减函数的是 ()

- A. $y = x^2 - 1$ B. $y = x^3$ C. $y = -3x + 2$ D. $y = \log_2 x$

7. 已知定义在 $\mathbb{R}$ 上的函数 $f(x)$ 的图象是连续不断的，且有如下对应值表：

x	1	2	3
$f(x)$	6.1	2.9	-3.5

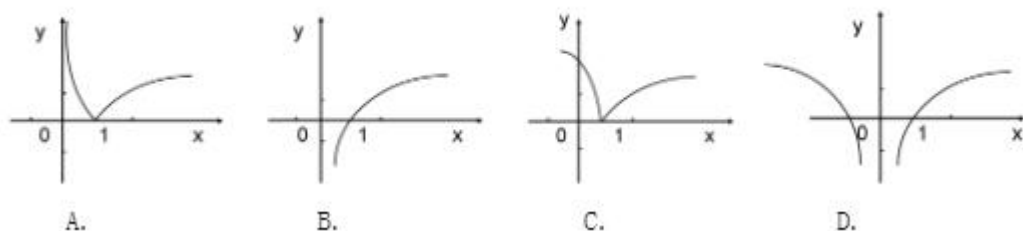
那么函数 $f(x)$ 一定存在零点的区间是 ()

- A. $(3, +\infty)$ B. $(2, 3)$ C. $(1, 2)$ D. $(-\infty, 1)$

8. 三个数 $a = 0.3^2$, $b = \log_2 0.3$, $c = 2^{0.3}$ 之间的大小关系是 ()

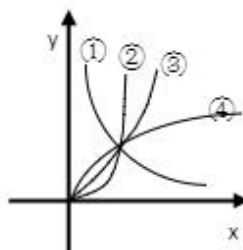
- A. $a < c < b$ B. $a < b < c$
C. $b < a < c$ D. $b < c < a$

9. $y = |\log_2 x|$ 的图象是 ()



10. 四个函数在同一坐标系中第一象限内图象如图所示, 则幂函数 $y = x^{\frac{1}{2}}$ 的图象是 ()

A. ① B. ② C. ③ D. ④



二、填空题: 本大题共 6 小题, 每小题 4 分, 共 24 分. 把答案填在题中横线上.

11. 若集合 $A = \{3, 5, 7\}$, 则集合 A 的子集共有 _____ 个.

12. 若函数 $f(x) = x^2 - 2x$ ($x \in [2, 4]$), 则 $f(x)$ 的最小值是 _____.

13. 已知 $x + x^{-1} = 3$, 则 $x^2 + x^{-2}$ 等于 _____.

14. 若 $\log_3 2 = a$, 则 $\log_3 8 - \log_3 6 =$ _____ (用含 a 的代数式表示).

15. 给定函数① $y = x^{\frac{1}{2}}$ ② $y = \log_{\frac{1}{2}}(x+1)$, ③ $y = |x-1|$, ④ $y = 2^{x+1}$, 其中在区间 $(0, 1)$ 上单调递减的函数序号是 _____.

16. 设函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{4}{x} + 1, & x \geq 4, \\ \log_2 x, & 0 < x < 4, \end{cases}$ 若函数 $y = f(x) - k$ 有两个零点, 则实数 k 的取值范围是 _____.

三、解答题: 本大题共 3 小题, 共 36 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤.

17. (本小题满分 12 分)

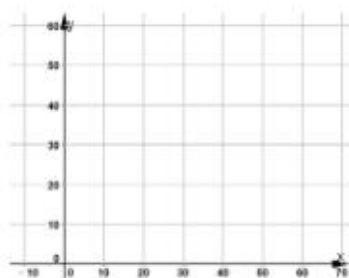
(1) $(0.008)^{-\frac{2}{3}} + 81^{\frac{3}{4}} - \left(\frac{1}{\sqrt{2}-1}\right)^0$; (2) $\lg 25 + \lg 4 + 7^{\log_7 2}$

18. (本小题满分 12 分)

某商场经营一批进价是每件 30 元的商品, 在市场销售中发现此商品的销售单价 x (元) 与日销售量 y (件) 之间有如下关系:

销售单价 x (元)	30	40	45	50
日销售量 y (件)	60	30	15	0

(1) 在所给坐标系中, 根据表中提供的数据描出实数对 (x, y) 对应的点, 并确定 x 与 y 的一个函数关系式 $y=f(x)$;



(2) 设经营此商品的日销售利润为 P 元, 根据上述关系式写出 P 关于 x 的函数关系式; 并指出销售单价 x 为多

少时, 才能获得最大的日销售利润.

