北京市东城区 2019-2020 学年度第二学期高三综合练习（一）

数　学

2020.5

本试卷共 4 页，共 150 分。考试时长 120 分钟。考生务必将答案答在答题卡上，在试卷上作答无效。考试结束后，将答题卡一并交回。

第一部分（选择题　共 40 分）

一、选择题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

(1) 已知集合 $A=\{x\,|\,x-1>0\}$，$B=\{-1,0,1,2\}$，那么 $A\cap B=$

(A) $\{-1,0\}$　　(B) $\{0,1\}$　　(C) $\{-1,0,1,2\}$　　(D) $\{2\}$

(2) 函数 $f(x)=\sqrt{\dfrac{x-2}{x^2+1}}$ 的定义域为

(A) $(-1,2]$　　(B) $[2,+\infty)$

(C) $(-\infty,-1)\cup[1,+\infty)$　　(D) $(-\infty,-1)\cup[2,+\infty)$

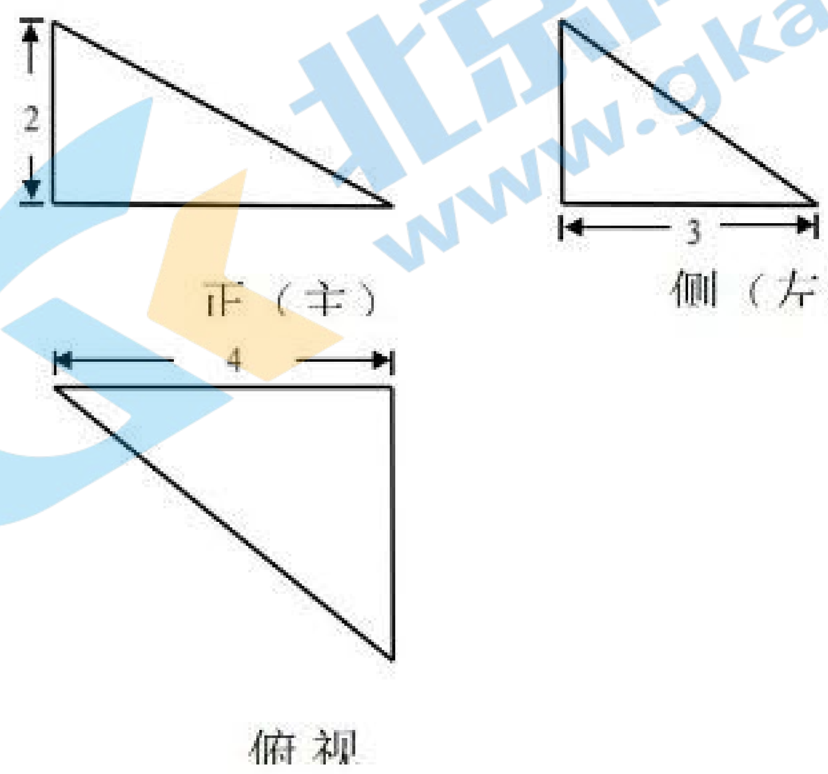
(3) 已知 $\dfrac{2}{1+ai}=1-\mathrm{i}\ (a\in\mathbf{R})$，则 $a=$

(A) 1　　(B) 0　　(C) -1　　(D) -2

(4) 若双曲线 $C:x^2-\dfrac{y^2}{b^2}=1\ (b>0)$ 的一条渐近线与直线 $y=2x+1$ 平行，则 b 的值为

(A) 1　　(B) $\sqrt{2}$　　(C) $\sqrt{3}$　　(D) 2

(5) 如图所示，某三棱锥的正（主）视图、俯视图、侧（左）视图均为直角三角形，则该三棱锥的体积为



(A) 4

(B) 6

(C) 8

(D) 12

(6) 已知 $x<-1$，那么在下列不等式中，不成立的是

(A) $x^2-1>0$　　(B) $x+\dfrac{1}{x}<-2$

(C) $\sin x-x>0$　　(D) $\cos x+x>0$

(7)在平面直角坐标系中，动点 M 在单位圆上按逆时针方向作匀速圆周运动，每12分钟转动一周. 若点 M 的初始位置坐标为 $(\frac{1}{2},\frac{\sqrt{3}}{2})$，则运动到3分钟时，动点 M 所处位置的坐标是

(A) $(\frac{\sqrt{3}}{2},\frac{1}{2})$　　(B) $(-\frac{1}{2},\frac{\sqrt{3}}{2})$

(C) $(-\frac{\sqrt{3}}{2},\frac{1}{2})$　　(D) $(-\frac{\sqrt{3}}{2},-\frac{1}{2})$

(8) 已知三角形 ABC，那么 “$|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}|>|\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}|$” 是 “三角形 ABC 为锐角三角形” 的

