

2018 北京临川学校高二（上）期末

数 学（文）

2018.1

一、选择题（每题只有一个正确选项，每题 5 分，共 60 分）

1. 若命题 $p: \exists x_0 > 0, \frac{1}{x_0} \leq 1$, 则命题 p 的否定是

- A. $\forall x > 0, \frac{1}{x} > 1$ B. $\forall x > 0, \frac{1}{x} \geq 1$ C. $\forall x \leq 0, \frac{1}{x} < 1$ D. $\forall x \leq 0, \frac{1}{x} \leq 1$

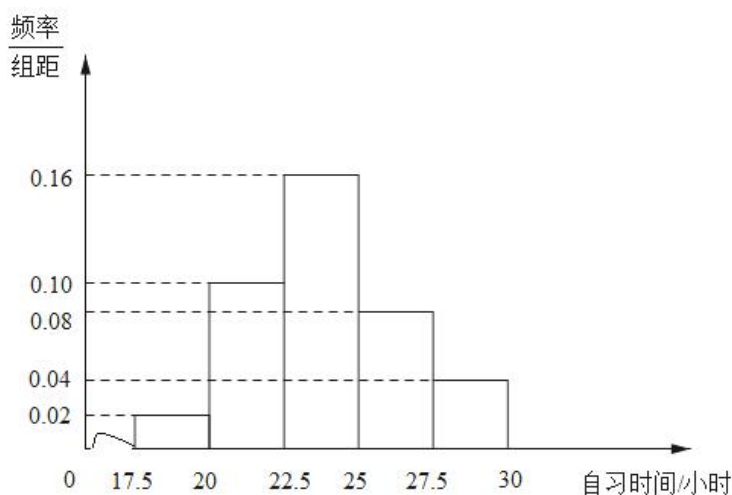
2. 已知 i 是虚数单位，复数 $z = 3 + 4i$ 对应的点在第（ ）象限

- A. 四 B. 三 C. 二 D. 一

3. 设 $x \in \mathbf{R}$, 则 “ $1 < x < 5$ ” 是 “ $-2 < x < 8$ ” 的

- (A) 充分而不必要条件 (B) 必要而不充分条件
(C) 充要条件 (D) 既不充分也不必要条件

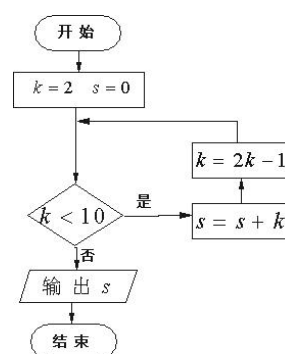
4. 某高校调查了 200 名学生每周的自习时间（单位：小时），制成了如图所示的频率分布直方图，其中自习时间的范围是 $[17.5, 30]$ ，样本数据分组为 $[17.5, 20)$, $[20, 22.5)$, $[22.5, 25)$, $[25, 27.5)$, $[27.5, 30)$. 根据直方图，这 200 名学生中每周的自习时间不少于 22.5 小时的人数是（ ）



- (A) 160 (B) 140 (C) 120 (D) 56

5. 执行如题（5）图所示的程序框图，则输出 s 的值为（ ）

- A. 10 B. 17 C. 19 D. 36



题 (5) 图

6. 椭圆 $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ 的离心率是（ ）

- A. $\frac{\sqrt{13}}{3}$ B. $\frac{\sqrt{5}}{3}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{5}{9}$

7. 双曲线 $\frac{x^2}{3} - y^2 = 1$ 的一个焦点坐标为 ()

A. $(\sqrt{2}, 0)$ B. $(0, \sqrt{2})$

C. $(2, 0)$ D. $(0, 2)$

8. 设函数 $y = f(x) = 5^x$, 当自变量 x 由 1 变为 3 时, 函数的平均变化率为 ()

A. 25 B. 60 C. 120 D. 125

9. 函数 $f(x) = x^2 - 2x$ 的单调递增区间是 ()

A. $(1, 2)$ B. $(-\infty, 1)$

C. $(1, +\infty)$ D. $(-\infty, 1)$ 和 $(2, +\infty)$

10. 函数 $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x + 1$ 的单调减区间是 ()

A. $(1, 2)$ B. $(2, +\infty)$

C. $(-\infty, 1)$ D. $(-\infty, 1)$ 和 $(2, +\infty)$

11. 已知 $y = f(x)$ 的导函数为 $y = f'(x)$, 且在 $x = 1$ 处的切线方程为 $y = -x + 3$, 则 $f(1) - f'(1) =$ ()

A. 2

B. 3

C. 4

D. 5

12. 已知双曲线 $3y^2 - mx^2 = 3m (m > 0)$ 的一个焦点与抛物线 $y = \frac{1}{8}x^2$ 的焦点重合, 则此双曲线的离心率为 ()

A. 2

B. $\sqrt{3}$

C. $\sqrt{5}$

D. 5

二、填空题 (每小题 5 分, 共 20 分)

13. 已知椭圆 $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$ 上的一点 P 到椭圆一个焦点的距离为 2, 则 P 到另一焦点距离为 _____.

