

2020 年普通高等学校招生全国统一考试

数 学（北京卷）

本试卷共 6 页，150 分，考试时长 120 分钟，考生务必将答案答在答题卡上，在试卷上作答无效，考试结束后，将本试卷和答题卡一并收回。

第一部分（选择题共 40 分）

一、选择题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分，在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

(1) 已知集合 $A = \{-1, 0, 1, 2\}$, $B = \{x | 0 < x < 3\}$, 则 $A \cap B =$

- (A) $\{-1, 0, 1\}$ (B) $\{0, 1\}$ (C) $\{-1, 1, 2\}$ (D) $\{1, 2\}$

(2) 在复平面内，复数 z 对应的点的坐标是 $(1, 2)$, 则 $i \cdot z =$

- (A) $1+2i$ (B) $-2+i$ (C) $1-2i$ (D) $-2-i$

(3) 在 $(\sqrt{x}-2)^5$ 的展开式中， x^2 的系数为

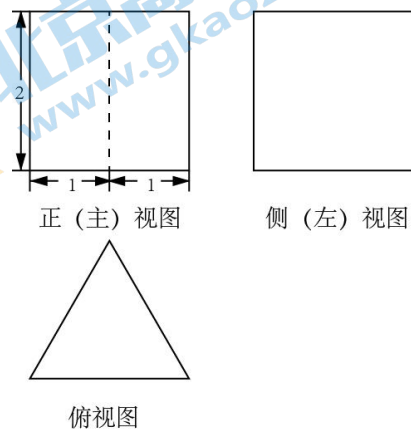
- (A) -5 (B) 5
(C) -10 (D) 10

(4) 某三棱柱的底面为正三角形，其三视图如图所示，该三棱柱的表面积为

- (A) $6+\sqrt{3}$ (B) $6+2\sqrt{3}$
(C) $12+\sqrt{3}$ (D) $12+2\sqrt{3}$

(5) 已知半径为 1 的圆经过点 $(3, 4)$, 则其圆心到原点的距离的最小值为

- (A) 4 (B) 5
(C) 6 (D) 7



(6) 已知函数 $f(x) = 2^x - x - 1$ ，则不等式 $f(x) > 0$ 的解集是

- (A) $(-1, 1)$ (B) $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$
(C) $(0, 1)$ (D) $(-\infty, 0) \cup (1, +\infty)$

(7) 设抛物线的顶点为 O ，焦点为 F ，准线为 l ； P 是抛物线异己 O 的一点，过 P 做 $PQ \perp l$ 于 Q ，则线段 FQ 的垂直平分线

- (A) 经过点 O (B) 经过点 P
(C) 平行于直线 OP (D) 垂直于直线 OP

(8) 在等差数列 $\{a_n\}$ 中， $a_1 = -9$ ， $a_5 = -1$ ，记 $T_n = a_1 a_2 \dots a_n (n = 1, 2, \dots)$ ，则数列 $\{T_n\}$

- (A) 有最大项，有最小项 (B) 有最大项，无最小项
(C) 无最大项，有最小项 (D) 无最大项，无最小项

(9) 已知 $\alpha, \beta \in \mathbf{R}$ ，则“存在 $k \in \mathbf{Z}$ ，使得 $\alpha = k\pi + (-1)^k \beta$ ”是“ $\sin \alpha = \sin \beta$ ”的

- (A) 充分而不必要条件 (B) 必要而不充分条件
(C) 充分必要条件 (D) 既不充分也不必要条件

(10) 2020 年 3 月 14 日是全球首个国际圆周率日 (π Day)。历史上，求圆周率 π 的方法有多种，与中国传统数学中的“割圆术”相似，数学家阿尔·卡西的方法是：当正整数 n 充分大时，计算单位圆的内接正 $6n$ 边形的周长和外切正 $6n$ 边形（各边均与圆相切的正 $6n$ 边形）的周长，将它们的算术平均数作为 2π 的近似值。按照阿尔·卡西的方法， π 的近似值的表达式是

- (A) $3n(\sin \frac{30^\circ}{n} + \tan \frac{30^\circ}{n})$ (B) $6n(\sin \frac{30^\circ}{n} + \tan \frac{30^\circ}{n})$
(C) $3n(\sin \frac{60^\circ}{n} + \tan \frac{60^\circ}{n})$ (D) $6n(\sin \frac{60^\circ}{n} + \tan \frac{60^\circ}{n})$

二、填空题 5 小题，每小题 5 分，共 25 分.