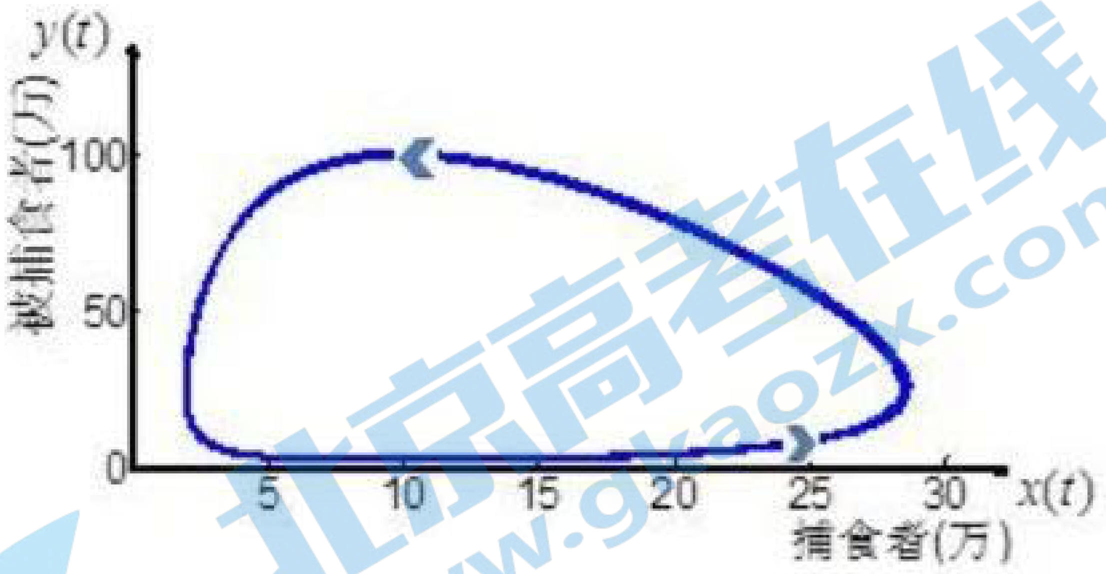
(A)充分而不必要条件　　(B)必要而不充分条件

(C)充分必要条件　　(D)既不充分也不必要条件

(9) 设 O 为坐标原点，点 $A(1,0)$，动点 P 在抛物线 $y^2=2x$ 上，且位于第一象限，M 是线段 PA 的中点，则直线 OM 的斜率的范围为

(A) $(0,\ 1]$　　(B) $(0,\frac{\sqrt{2}}{2})$　　(C) $(0,\frac{\sqrt{2}}{2}]$　　(D) $[\frac{\sqrt{2}}{2},+\infty)$

(10) 假设存在两个物种，前者有充足的食物和生存空间，而后者仅以前者为食物，则我们称前者为被捕食者，后者为捕食者. 现在我们来研究捕食者与被捕食者之间理想状态下的数学模型. 假设捕食者的数量以 $x(t)$ 表示，被捕食者的数量以 $y(t)$ 表示. 下图描述的是这两个物种随时间变化的数量关系，其中箭头方向为时间增加的方向. 下列说法正确的是：



(A) 若在 t_1，t_2 时刻满足：$y(t_1)=y(t_2)$，则 $x(t_1)=x(t_2)$；

(B) 如果 $y(t)$ 数量是先上升后下降的，那么 $x(t)$ 的数量一定也是先上升后下降；

(C) 被捕食者数量与捕食者数量不会同时到达最大值或最小值；

(D) 被捕食者数量与捕食者数量总和达到最大值时，被捕食者的数量也会达到最大值.

第二部分（非选择题　共 110 分）

二、填空题共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分。

(11) 已知向量 $\boldsymbol{a}=(m,1),\ \boldsymbol{b}=(1,-2),\ \boldsymbol{c}=(2,3)$，若 $\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$ 与 $\boldsymbol{c}$ 共线，则实数 $m=$____.

(12) 在 $(x+\frac{2}{x})^6$ 的展开式中常数项为____. (用数字作答)

(13) 圆心在 x 轴上，且与直线 $l_1:y=x$ 和 $l_2:y=x-2$ 都相切的圆的方程为____.

(14) $\triangle ABC$ 是等边三角形，点 D 在边 AC 的延长线上，且 $AD=3CD$，$BD=2\sqrt{7}$，则 $CD=$____，$\sin\angle ABD=$____.

(15) 设函数 $f(x)=\begin{cases} a(x+1), & x<0, \\ 2^{x-a}+2^{a-x}, & x\geq 0. \end{cases}$ 给出下列四个结论：

① 对 $\forall a>0$，$\exists t\in\mathbf{R}$，使得 $f(x)=t$ 无解；

② 对 $\forall t>0$，$\exists a\in\mathbf{R}$，使得 $f(x)=t$ 有两解；

③ 当 $a<0$ 时，$\forall t>0$，使得 $f(x)=t$ 有解；

④ 当 $a>2$ 时，$\exists t\in\mathbf{R}$，使得 $f(x)=t$ 有三解.

