

北京市文汇中学 2023—2024 学年度第一学期期中测试

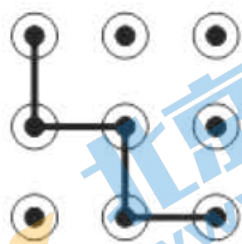
初三年级 数学试卷

一、选择题（每小题只有一个选项符合题意，每题 2 分，共 16 分）

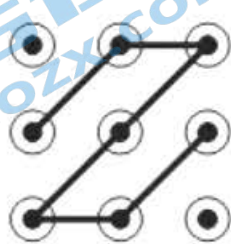
1. 抛物线 $y = x^2 + 1$ 的对称轴是（ ）

- A. 直线 $x = -1$ B. 直线 $x = 1$ C. 直线 $x = 0$ D. 直线 $y = 1$

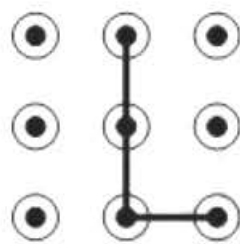
2. 下列手机手势解锁图案中，是中心对称图形的是（ ）



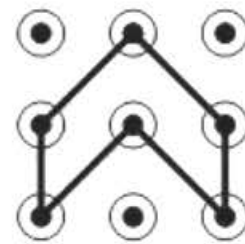
A.



B.



C.



D.

3. 将抛物线 $y = 2x^2$ 平移后得到抛物线 $y = 2x^2 + 1$ ，则平移方式为（ ）

- A. 向左平移 1 个单位 B. 向右平移 1 个单位
C. 向上平移 1 个单位 D. 向下平移 1 个单位

4. 用配方法解方程 $x^2 + 6x + 2 = 0$ ，配方正确的是（ ）

- A. $(x+3)^2 = 9$ B. $(x-3)^2 = 9$ C. $(x+3)^2 = 6$ D. $(x+3)^2 = 7$

5. 若关于 x 的一元二次方程 $(a-1)x^2 + a^2x - a = 0$ 有一个根是 $x=1$ ，则 a 的值为（ ）

- A. -1 B. 0 C. 1 D. -1 或 1

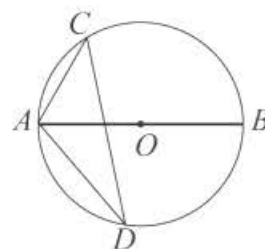
6. 平面直角坐标系 xOy 中，若点 $A(x_1, 2)$ 和 $B(x_2, 4)$ 在反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k > 0)$ 图象上，

则下列关系式正确的是（ ）

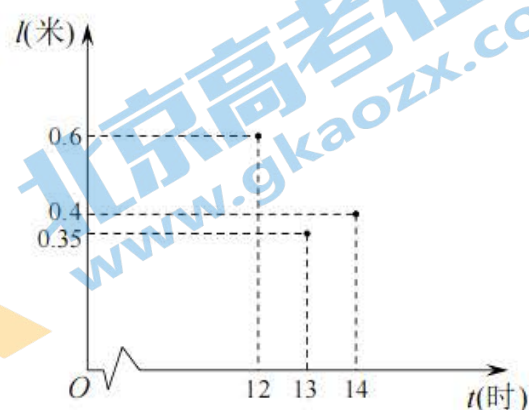
- A. $x_1 > x_2 > 0$ B. $x_2 > x_1 > 0$ C. $x_1 < x_2 < 0$ D. $x_2 < x_1 < 0$

7. 如图，在 $\odot O$ 中， AB 是直径，弦 AC 的长为 5，点 D 在圆上，且 $\angle ADC = 30^\circ$ ，则 $\odot O$ 的半径为（ ）

- A. 2.5 B. 5
C. 7.5 D. 10



8. 太阳影子定位技术是通过分析视频中物体的太阳影子变化, 确定视频拍摄地点的一种方法. 为了确定视频拍摄地的经度, 我们需要对比视频中影子最短的时刻与同一天东经120度影子最短的时刻. 在一定条件下, 直杆的太阳影子长度 l (单位: 米) 与时刻 t (单位: 时) 的关系满足函数关系 $l = at^2 + bt + c$ (a, b, c 是常数), 如图记录了三个时刻的数据, 根据上述函数模型和记录的数据, 则该地影子最短时, 最接近的时刻 t 是 ()