19. (本小题满分 12 分)

设函数 $f(x) = \log_a(x+2) - 1$ ($a > 0$, 且 $a \neq 1$).

(I) 若 $f(2) = 1$, 求函数 $f(x)$ 的零点;

(II) 若 $f(x)$ 在 $[0, 1]$ 上的最大值与最小值互为相反数, 求 a 的值.

B 卷 [学期综合] 本卷满分: 50 分

一、填空题: 本大题共 5 小题, 每小题 4 分, 共 20 分. 把答案填在题中横线上.

1. 设 a 为常数, 函数 $f(x) = x^2 - 4x + 3$. 若 $f(x+a)$ 为偶函数, 则 $a = \underline{\hspace{2cm}}$.

2. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x^{-2}, & x < 0, \\ \ln x, & x > 0, \end{cases}$ 若 $f(a) = 2$, 则实数 $a = \underline{\hspace{2cm}}$.

3. 函数 $f(x) = \sqrt{16 - 2^x}$ 的定义域为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

4. 已知定义域为 $\mathbb{R}$ 的偶函数 $f(x)$ 在 $[0, +\infty)$ 上是增函数, 且 $f(2) = 0$, 则不等式 $f(\log_4 x) < 0$ 的解集是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

5. 通过实验数据可知, 某液体的蒸发速度 y (单位: 升/小时) 与液体所处环境的温度 x (单位: $^{\circ}\text{C}$) 近似地满足函数关系 $y = e^{kx+b}$ (e 为自然对数的底数, k, b 为常数). 若该液体在 0°C 的蒸发速度是 0.1 升/小时, 在 30°C 的蒸发速度为 0.8 升/小时, 则该液体在 20°C 的蒸发速度为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 升/小时.

二、解答题：本大题共 3 小题，共 30 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤

6. (本小题满分 10 分)

已知全集 $U = \mathbf{R}$ ，集合 $P = \{x | x(x-2) \geq 0\}$ ， $M = \{x | a < x < 2a+6\}$ 。

(1) 求集合 $\complement_U P$ ；

(2) 若 $\complement_U P \subseteq M$ ，求实数 a 的取值范围。

7. (本小题满分 10 分)

已知函数 $f(x) = \log_3 \frac{1+x}{1-x}$

(I) 求函数的定义域；

(II) 判断 $f(x)$ 的奇偶性，并证明；

(III) 判断 $f(x)$ 的单调性，不用证明，并求当 $-\frac{1}{5} \leq x \leq \frac{4}{5}$ 时，函数 $f(x)$ 的值域。

8. (本小题满分 10 分)

若函数 $f(x)$ 满足：对于 $s, t \in [0, +\infty)$ ，都有 $f(s) \geq 0$ ， $f(t) \geq 0$ ，且 $f(s) + f(t) \leq f(s+t)$ ，则称函数 $f(x)$ 为“ T 函数”。

(I) 试判断函数 $f_1(x) = x^2$ 与 $f_2(x) = \lg(x+1)$ 是否是“ T 函数”，并说明理由；

(II) 设 $f(x)$ 为“ T 函数”，且存在 $x_0 \in [0, +\infty)$ ，使 $f(f(x_0)) = x_0$ ，求证： $f(x_0) = x_0$ ；

(III) 试写出一个“ T 函数” $f(x)$ ，满足 $f(1) = 1$ ，且使集合 $\{y | y = f(x), 0 \leq x \leq 1\}$ 中元素的个数最少。(只需写出结论)

数学试题答案

一、选择题：本大题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合要求的。

1. D 2. B 3. A 4. A 5. C 6. C 7. B 8. C 9. A 10. D

二、填空题：本大题共 6 小题，每小题 4 分，共 24 分。把答案填在题中横线上。

11. 8 12. 0 13. 7
14. $2a-1$ 15. ②③ 16. $1 < k < 2$

三、解答题：本大题共 3 小题，共 36 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

17. (本小题满分 12 分)