其中，所有正确结论的序号是__.

注：本题给出的结论中，有多个符合题目要求。全部选对得5 分，不选或有错选得0分，其他得3 分。

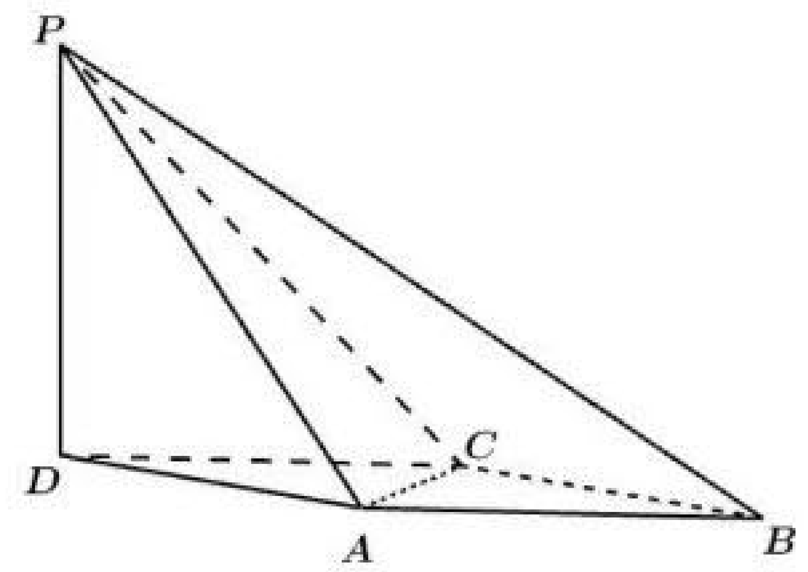
三、解答题共 6 小题，共 85 分。解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程。

(16)（本小题 14 分）

如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，$PD\perp$ 面 $ABCD$，底面 $ABCD$ 为平行四边形，$AB\perp AC$，$AB=AC=1$，$PD=1$.

（Ⅰ）求证：$AD//$ 平面 PBC；

（Ⅱ）求二面角 $D-PC-B$ 的余弦值的大小.



(17)（本小题 14 分）

已知函数 $f(x)=a\sin(2x-\frac{\pi}{6})-2\cos^2(x+\frac{\pi}{6})(a>0)$，且满足______.

（Ⅰ）求函数 $f(x)$ 的解析式及最小正周期；

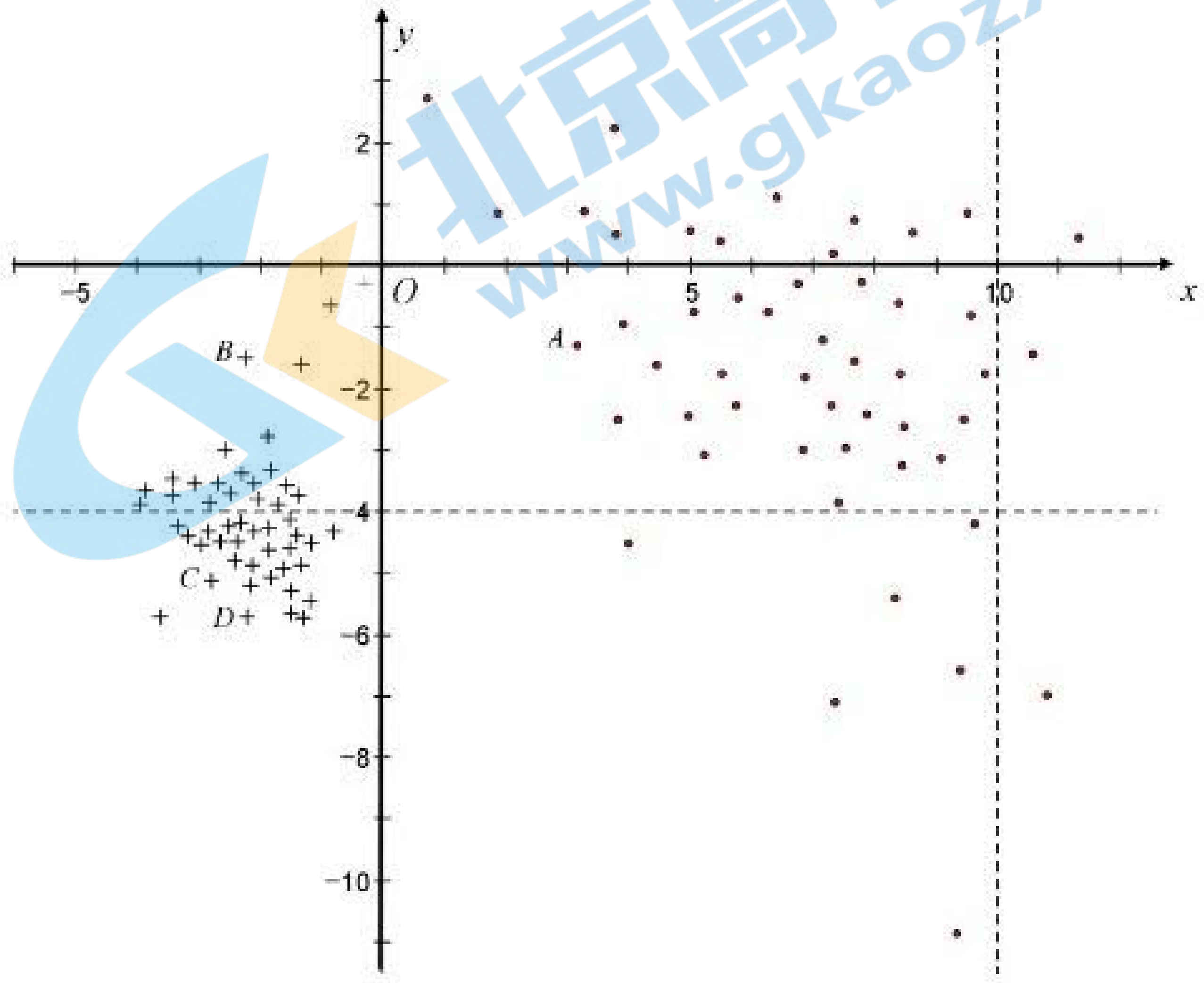
（Ⅱ）若关于 x 的方程 $f(x)=1$ 在区间 $[0,m]$ 上有两个不同解，求实数 m 的取值范围.