14. 抛物线 $y^2 = 8x$ 下列抛物线的焦点坐标 _____.

15. 已知曲线 $y = f(x) = x^2 + 1$ 上一点 $A(2, 5)$, 则点 A 处的切线方程为 _____.

16. 若曲线 $y = x \ln x$ 上点 P 处的切线平行于直线 $2x - y + 1 = 0$, 则点 P 的坐标是 _____.

三、解答题 (写出必要的推理计算过程, 17 题 10 分, 其他每题 12 分, 共 70 分)

17. 设甲、乙、丙三个乒乓球协会的运动员人数分别为 27, 9, 18, 先采用分层抽样的方法从这三个协会中抽取 6 名运动员参加比赛.

(I) 求应从这三个协会中分别抽取的运动员人数；

(II) 将抽取的 6 名运动员进行编号, 编号分别为 $A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6$, 从这 6 名运动员中随机抽取 2 名参加双打比赛.

(i) 用所给编号列出所有可能的结果；

(ii) 设 A 为事件“编号为 A_5, A_6 的两名运动员至少有一人被抽到”, 求事件 A 发生的概率.

18. 求下列函数的导数

(1) $f(x) = x^3 + x$;

(2) $f(x) = \sin x + x$;

(3) $f(x) = e^x \cos x$;

(4) $f(x) = \frac{x-1}{x} - \ln x$

19 (1) 求函数 $f(x) = x^3 - 12x + 6$ 的递增区间 ;

(2) 求函数 $f(x) = x^3 - 12x + 6, x \in [-1, 3]$ 的最大值和最小值 .

20. 已知函数 $f(x) = e^x - ex$. ($e \approx 2.71828 \dots$)

(1) 求曲线 $y = f(x)$ 在点 $(0, 1)$ 处的切线方程;

(2) 求证：当 $x > 0$ 时， $f(x) \geq 0$.

21. 已知中心在原点的椭圆 C 的左焦点 $F(-\sqrt{3}, 0)$ ，右顶点 $A(2, 0)$.

(1) 求椭圆 C 的标准方程；

(2) 斜率为 $\frac{1}{2}$ 的直线 l 与椭圆 C 交于 A, B 两点，求弦长 $|AB|$ 的最大值及此时 l 的直线方程.

22. 已知函数 $f(x) = e^x(ax + b) - x^2 - 4x$ ，曲线 $y = f(x)$ 在点 $(0, f(0))$ 处的切线方程为 $y = 4x + 4$.

(1) 求 a, b 的值；

(2) 讨论 $f(x)$ 的单调性，并求 $f(x)$ 的极大值.

数学试题答案

一、选择题（每题只有一个正确选项，每题 5 分，共 60 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
选项	A	D	A	B	C	B	C	B	C	A	B	A

二、填空题（每小题 5 分，共 20 分）

13. 8 14. $(2, 0)$ 15. $4x - y - 3 = 0$ 16. (e, e)

三、解答题（写出必要的推理或计算过程，共 70 分）

17.

【解析】

(I) 由分层抽样方法可知应从甲、乙、丙这三个协会中分别抽取的运动员人数分别为 3,1,2; (II) (i) 一一列举,共 15 种; (ii) 符合条件的结果有 9 种,所以 $P(A) = \frac{9}{15} = \frac{3}{5}$.

试题解析: (I) 应从甲、乙、丙这三个协会中分别抽取的运动员人数分别为 3,1,2;

(II) (i) 从这 6 名运动员中随机抽取 2 名参加双打比赛, 所有可能的结果为 $\{A_1, A_2\}$,
 $\{A_1, A_3\}$, $\{A_1, A_4\}$, $\{A_1, A_5\}$, $\{A_1, A_6\}$, $\{A_2, A_3\}$, $\{A_2, A_4\}$, $\{A_2, A_5\}$, $\{A_2, A_6\}$, $\{A_3, A_4\}$, $\{A_3, A_5\}$, $\{A_3, A_6\}$,

$\{A_4, A_5\}, \{A_4, A_6\}, \{A_5, A_6\}$, 共 15 种.

(ii) 编号为 A_5, A_6 的两名运动员至少有一人被抽到的结果为 $\{A_1, A_5\}, \{A_1, A_6\}, \{A_2, A_5\}, \{A_2, A_6\}, \{A_3, A_5\}, \{A_3, A_6\}, \{A_4, A_5\}, \{A_4, A_6\}, \{A_5, A_6\}$, 共 9 种, 所以事件 A 发生的概率 $P(A) = \frac{9}{15} = \frac{3}{5}$.

