

## 2018 北京二中高二（上）期中

### 数 学

命题人：王雪梅 审核人：温瑶 得分：\_\_\_\_\_

一. 选择题：（本大题共 10 小题，每小题 6 分，共 60 分，请将答案填涂在机读卡上）

1. 椭圆  $2x^2 + 3y^2 = 1$  的焦点坐标是（ ）

- A  $(0, \pm 1)$       B  $(0, \pm \frac{\sqrt{6}}{6})$       C  $(\pm 1, 0)$       D  $(\pm \frac{\sqrt{6}}{6}, 0)$

2. 已知  $a, b, c$  满足  $c < b < a$ , 且  $ac < 0$ , 那么下列选项中不一定成立的是（ ）

- A  $ab > ac$       B  $c(b-a) > 0$       C  $ab^2 > cb^2$       D  $ac(a-c) < 0$

3. 不等式  $\frac{1}{x} < \frac{1}{2}$  的解集是（ ）

- A  $(2, +\infty)$       B  $(-\infty, 2)$       C  $(0, 2)$       D  $(-\infty, 0) \cup (2, +\infty)$

4. 已知双曲线  $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  的离心率为  $\frac{\sqrt{5}}{2}$ , 则  $C$  的渐近线方程为（ ）

- A  $y = \pm 2x$       B  $y = \pm \frac{1}{2}x$       C  $y = \pm \frac{1}{3}x$       D  $y = \pm \frac{1}{4}x$

5. 下列四个条件中, 使  $a > b$  成立的充分而不必要的条件是（ ）

- A  $a > b + 1$       B  $a > b - 1$       C  $a^2 > b^2$       D  $a^3 > b^3$

6. 椭圆  $\frac{x^2}{m} + \frac{y^2}{4} = 1$  的焦距等于 2, 则  $m$  的值为（ ）

- A 5 或 3      B 5      C 8      D 16

7. 若不等式  $ax^2 + bx - 2 > 0$  的解集为  $\{x | -2 < x < -\frac{1}{4}\}$ , 则  $a + b$  等于（ ）

- A -18      B -13      C 1      D 8

8. 已知数列 $\{a_n\}$ 是等差数列, 若 $a_9 + 3a_{11} < 0$ ,  $a_{10} \cdot a_{11} < 0$ , 则数列 $\{a_n\}$ 的前 $n$ 项和 $S_n$ 有最大值, 那么当 $S_n$ 取得最小正值时,  $n$ 等于 ( )

- A 20                      B 17                      C 19                      D 21

9. 已知数列 $1, \frac{1}{2}, \frac{2}{1}, \frac{1}{3}, \frac{2}{2}, \frac{3}{1}, \frac{1}{4}, \frac{2}{3}, \frac{3}{2}, \frac{4}{1}, \dots$ , 则 $\frac{5}{6}$ 是数列中的 ( )

- A 第48项                      B 第49项                      C 第50项                      D 第51项

10. 若函数 $f(n) = \begin{cases} n^2 & \text{当 } n \text{ 为奇数时,} \\ -n^2 & \text{当 } n \text{ 为偶数时,} \end{cases}$  且 $a_n = f(n) + f(n+1)$ , 则 $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{100}$ 等于 ( )

- A 0                      B 100                      C -100                      D 10200

二. 填空题 (本大题共 8 小题, 每小题 6 分, 共 48 分, 请将答案写在答题纸相应的横线上.)

11. 命题“ $\forall x > 5, x^2 - 25 > 0$ ”的否定是\_\_\_\_\_, 其是\_\_\_\_\_命题 (填“真、假”)

12. 若双曲线 $x^2 - 4y^2 = 4$ 的左、右焦点分别是 $F_1, F_2$ , 过 $F_2$ 的直线交右支于 $A, B$ 两点, 若 $|AB| = 5$ , 则 $\triangle AF_1B$ 的周长为\_\_\_\_\_.