从① $f(x)$ 的最大值为 1，② $f(x)$ 的图象与直线 $y=-3$ 的两个相邻交点的距离等于 π，③ $f(x)$ 的图象过点 $(\frac{\pi}{6},0)$ 这三个条件中选择一个，补充在上面问题中并作答.

注：如果选择多个条件分别解答，按第一个解答计分。

(18)（本小题 14 分）

中国北斗卫星导航系统是中国自行研制的全球卫星导航系统，预计 2020 年北斗全球系统建设将全面完成. 下图是在室外开放的环境下，北斗二代和北斗三代定位模块，分别定位的50个点位的横、纵坐标误差的值，其中“•”表示北斗二代定位模块的误差的值，“+”表示北斗三代定位模块的误差的值.（单位:米）



（Ⅰ）从北斗二代定位的50个点位中随机抽取一个，求此点横坐标误差的值大于10米的概率；

（Ⅱ）从图中 A,B,C,D 四个点位中随机选出两个，记 X 为其中纵坐标误差的值小于 -4 的点位的个数，求 X 的分布列和数学期望；

（Ⅲ）试比较北斗二代和北斗三代定位模块纵坐标误差的方差的大小.（结论不要求证明）

(19) （本小题 14 分）

已知椭圆 $E:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$，它的上，下顶点分别为 A，B，左，右焦点分别为 F_1，F_2，若四边形 AF_1BF_2 为正方形，且面积为 2.

（Ⅰ）求椭圆 E 的标准方程；

（Ⅱ）设存在斜率不为零且平行的两条直线 l_1，l_2，与椭圆 E 分别交于点 C,D,M,N，且四边形 $CDMN$ 是菱形，求出该菱形周长的最大值.

(20) （本小题 15 分）

已知函数 $f(x)=x(\ln x-ax)$ ($a\in\mathbf{R}$).

（Ⅰ）若 $a=1$，求曲线 $y=f(x)$ 在点 $(1,f(1))$ 处的切线方程；

（Ⅱ）若 $f(x)$ 有两个极值点，求实数 a 的取值范围；

（Ⅲ）若 $a>1$，求 $f(x)$ 在区间 $(0,2a]$ 上的最小值.

(21)（本小题 14 分）

数列 A: x_1，x_2，$x_3,\cdots$，$x_n,\cdots$，对于给定的 $t(t>1$，$t\in N_+)$，记满足不等式：$x_n-x_t\geq t^*(n-t)(\forall n\in N_+$，$n\neq t)$ 的 t^* 构成的集合为 $T(t)$.

（Ⅰ）若数列 A: $x_n=n^2$，写出集合 $T(2)$；

（Ⅱ）如果 $T(t)$ $(t\in N_+$，$t>1)$ 均为相同的单元素集合，求证：数列 x_1，$x_2,\cdots$，$x_n,\cdots$ 为等差数列；

（III）如果 $T(t)$ $(t\in N_+$，$t>1)$ 为单元素集合，那么数列 x_1，$x_2,\cdots$，$x_n,\cdots$ 还是等差数列吗？如果是等差数列，请给出证明；如果不是等差数列，请给出反例.