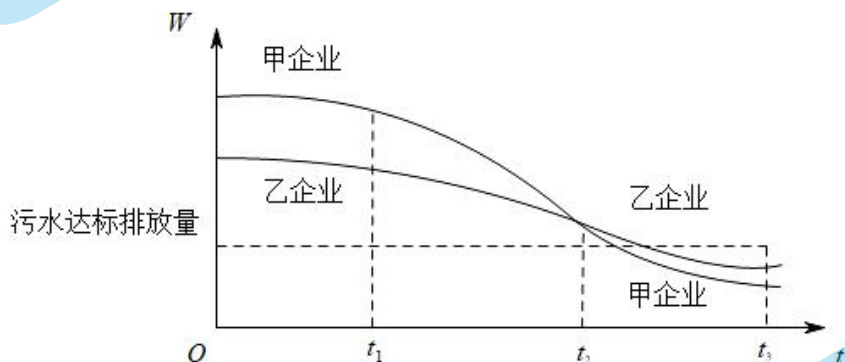
(11) 函数 $f(x) = \frac{1}{x+1} + \ln x$ 的定义域是_____.

(12) 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{6} - \frac{y^2}{3} = 1$, 则 C 的右焦点的坐标为_____; C 的焦点到其渐近线的距离是_____.

(13) 已知正方形 $ABCD$ 的边长为 2, 点 P 满足 $\overrightarrow{AP} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$, 则 $|\overrightarrow{PD}| =$ _____; $\overrightarrow{PB} \cdot \overrightarrow{PD} =$ _____.

(14) 若函数 $f(x) = \sin(x + \varphi) + \cos x$ 的最大值为 2, 则常数 φ 的一个取值为_____.

(15) 为满足人民对美好生活的向往, 环保部门要求相关企业加强污水治理, 排放未达标的企业要限期整改. 设企业的污水排放量 W 与时间 t 的关系为 $W = f(t)$, 用 $-\frac{f(b) - f(a)}{b - a}$ 的大小评价在 $[a, b]$ 这段时间内企业污水治理能力的强弱. 已知整改期内, 甲、乙两企业的污水排放量与时间的关系如下图所示.



给出下列四个结论:

- ① 在 $[t_1, t_2]$ 这段时间内, 甲企业的污水治理能力比乙企业强;
- ② 在 t_2 时刻, 甲企业的污水治理能力比乙企业强;
- ③ 在 t_3 时刻, 甲、乙两企业的污水排放量都已达标;
- ④ 甲企业在 $[0, t_1]$, $[t_1, t_2]$, $[t_2, t_3]$ 这三段时间中, 在 $[0, t_1]$ 的污水治理能力最强.

其中所有正确结论的序号是_____.

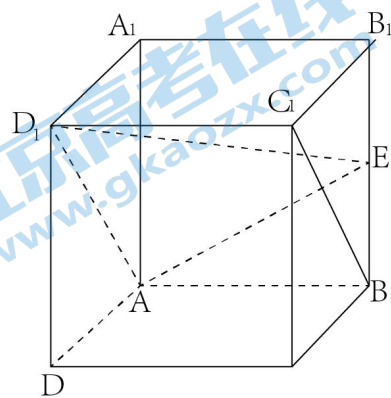
三、解答题共 6 小题，共 85 分，解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程。

(16) (本小题 13 分)

如图，在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中， E 为 BB_1 的中点。

(I) 求证： $BC_1 \parallel$ 平面 AD_1E ；

(II) 求直线 AA_1 与平面 AD_1E 所成角的正弦值。



(17) (本小题 13 分)