(1) 原式 $= 0.2^{-2} + 3^3 + 1 = 25 + 27 + 1 = 51$ 6 分

(2) 原式 $= \lg(25 \times 4) + 2 = \lg 100 + 2 = 4$ 12 分

18. (本小题满分 12 分)

解 (1) 坐标系画点略。4 分

设 $f(x) = kx + b$, 则 $\begin{cases} 60 = 30k + b, \\ 30 = 40k + b, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} k = -3, \\ b = 150. \end{cases}$ 7 分

$\therefore f(x) = -3x + 150, 30 \leq x \leq 50$ 检验成立。8 分

(2) $P = (x - 30) \cdot (-3x + 150) = -3x^2 + 240x - 4500, 30 \leq x \leq 50$. 10 分

$\therefore$ 对称轴 $x = -\frac{240}{2 \times (-3)} = 40 \in [30, 50]$, 11 分

$\therefore$ 当销售单价为 40 元时，所获利润最大。12 分

19. (本小题满分 12 分)

解: (1) $\because f(2) = 1, \therefore \log_a 4 = 2$ 得到 $a^2 = 4$,

$\because a > 0, \therefore a = 2$ 2 分

令 $f(x) = \log_2(x+2) - 1 = 0$, 即 $\log_2(x+2) = 1$

$\therefore x+2 = 2$, 即 $x = 0$

$\therefore$ 函数的零点为 $x = 0$ 6 分

(2) 当 $a > 1$ 时, 函数 $f(x)$ 在区间 $[0, 1]$ 上单调递增

$$\therefore f(x)_{\min} = \log_a 2 - 1, f(x)_{\max} = \log_a 3 - 1 \quad \cdots \cdots 7 \text{ 分}$$

当 $0 < a < 1$ 时, 函数 $f(x)$ 在区间 $[0, 1]$ 上单调递减

$$\therefore f(x)_{\min} = \log_a 3 - 1, f(x)_{\max} = \log_a 2 - 1 \quad \cdots \cdots 8 \text{ 分}$$

$$\therefore \text{由题意得 } \log_a 3 - 1 = -(\log_a 2 - 1)$$

$$\therefore \log_a 3 + \log_a 2 = \log_a 6 = 2 \quad \cdots \cdots 10 \text{ 分}$$

$$\therefore a^2 = 6$$

$$\because a > 1 \therefore a = \sqrt{6} \quad \cdots \cdots 12 \text{ 分}$$

B 卷 [学期综合] 本卷满分: 50 分

一、填空题: 本大题共 5 小题, 每小题 4 分, 共 20 分. 把答案填在题中横线上.

1. 2 2. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ 或 e^2 3. $(-\infty, 4]$ 4. $(\frac{1}{16}, 16)$ 5. 0.4.

6. (本小题满分 10 分)

(1) 解: 因为全集 $U = \mathbf{R}$, 集合 $P = \{x | x(x-2) \geq 0\}$,

$$\text{所以 } \complement_U P = \{x | x(x-2) < 0\}, \quad \text{【 2 分】}$$

$$\text{即集合 } \complement_U P = \{x | 0 < x < 2\}. \quad \text{【 4 分】}$$

(2) 解: 因为 $\complement_U P \subseteq M$, 所以 $\begin{cases} a \leq 0, \\ 2a+6 \geq 2. \end{cases} \quad \text{【 6 分】}$

$$\text{解得 } \begin{cases} a \leq 0, \\ a \geq -2. \end{cases} \quad \text{【 8 分】}$$

$$\text{所以 } a \in [-2, 0]. \quad \text{【10 分】}$$

注: 第 (2) 小问没有等号扣 2 分.