（考生务必将答案答在答题卡上，在试卷上作答无效）

北京市东城区 2019-2020 学年度第二学期高三综合练习（一）

数学参考答案及评分标准　　2020.5

一、选择题（共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分）

（1）D　（2）B　（3）A　（4）D　（5）A

（6）D　（7）C　（8）B　（9）C　（10）C

二、填空题（共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分）

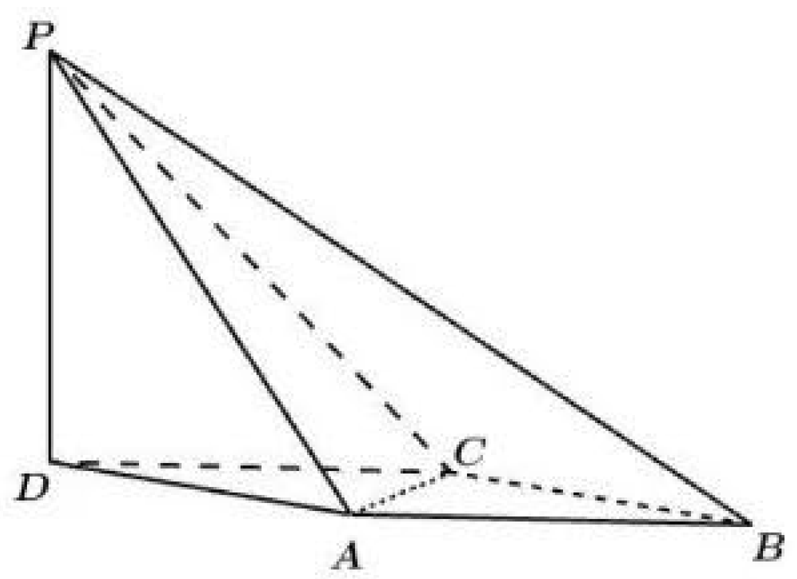
（11）3　（12）160

（13）$(x-1)^2+y^2=\frac{1}{2}$　（14）2，$\frac{3\sqrt{21}}{14}$

（15）③④

三、解答题共 6 小题，共 85 分。解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程。

(16)（本小题 14 分）



解：（Ⅰ）如图，因为 四边形 $ABCD$ 为平行四边形，

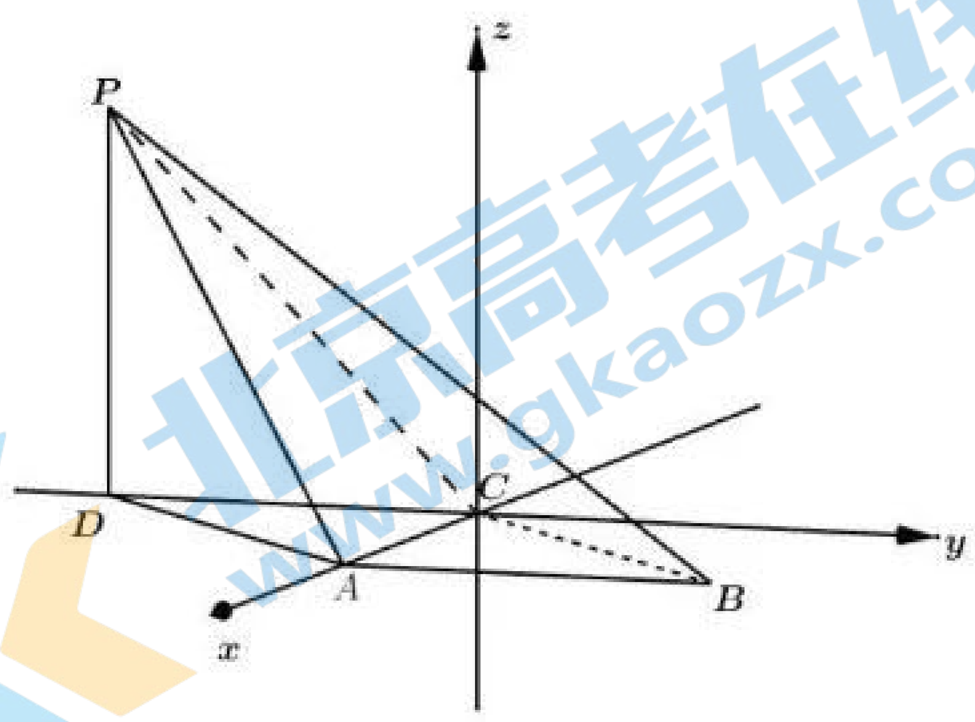
所以 $AD // BC$，

因为 $BC \subset$ 平面 PBC， $AD \not\subset$ 平面 PBC，

所以 $AD //$ 平面 PBC．　…………6 分

（Ⅱ）取 C 为坐标原点，过点 C 的 PD 平行线为 z 轴，

依题意建立如图所示的空间直角坐标系 $C-xyz$．



由题意得， $P(0,-1,1)$， $A(1,0,0)$， $C(0,0,0)$， $B(1,1,0)$．

所以 $\overrightarrow{PC}=(0,1,-1)$， $\overrightarrow{CB}=(1,1,0)$， $\overrightarrow{AC}=(-1,0,0)$．