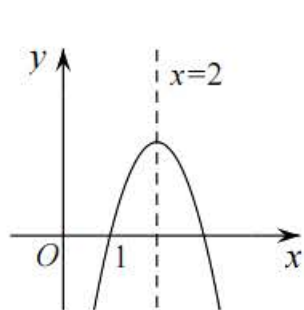
- A. 12.75 B. 13 C. 13.33 D. 13.5

二、填空题 (本题共 16 分, 每小题 2 分)

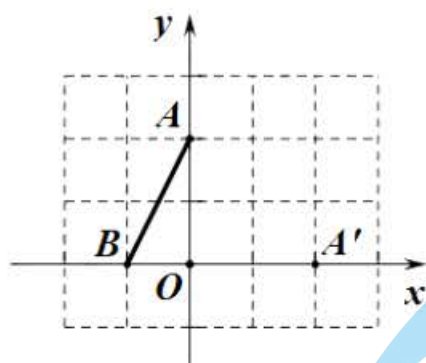
9. 点 $A(-3, y_1)$, $B(2, y_2)$ 在抛物线 $y = -x^2$ 上, 则 y_1 _____ y_2 (填 “>”, “<” 或 “=”).

10. 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 的对称轴为直线 $x = 2$, 与 x 轴的一个交点为 $(1, 0)$, 则关于 x 的方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 的解为 _____.

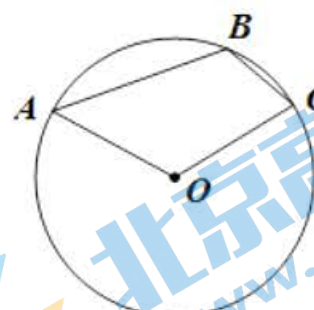
11. 某件商品的销售利润 y (元) 与商品销售单价 x (元) 之间满足 $y = -x^2 + 6x - 7$, 不考虑其他因素, 销售一件该商品的最大利润为 _____ 元.



第 10 题图



第 13 题图



第 14 题图

12. 在平面直角坐标系 xOy 中, 反比例函数 $y = \frac{2}{x}$ 的图象与正比例函数 $y = mx$ 的图象交于 A, B 两点, 点 A 的坐标为 $(1, a)$, 则点 B 的坐标为 _____.

13. 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 点 A 、点 B 的坐标分别为 $(0, 2)$, $(-1, 0)$, 将线段 AB 绕点 O 顺时针旋转, 若点 A 的对应点 A' 坐标为 $(2, 0)$, 则点 B 的对应点 B' 的坐标为 _____.

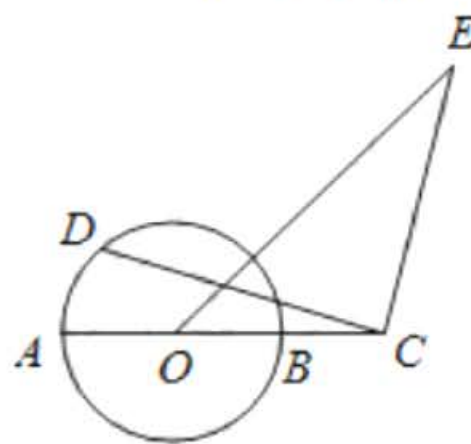
14. 如图, 点 A, B, C 都在 $\odot O$ 上, 如果 $\angle AOC = \angle ABC$, 那么 $\angle A + \angle C$ 的度数为 _____.

15. 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ，自变量 x 与函数 y 的对应值如下表. 则当 $-3 < x < 3$ 时, y 满足的范围是_____.

x	...	-3	-1	1	3	...
y	...	-4	2	4	2	...

16. 如图, 在 $\odot O$ 中, 直径 $AB = 2$, 延长 AB 至 C , 使 $BC = OB$, 点 D 在 $\odot O$ 上运动, 连接 CD , 将 CD 绕点 C 顺时针旋转 90° 得到 CE , 连接 OE , 则线段 OE 的最大值为_____.