7. (本小题满分 10 分)

$$\text{解: (1) 由 } \frac{1+x}{1-x} > 0 \Leftrightarrow (1+x)(1-x) > 0 \Leftrightarrow -1 < x < 1$$

$$\therefore \text{此函数定义域为 } \{x | -1 < x < 1\} \quad \cdots \cdots 3 \text{ 分}$$

$$(2) \because f(-x) = \log_3 \frac{1-x}{1+x} = \log_3 \left(\frac{1+x}{1-x}\right)^{-1} = -\log_3 \frac{1+x}{1-x} = -f(x)$$

$$\therefore f(x) \text{ 为奇函数} \quad \cdots \cdots 6 \text{ 分}$$

$$(3) \because f(x) \text{ 在区间 } \left[-\frac{1}{2}, \frac{4}{5}\right] \text{ 上为增函数,} \quad \cdots \cdots 8 \text{ 分}$$

$$\therefore \text{函数的值域为 } \left[f\left(-\frac{1}{2}\right), f\left(\frac{4}{5}\right)\right], \text{ 即 } [-1, 2] \text{ 为所求.} \quad \cdots \cdots 10 \text{ 分}$$

8. (本小题满分 10 分)

8. 解：(I) 对于函数 $f_1(x) = x^2$ ，当 $s, t \in [0, +\infty)$ 时，都有 $f_1(s) \geq 0$ ， $f_1(t) \geq 0$ ，

又 $f_1(s) + f_1(t) - f_1(s+t) = s^2 + t^2 - (s+t)^2 = -2st \leq 0$ ，所以 $f_1(s) + f_1(t) \leq f_1(s+t)$ 。

所以 $f_1(x) = x^2$ 是“T 函数”。2 分

对于函数 $f_2(x) = \lg(x+1)$ ，当 $s=t=2$ 时， $f_2(s) + f_2(t) = \lg 9$ ， $f_2(s+t) = \lg 5$ ，

因为 $\lg 9 > \lg 5$ ，所以 $f_2(s) + f_2(t) > f_2(s+t)$ 。

所以 $f_2(x) = \lg(x+1)$ 不是“T 函数”。4 分

(II) 设 $x_1, x_2 \in [0, +\infty)$ ， $x_2 > x_1$ ， $x_2 = x_1 + \Delta x$ ， $\Delta x > 0$ 。

则 $f(x_2) - f(x_1) = f(x_1 + \Delta x) - f(x_1) \geq f(x_1 + \Delta x - x_1) = f(\Delta x) \geq 0$

所以，对于 $x_1, x_2 \in [0, +\infty)$ ， $x_1 < x_2$ ，一定有 $f(x_1) \leq f(x_2)$ 。6 分

因为 $f(x)$ 是“T 函数”， $x_0 \in [0, +\infty)$ ，所以 $f(x_0) \geq 0$ 。

6 / 7

若 $f(x_0) > x_0$ ，则 $f(f(x_0)) \geq f(x_0) > x_0$ ，不符合题意。

若 $f(x_0) < x_0$ ，则 $f(f(x_0)) \leq f(x_0) < x_0$ ，不符合题意。

所以 $f(x_0) = x_0$ 。8 分

(III) $f(x) = \begin{cases} 0, & x \in [0, 1), \\ x^2, & x \in [1, +\infty). \end{cases}$ (注：答案不唯一)10 分

北京高考在线是长期为中学老师、家长和考生提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划以及实用的升学讲座活动等全方位服务的升学服务平台。自 2014 年成立以来一直致力于服务北京考生，助力千万学子，圆梦高考。

目前，北京高考在线拥有旗下拥有北京高考在线网站和北京高考资讯微信公众号两大媒体矩阵，关注用户超 10 万+。

北京高考在线_2018 年北京高考门户网站

官方微信公众号：bj-gaokao
官方网站：www.gaokzx.com

咨询热线：010-5751 5980
微信客服：gaokzx2018

<http://www.gaokzx.com/>

北京高考资讯微信：bj-gaokao

北京高考资讯

关于我们

北京高考资讯隶属于太星网络旗下，北京地区高考领域极具影响力的升学服务平台。

北京高考资讯团队一直致力于提供最专业、最权威、最及时、最全面的高考政策和资讯。期待与更多中学达成更广泛的合作和联系。

长按二维码 识别关注



微信公众号：bj-gaokao

官方网址：www.gaokzx.com

咨询热线：010-5751 5980