设平面 PBC 的法向量为 $\boldsymbol{n}=(x,y,z)$，

则 $\begin{cases}\boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{PC}=0,\\ \boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{CB}=0,\end{cases}$ 即 $\begin{cases}y-z=0,\\ x+y=0.\end{cases}$

令 $y=-1$，则 $x=1$， $z=-1$．

所以 $\boldsymbol{n}=(1,-1,-1)$．

因为 $ABCD$ 为平行四边形，且 $AB \perp AC$，

所以 $CD \perp AC$．

因为 $PD \perp$ 面 $ABCD$，

所以 $PD \perp AC$．

又因为 $CD \cap PD = D$，

所以 $AC \perp$ 面 PDC．

所以 平面 PDC 的法向量为 $\overrightarrow{AC}=(-1,0,0)$，

所以 $\cos\langle \boldsymbol{n},\overrightarrow{AC}\rangle=\dfrac{\boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{AC}}{|\boldsymbol{n}||\overrightarrow{AC}|}=-\dfrac{\sqrt{3}}{3}$，

由题意可知二面角 $D-PC-B$ 的平面角为钝角，

所以二面角 $D-PC-B$ 余弦值的大小为 $-\dfrac{\sqrt{3}}{3}$. ……………………………………14 分

(17)（本小题 14 分）

解：（Ⅰ）因为 $f(x)=a\sin(2x-\frac{\pi}{6})-\cos 2(x+\frac{\pi}{6})-1$

$$=a\sin(2x-\frac{\pi}{6})-\cos(2x+\frac{\pi}{3})-1$$

$$=a\sin(2x-\frac{\pi}{6})-\cos[(2x-\frac{\pi}{6})+\frac{\pi}{2}]-1$$

$$=(a+1)\sin(2x-\frac{\pi}{6})-1$$

所以 函数 $f(x)$ 的最小正周期 $T=\pi$.

因为 $a>0$，所以函数 $f(x)$ 的最大值和最小值分别为 $a,-a-2$.

若选①，则 $a=1$ ，函数 $f(x)=2\sin(2x-\frac{\pi}{6})-1$；

若选②，则 -3 为函数 $f(x)$ 的最小值，从而 $a=1$ ，函数 $f(x)=2\sin(2x-\frac{\pi}{6})-1$；

选③，$(a+1)\sin(2\times\frac{\pi}{6}-\frac{\pi}{6})-1=1$，从而 $a=1$ ，函数 $f(x)=2\sin(2x-\frac{\pi}{6})-1$ ……8 分

（Ⅱ）由（Ⅰ）知函数 $f(x)$ 的最大值为 1；

因为 关于 x 的方程 $f(x)=1$ 在区间 $[0,m]$ 上有两个不同解，

当 $x\in[0,m]$ 时， $2x-\frac{\pi}{6}\in[-\frac{\pi}{6},2m-\frac{\pi}{6}]$.

所以 $\frac{5\pi}{2}\leqslant 2m-\frac{\pi}{6}<\frac{9\pi}{2}$，解得 $\frac{4\pi}{3}\leqslant m<\frac{7\pi}{3}$.

所以，实数 m 的取值范围是 $[\frac{4\pi}{3},\frac{7\pi}{3})$. ……………………………………14 分

(18)（本小题 14 分）

解（Ⅰ）由图知，在北斗二代定位的 50 个点中，横坐标误差的绝对值大于 10 米有 3 个点，

所以 从中随机选出一点，此点横坐标误差的绝对值大于 10 米的概率为 $\dfrac{3}{50}=0.06$. …………4 分

（Ⅱ）由图知，A，B，C，D 四个点位中纵坐标误差值小于 -4 的有两个点：C，D.

所以 X 所有可能取值为 $0,1,2$.

$P(X=0)=\dfrac{C_2^0}{C_4^2}=\dfrac{1}{6}$,

$P(X=1)=\dfrac{C_2^1C_2^1}{C_4^2}=\dfrac{2}{3}$,

$P(X=2)=\dfrac{C_2^2}{C_4^2}=\dfrac{1}{6}$.

所以 X 的分布列为

X	0	1	2
P	$\frac{1}{6}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{6}$

所以 X 的期望 $EX=0\times\dfrac{1}{6}+1\times\dfrac{2}{3}+2\times\dfrac{1}{6}=1$. …………12 分

（III）北斗二代定位模块纵坐标误差的方差大于北斗三代. …………14 分

(19) （本小题 14 分）

解：（ I ）因为 $E:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$，

所以 $a^2=b^2+c^2$.