13. 若不等式 $x^2 + ax + 1 \geq 0$ 对一切 $x \in (0, 1]$ 恒成立, 则 $a$ 的最小值为\_\_\_\_\_

14. 椭圆 $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{12} = 1$ 上动点 $A$ 与定点 $B(6, 0)$ 的连线段 $AB$ 的中点所形成的曲线的方程为\_\_\_\_\_

15. 已知数列 $\{a_n\}$ 中,  $a_1 = 20$ ,  $a_{n+1} = a_n + 2n - 1$ ,  $n \in N^*$ , 则数列 $\{a_n\}$ 的通项公式 $a_n =$ \_\_\_\_\_

16. 若点 $O$ 和点 $F$ 分别为椭圆 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$ 的中心和左焦点, 点 $P$ 为椭圆上的任意一点, 则 $\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{FP}$ 的最大值为\_\_\_\_\_

17. 曲线 $C$ 是平面内与两个定点 $F_1(-1, 0)$ 和 $F_2(1, 0)$ 的距离的积等于常数 $a^2 (a > 1)$ 的点的轨迹, 给出三个结论

(1) 曲线 $C$ 过坐标原点

(2) 曲线 $C$ 关于坐标原点对称

(3) 若点 $P$ 在曲线 $C$ 上, 则 $\triangle F_1PF_2$ 的面积不大于 $\frac{a^2}{2}$

其中, 正确结论的序号是\_\_\_\_\_.

18. 已知数列  $\{a_n\}$  的各项为正整数，其前  $n$  项和  $S_n$ ，若  $a_{n+1} = \begin{cases} \frac{a_n}{2}, & a_n \text{ 是偶数} \\ 3a_n + 1, & a_n \text{ 是奇数} \end{cases}$  且  $S_3 = 29$ ，则

$a_1 = \underline{\hspace{2cm}}$ ;  $S_{2n} = \underline{\hspace{2cm}}$ .

三. 解答题

19. (本小题满分 14 分)

已知等差数列  $\{a_n\}$  的公差  $d \neq 0$ ，它的前  $n$  项和  $S_n$ ，若  $S_5 = 70$ ，且  $a_2, a_7, a_{22}$  成等比数列.

(1) 求数列  $\{a_n\}$  的通项公式;

(2) 设数列  $\{\frac{1}{S_n}\}$  的前  $n$  项和  $T_n$ ，若  $k > T_n$  对  $n \in N^*$  恒成立，求  $k$  的取值范围.

20. (本小题满分 14 分)

设  $F_1, F_2$  分别为椭圆  $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  的左、右焦点，点  $P(1, \frac{3}{2})$  在椭圆  $E$  上，且点  $P$  和  $F_1$  关于

点  $C(0, \frac{3}{4})$  对称.

(1) 求椭圆  $E$  的方程;

(2) 过右焦点  $F_2$  的直线  $l$  与椭圆相交于  $A, B$  两点，过点  $P$  且平行于  $AB$  的直线与椭圆交于另一点  $Q$ ，问是否存在直线  $l$ ，使得四边形  $PABQ$  的对角线互相平分？若存在，求出  $l$  的方程；若不存在，说明理由.

21. (本小题满分 14 分)

若数列  $A_n = a_1, a_2, \dots, a_n (n \geq 2)$  满足  $|a_{k+1} - a_k| = 1 (k = 1, 2, \dots, n-1)$ ，数列  $A_n$  为  $E$  数列，

记  $S(A_n) = a_1 + a_2 + \dots + a_n$ .

(1) 写出一个满足  $a_1 = a_5 = 0$ ，且  $S(A_5) > 0$  的  $E$  数列  $A_5$ ;

(2) 若  $a_1 = 12, n = 2000$ ，证明： $E$  数列  $A_n$  是递增数列的充要条件是  $a_n = 2011$ .

(3) 对任意给定的整数  $n (n \geq 2)$ ，是否存在首项为 0 的  $E$  数列  $A_n$ ，使得  $S(A_n) = 0$ ？如果存在，写出一个满足条件的  $E$  数列  $A_n$ ；如果不存在，说明理由.

北京高考在线是长期为中学老师、家长和考生提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划以及实用的升学讲座活动等全方位服务的升学服务平台。自 2014 年成立以来一直致力于服务北京考生，助力千万学子，圆梦高考。

目前，北京高考在线拥有旗下拥有北京高考在线网站和北京高考资讯微信公众号两大媒体矩阵，关注用户超 10 万+。

北京高考在线\_2018 年北京高考门户网站

<http://www.gaokzx.com/>

北京高考资讯微信：bj-gaokao

## 北京高考资讯

### 关于我们

北京高考资讯隶属于太星网络旗下，北京地区高考领域极具影响力的升学服务平台。

北京高考资讯团队一直致力于提供最专业、最权威、最及时、最全面的高考政策和资讯。期待与更多中学达成更广泛的合作和联系。

长按二维码 识别关注



微信公众号：bj-gaokao

官方网址：www.gaokzx.com

咨询热线：010-5751 5980