第 16 题图



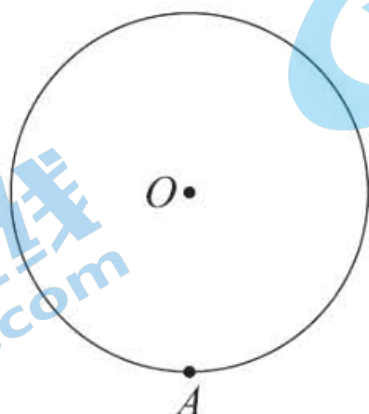
三、解答题 (本题共 68 分, 17 题 6 分, 18 题 4 分, 19-22 题每题 5 分, 23-26 题每题 6 分, 27、28 题每题 7 分)

17. 解方程: (1) $x^2 - 8x = 0$; (2) $x^2 + 5x + 4 = 0$.

18. 下面是小美设计的“过圆上一点作圆的切线”的尺规作图过程.

已知: 点 A 在 $\odot O$ 上.

求作: $\odot O$ 的切线 AB .



作法: ①作射线 OA ;

②以点 A 为圆心, 适当长为半径作弧, 交射线 OA 于点 C 和点 D ;

③分别以点 C, D 为圆心, 大于 $\frac{1}{2}CD$ 长为半径作弧, 两弧交点 B ;

④作直线 AB .

则直线 AB 即为所求作的 $\odot O$ 的切线.

根据小美设计的尺规作图过程, 解决下面的问题:

(1) 使用直尺和圆规, 补全图形; (保留作图痕迹)

(2) 完成下面的证明.

证明: 连接 BC, BD .

由作图可知,

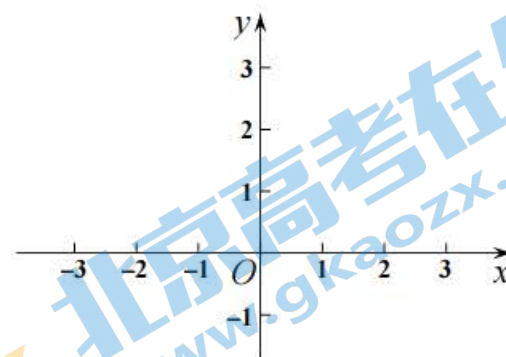
$AC=AD, BC=$ _____.

$\therefore BA$ _____ OA .

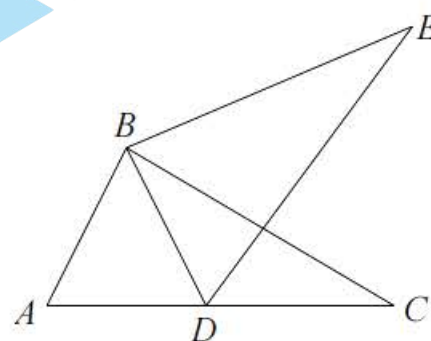
$\because$ 点 A 在 $\odot O$ 上,

$\therefore$ 直线 AB 是 $\odot O$ 的切线(_____) (填写推理依据) .

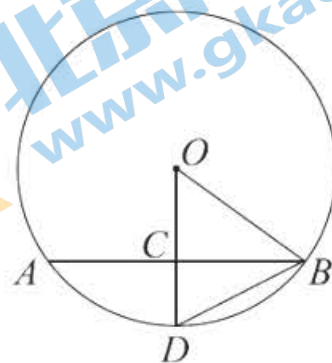
19. 求抛物线 $y = x^2 - 2x$ 的对称轴和顶点坐标, 并画出图象.



20. 如图, 将 $\triangle ABC$ 绕点 B 旋转得到 $\triangle DBE$, 且 A, D, C 三点在同一条直线上.
求证: DB 平分 $\angle ADE$.



21. 如图, AB 是 $\odot O$ 的一条弦, 点 C 是 AB 的中点, 连接 OC 并延长交劣弧 AB 于点 D , 连接 OB , DB . 若 $AB=4$, $CD=1$, 求 $\triangle BOD$ 的面积.