因为 四边形 AF_1BF_2 为正方形，且面积为 2，

所以 $2b=2c$，$\dfrac{1}{2}(2b)\times(2c)=2$.

所以 $b=c=1$，$a^2=b^2+c^2=2$.

所以 椭圆 $E:\dfrac{x^2}{2}+y^2=1$. …………4 分

（II）设平行直线 $l_1: y=kx+m$，$l_2: y=kx-m$，

不妨设直线 $y=kx+m$ 与 $\dfrac{x^2}{2}+y^2=1$ 交于 $C(x_1,y_1),D(x_2,y_2)$，

由 $\begin{cases}\dfrac{x^2}{2}+y^2=1\\ y=kx+m\end{cases}$，得 $x^2+2(kx+m)^2=2$，

化简得：$(2k^2+1)x^2+4kmx+2m^2-2=0$，

其中 $\Delta=(4km)^2-4\times(2k^2+1)\times(2m^2-2)=16k^2-8m^2+8>0$，即 $m^2<2k^2+1$.

所以 $x_1+x_2=-\dfrac{4km}{2k^2+1}$，$x_1x_2=\dfrac{2m^2-2}{2k^2+1}$，

由椭圆的对称性和菱形的中心对称性，可知 $OC\perp OD$，

所以 $x_1x_2+y_1y_2=0$，$y_1=kx_1+m$，$y_2=kx_2+m$，

$$x_1x_2+y_1y_2=(1+k^2)x_1x_2+km(x_1+x_2)+m^2$$
$$=\frac{(2m^2-2)(1+k^2)-4k^2m^2+m^2(2k^2+1)}{2k^2+1}$$
$$=\frac{2k^2m^2+2m^2-2k^2-2-4k^2m^2+2k^2m^2+m^2}{2k^2+1},$$
$$=\frac{3m^2-2k^2-2}{2k^2+1}$$

所以 $3m^2=2k^2+2$.

$$|CD|=\sqrt{(1+k^2)[(x_1+x_2)^2-4x_1x_2]}$$
$$=\sqrt{(1+k^2)[\frac{16k^2m^2}{(2k^2+1)^2}-\frac{8(m^2-1)}{2k^2+1}]}$$
$$=\sqrt{\frac{(1+k^2)(32k^2+8)}{3(2k^2+1)^2}}$$
$$=\sqrt{\frac{8}{3}+\frac{8k^2}{3(2k^2+1)^2}}$$
$$=\sqrt{\frac{8}{3}+\frac{8}{3(4k^2+4+\frac{1}{k^2})}}$$
$$\le\sqrt{\frac{8}{3}+\frac{8}{3(4+2\sqrt{4k^2\cdot\frac{1}{k^2}})}}$$
$$=\sqrt{3}$$

所以 当且仅当 $k=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}$ 时，$|CD|$的最大值为 $\sqrt{3}$.

此时 四边形 $CDMN$ 周长最大值为 $4\sqrt{3}$. …………14 分

(20)（本小题 15 分）

解：（Ⅰ）当 $a=1$时，$f'(x)=\ln x-2x+1$，

所以 $f'(1)=-1$.

又因为 $f(1)=-1$，

所以 切线方程为 $y+1=-(x-1)$，即 $x+y=0$. …………4 分

（Ⅱ）$f'(x)=\ln x-2ax+1$，

设 $g(x)=\ln x-2ax+1$，

当 $a\leqslant 0$ 时,易证 $g(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 单调递增，不合题意.

当 $a>0$ 时 $g'(x)=\dfrac{1}{x}-2a$，

令 $g'(x)=0$，得 $x=\dfrac{1}{2a}$，

当 $x\in\left(0,\dfrac{1}{2a}\right)$ 时，$g'(x)>0$，$g(x)$ 在 $\left(0,\dfrac{1}{2a}\right)$ 上单调递增，

当 $x\in\left(\dfrac{1}{2a},+\infty\right)$ 时，$g'(x)<0$，$g(x)$ 在 $\left(\dfrac{1}{2a},+\infty\right)$ 上单调递减，

所以 $g(x)$ 在 $x=\dfrac{1}{2a}$ 处取得极大值 $g\left(\dfrac{1}{2a}\right)=\ln\dfrac{1}{2a}$.

依题意，函数 $g(x)=\ln x-2ax+1$ 有两个零点，

则 $g\left(\dfrac{1}{2a}\right)=\ln\dfrac{1}{2a}>0$, 即 $\dfrac{1}{2a}>1$，

解得 $0<a<\dfrac{1}{2}$.