18.

$$(1) f'(x) = (x^3 + x)' = (x^3)' + (x)' = 3x^2 + 1$$

$$(2) y = \cos x + 1$$

$$(3) y = e^x \cos x - e^x \sin x = e^x (\cos x - \sin x)$$

$$(4) f'(x) = \frac{1}{x^2} - \frac{1}{x} = \frac{1-x}{x^2}$$

19.

$$\text{解: } (1) f'(x) = 3x^2 - 12 = 3(x^2 - 4) = 3(x+2)(x-2)$$

$$\text{令 } f'(x) = 0, \text{ 得 } x = -2, \text{ 或 } x = 2$$

所以, 函数 $f(x)$ 在递增区间为 $(-\infty, -2), (2, +\infty)$.

$$(2) \text{ 最大值为 } f(-1) = 17,$$

$$\text{最小值为 } f(2) = -10.$$

20.

$$\text{解: } (1) (1 - e)x - y + 1 = 0$$

$$(2) f'(x) = e^x - e, \text{ 令 } f'(x) > 0, \text{ 得 } x > 1,$$

$$\text{令 } f'(x) < 0, \text{ 得 } x < 1,$$

$$f(x) \geq f(1) = 0 \text{ (当且仅当 } x = 1 \text{ 时, 等号成立)}$$

21.

$$\text{解: } (1) \text{ 由题意可知: } c = \sqrt{3}, a = 2, \therefore b^2 = a^2 - c^2 = 1.$$

$\therefore$ 焦点在 x 轴上,

$$\therefore \text{椭圆 } C \text{ 的方程为: } \frac{x^2}{4} + y^2 = 1.$$

$$(2) \text{ 设直线 } l \text{ 的方程为 } y = \frac{1}{2}x + b, \text{ 由 } \begin{cases} y = \frac{1}{2}x + b \\ \frac{x^2}{4} + y^2 = 1 \end{cases},$$

$$\text{可得 } x^2 + 2bx + 2b^2 - 2 = 0,$$

$\therefore l$ 与椭圆 C 交于 A, B 两点,

$$\therefore \Delta = 4b^2 - 4(2b^2 - 2) \geq 0, \text{ 即 } b^2 \leq 2.$$

设 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$,

$$\text{则 } x_1 + x_2 = -2b, x_1 x_2 = 2b^2 - 2.$$

$$\therefore \text{弦长 } |AB| = \sqrt{(1+k^2)[(x_1+x_2)^2 - 4x_1x_2]} = \sqrt{10-5b^2},$$

$$\therefore 0 \leq b^2 \leq 2,$$

$$\therefore |AB| = \sqrt{10-5b^2} \leq \sqrt{10},$$

$\therefore$ 当 $b=0$, 即 l 的直线方程为 $y = \frac{1}{2}x$ 时, 弦长 $|AB|$ 的最大值为 $\sqrt{10}$.

22.

解: 本题主要考查导数的基本知识, 利用导数判断函数单调性、求极值.

$$(1) f'(x) = e^x(ax+a+b) - 2x - 4.$$

由已知得 $f(0) = 4, f'(0) = 4$. 故 $b = 4, a + b = 8$.

从而 $a = 4, b = 4$.

$$(2) \text{ 由 (1) 知, } f(x) = 4e^x(x+1) - x^2 - 4x,$$

$$f'(x) = 4e^x(x+2) - 2x - 4 = 4(x+2)\left(e^x - \frac{1}{2}\right).$$

令 $f'(x) = 0$ 得, $x = -\ln 2$ 或 $x = -2$.

从而当 $x \in (-\infty, -2) \cup (-\ln 2, +\infty)$ 时, $f'(x) > 0$; 当 $x \in (-2, -\ln 2)$ 时, $f'(x) < 0$.

故 $f(x)$ 在 $(-\infty, -2), (-\ln 2, +\infty)$ 上单调递增, 在 $(-2, -\ln 2)$ 上单调递减.

当 $x = -2$ 时, 函数 $f(x)$ 取得极大值, 极大值为 $f(-2) = 4(1 - e^{-2})$.

北京高考在线是长期为中学老师、家长和考生提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划以及实用的升学讲座活动等全方位服务的升学服务平台。自 2014 年成立以来一直致力于服务北京考生, 助力千万学子, 圆梦高考。

目前, 北京高考在线拥有旗下拥有北京高考在线网站和北京高考资讯微信公众号两大媒体矩阵, 关注用

户超 10 万+。

北京高考在线_2018 年北京高考门户网站

<http://www.gaokzx.com/>

北京高考资讯微信：bj-gaokao

北京高考资讯

关于我们

北京高考资讯隶属于太星网络旗下，北京地区高考领域极具影响力的升学服务平台。

北京高考资讯团队一直致力于提供最专业、最权威、最及时、最全面的高考政策和资讯。期待与更多中学达成更广泛的合作和联系。

长按二维码 识别关注



微信公众号：bj-gaokao

官方网址：www.gaokzx.com

咨询热线：010-5751 5980