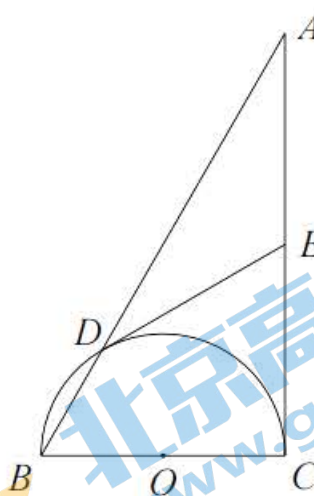


22. 关于 x 的一元二次方程 $x^2 - (k+3)x + 2k+2 = 0$.

- (1) 求证: 方程总有两个实数根;
- (2) 若方程有一个根小于 1, 求 k 的取值范围.

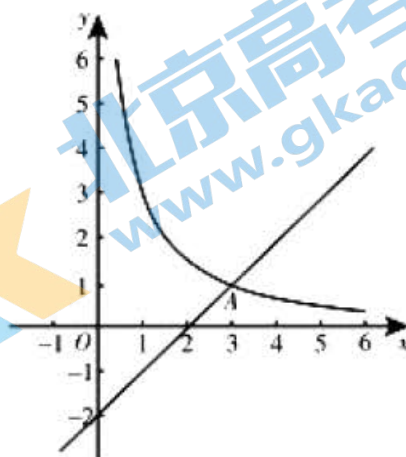
23. 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, 以 BC 为直径的半圆交 AB 于点 D , O 是该半圆所在圆的圆心, E 为线段 AC 上一点, 且 $ED=EA$.

- (1) 求证: ED 是 $\odot O$ 的切线;
- (2) 若 $ED=2\sqrt{3}$, $\angle A=30^\circ$, 求 $\odot O$ 的半径.



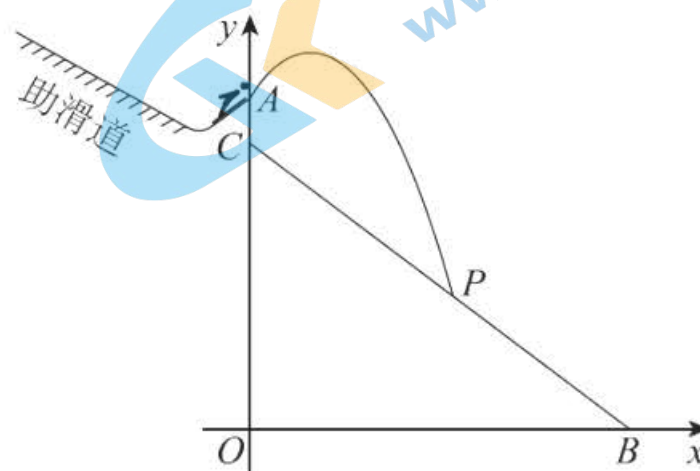
24. 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 函数 $y = \frac{k}{x}$ ($x > 0$) 的图象与直线 $y = x - 2$ 交于点 $A(3, m)$.

- (1) 求 k, m 的值
- (2) 已知点 $P(n, n)$ ($n > 0$), 经过 P 作平行于 x 轴的直线, 交直线 $y = x - 2$ 于点 M , 过 P 点做平行于 y 轴的直线, 交函数 $y = \frac{k}{x}$ ($x > 0$) 的图象于点 N .
 - ① 当 $n=1$ 时, 判断线段 PM 与 PN 的数量关系并说明理由;
 - ② 若 $PN \geq PM$, 结合函数的图象, 直接写出 n 的取值范围.



25. 跳台滑雪是冬季奥运会的比赛项目之一. 如图, 运动员通过助滑道后在点 A 处起跳, 经空中飞行后落在着陆坡 BC 上的点 P 处, 他在空中飞行的路线可以看作抛物线的一部分. 这里 OA 表示起跳点 A 到地面 OB 的距离, OC 表示着陆坡 BC 的高度, OB 表示着陆坡底端 B 到点 O 的水平距离. 建立如图所示的平面直角坐标系, 从起跳到着陆的过程中, 运动员的竖直高度 y (单位: m) 与水平距离 x (单位: m) 近似满足函数关系: $y = -\frac{1}{16}x^2 + bx + c$. 已知 $OA = 70m$, $OC = 60m$, 落点 P 的水平距离是 $40m$, 竖直高度是 $30m$.