又由于 $\dfrac{1}{e}<1<\dfrac{1}{2a}$，$g\left(\dfrac{1}{e}\right)=-2a\cdot\dfrac{1}{e}<0$，$e^{\frac{1}{2a}+2}>\dfrac{1}{2a}$，

由 $e^x>x^2+1(x>0)$ 得

$$g(e^{\frac{1}{2a}+2})=\frac{1}{2a}+2-2a\cdot e^{\frac{1}{2a}+2}+1<\frac{1}{2a}+2-2a\cdot\left[(\frac{1}{2a}+2)^2+1\right]+1=-1-10a<0$$

实数 a 的取值范围为 $0<a<\dfrac{1}{2}$ 时，$f(x)$ 有两个极值点. …………13 分

（III）由（II）可知，当 $a>1$ 时，$g(x)<g\left(\dfrac{1}{2a}\right)=\ln\dfrac{1}{2a}<\ln\dfrac{1}{2}<0$，

所以 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递减，

$f(x)$ 在区间 $(0,2a]$ 上的最小值为 $f(2a)=2a(\ln 2a-2a^2)$. ………15 分

(21)（本小题 14 分）

解：（I）由于 A: $x_n=n^2$，$T(2)$ 为满足不等式 $x_n-x_t\ge t^*(n-t)(\forall n\in\mathrm{N}_+)$ 的 t^* 构成的集合，

所以 有：$n^2-4\ge t^*(n-2)(\forall n\in\mathrm{N}_+,n\ne t)$，

当 $n>2$ 时，上式可化为 $n+2\ge t^*$，

所以 $5\ge t^*$.

当 $n=1$ 时，上式可化为 $3\le t^*$

所以 $T(2)$ 为 $[3,5]$. …………4 分

(Ⅱ) 对于数列 A: x_1, x_2, $x_3,\cdots$, $x_n,\cdots$, 若 $T(t)$ $(\forall t\in \mathrm{N}_+$, $t>1)$ 中均只有同一个元素，不妨设为 a.

下面证明数列 A 为等差数列.

当 $n=t+1$ 时，有 $x_{t+1}-x_t\ge a(\forall t>1)\cdots\cdots(1)$；

当 $n=t-1$ 时，有 $x_t-x_{t-1}\le a(\forall t>1)\cdots\cdots(2)$；

由于(1)，(2)两式对任意大于 1 的整数均成立，

所以 有 $x_{t+1}-x_t=a(\forall t>1)$ 成立，从而数列 x_1，$x_2,\cdots$，$x_n,\cdots$ 为等差数列. …………8 分

(Ⅲ) 对于数列 A: x_1, x_2, $x_3,\cdots$, $x_n,\cdots$, 不妨设 $T(i)=\{a\}$, $T(j)=\{b\}$, $1<i<j$, $a\ne b$,

由 $T(i)=\{a\}$ 可知: $x_j-x_i\ge a(j-i)$,

由 $T(j)=\{b\}$ 可知: $x_i-x_j\ge b(i-j)$, 即 $x_j-x_i\le b(j-i)$,

从而 $a(j-i)\le x_j-x_i\le b(j-i)$,

所以 $a\le b$.

设 $T(i)=\{t_i\}$, 则 $t_2\le t_3\le\cdots\le t_n\le\cdots$,

这说明如果 $1<i<j$, 则 $t_i\le t_j$.

因为对于数列 A: x_1, x_2, $x_3,\cdots$, $x_n,\cdots$, $T(t)$ $(\forall t\in \mathrm{N}_+$, $t>1)$ 中均只有一个元素,

首先考察 $t=2$ 时的情况，不妨设 $x_2>x_1$,

因为 $x_2-x_1\le t_2$, 又 $T(2)$ 为单元素集,

所以 $x_2-x_1=t_2$.

再证 $t_3=x_3-x_2$, 证明如下:

由 t_3 的定义可知: $t_3\ge x_3-x_2$, $t_3\ge\dfrac{x_3-x_1}{2}$,

所以 $t_3=\max\left\{x_3-x_2,\dfrac{x_3-x_1}{2}\right\}$

又由 t_2 的定义可知 $x_3-x_2\ge t_2=x_2-x_1$,

所以 $t_3\ge x_3-x_2\ge\dfrac{x_3-x_2+x_2-x_1}{2}=\dfrac{x_3-x_1}{2}$,

所以 $x_3-x_2=t_3$.

若$t_3 > t_2$，即$t_3 = x_3 - x_2 > t_2$，

则存在正整数$m(m \geq 4)$，使得$(m-2)t_2 = x_m - x_2$ ……(3)，

由于$x_2 - x_1 = t_2 \leq x_3 - x_2 \leq t_3 \leq x_4 - x_3 \leq \cdots \leq x_k - x_{k-1} \leq t_k \leq \cdots$

所以 $x_m - x_2 = \sum_{i=3}^{m}(x_i - x_{i-1}) \geq \sum_{i=3}^{m} t_{i-1} > (m-2)t_2$，这与(3)矛盾.

所以 $t_3 = t_2$.

同理可证$t_2 = t_3 = t_4 = t_5 = \cdots$，

即数列A: x_1，x_2，x_3,…，x_n,…，为等差数列.　　　　…………14分

关于我们