- (1) 点 A 的坐标是_____, 点 P 的坐标是_____;
- (2) 求满足的函数关系 $y = -\frac{1}{16}x^2 + bx + c$;
- (3) 运动员在空中飞行过程中, 当他与着陆坡 BC 竖直方向上的距离达到最大时, 求出此时的水平距离.

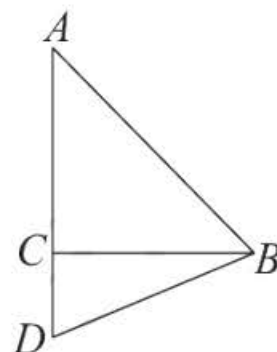


26. 在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a > 0$) 的对称轴为 $x = t$, 两个不同的点 $(3, m)$, $(t+1, n)$ 在抛物线上.

- (1) 若 $m=n$ ，求 t 的值；
 (2) 若 $n < m < c$ ，求 t 的取值范围.

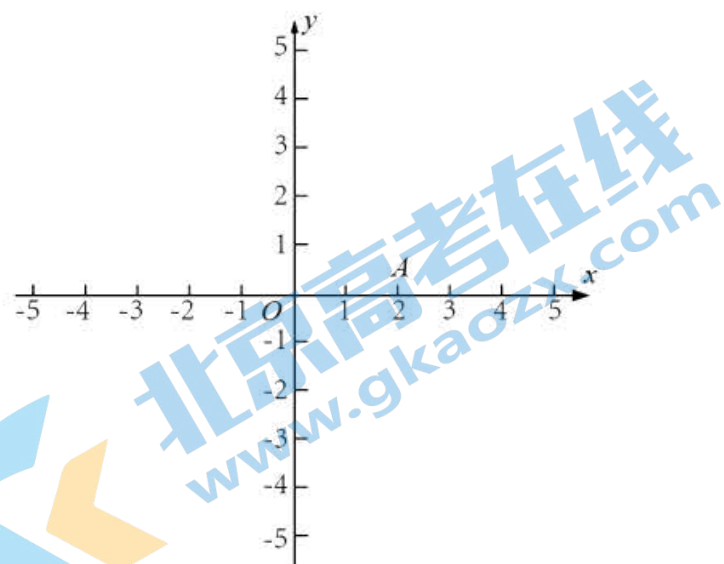
27. 如图， $\triangle ABC$ 是等腰直角三角形， $\angle ACB=90^\circ$ ， $AC=BC$ ， D 为 AC 延长线上一点，连接 BD ，将线段 BD 绕点 D 逆时针旋转 90° 得到线段 DE ，过点 E 作 $EF \perp AC$ 于点 F ，连接 AE .

- (1) 依题意补全图形；
 (2) 比较 AF 与 CD 的大小，并证明；
 (3) 连接 BE ， G 为 BE 的中点，连接 CG ，
 用等式表示线段 CD ， CG ， BC 之间的数量关系，并证明.



28. 在平面直角坐标系 xOy 中，给定线段 AB 和点 P ，若满足 $PA < AB < PB$ 或者 $PB < AB < PA$ ，则称点 P 为线段 AB 的偏序点.

- (1) 已知点 $A(2,0)$ ，
 ①在点 $B_1(-1,0)$, $B_2(1,\sqrt{3})$, $B_3(2,3)$, $B_4(3,-1)$ 中，是线段 OA 的偏序点的有_____；
 ②若直线 $l: y = x + b$ 上存在线段 OA 的偏序点，求 b 的取值范围.
 (2) 已知点 $M(-1,0)$ ， $N(0,\sqrt{3})$ ， $\odot C$ 是以 1 为半径的圆，并且圆心 C 在 x 轴上运动，
 若线段 MN 上的点均为 $\odot C$ 的直径的偏序点，直接写出点 C 的横坐标 c 的取值范围.



北京初三高一高二高三期中试题下载

京考一点通团队整理了【**2023 年 10-11 月北京各区各年级期中试题 & 答案汇总**】专题，及时更新最新试题及答案。

通过【**京考一点通**】公众号，对话框回复【**期中**】或者点击公众号底部栏目<**试题专区**>，进入各年级汇总专题，查看并下载电子版试题及答案！