在 $\triangle ABC$ 中， $a+b=11$ ，再从条件①、条件②这两个条件中选择一个作为已知，求：

(I) a 的值；

(II) $\sin C$ 和 $\triangle ABC$ 的面积。

条件①： $c=7$ ， $\cos A = -\frac{1}{7}$

条件②： $\cos A = \frac{1}{8}$ ， $\cos B = \frac{9}{16}$ 。

注：如果选择条件①和条件②分别解答，按第一个解答计分。

(18) (本小题 14 分)

某校为举办甲乙两项不同活动，分别设计了相应的活动方案：方案一、方案二、为了解该校学生对活动方案是否支持，对学生进行简单随机抽样，获得数据如下表：

	男生		女生	
	支持	不支持	支持	不支持
方案一	200 人	400 人	300 人	100 人
方案二	350 人	250 人	150 人	250 人

假设所有学生对活动方案是否支持相互独立.

- (I) 分别估计该校男生支持方案一的概率，该校女生支持方案一的概率；
- (II) 从该校全体男生中随机抽取 2 人，全体女生中随机抽取 1 人，估计这 3 人中恰有 2 人支持方案一的概率；
- (III) 将该校学生支持方案二的概率估计值记为 p_0 , 假设该校一年级有 500 名男生和 300 名女生，除一年级外其他年级学生支持方案二的概率估计值记为 p_1 ，试比较 p_0 与 p_1 的大小.

(结论不要求证明)

(19) (本小题 15 分)

已知函数 $f(x) = 12 - x^2$

- (I) 求曲线 $y = f(x)$ 的斜率等于 -2 的切线方程；
- (II) 设曲线 $y = f(x)$ 在点 $(t, f(t))$ 处的切线与坐标轴围城的三角形面积为 $S(t)$ ，求 $S(t)$ 的最小值。

(20) (本小题 15 分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 过点 $A(-2, -1)$, 且 $a = 2b$

(I) 求椭圆 C 的方程;

(II) 过点 $B(-4, 0)$ 的直线 l 交椭圆 C 于点 M, N , 直线 MA, NA 分别交直线 $x = -4$ 于点 P, Q 求 $\frac{|PB|}{|BQ|}$ 的值

(21) (本小题 15 分)

已知 $\{a_n\}$ 是无穷数列, 给出两个性质:

① 对于 $\{a_n\}$ 中任意两项 $a_i, a_j (i > j)$, 在 $\{a_n\}$ 中都存在一项 a_m , 使得 $\frac{a_i^2}{a_j} = a_m$.

② 对于 $\{a_n\}$ 中任意一项 $a_n (n \geq 3)$, 在 $\{a_n\}$ 都存在两项 $a_k, a_l (k > l)$, 使得 $a_n = \frac{a_k^2}{a_l}$.

(I) 若 $a_n = n (n = 1, 2, \dots)$, 判断 $\{a_n\}$ 是否满足性质①, 说明理由;

(II) 若 $a_n = 2^{n-1} (n = 1, 2, \dots)$, 判断数列 $\{a_n\}$ 是否同时满足性质①和性质②, 说明理由;

(III) 若 $\{a_n\}$ 是递增数列, 且同时满足性质①和性质②, 证明: $\{a_n\}$ 为等比数列.

关于我们

北京高考资讯是专注于北京新高考政策、新高考选科规划、志愿填报、名校强基计划、学科竞赛、高中生生涯规划的超级升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有北京高考在线网站（www.gaokzx.com）和微信公众平台等媒体矩阵。

目前，北京高考资讯微信公众号拥有30W+活跃用户，用户群体涵盖北京80%以上的重点中学校长、老师、家长及考生，引起众多重点高校的关注。
北京高考在线官方网站：www.gaokzx.com

北京高考资讯（ID: bj-gaokao）
扫码关注获取更多



关注北京高考在线官方微信：[北京高考资讯](https://www.gaokzx.com) (ID: bj-gaokao)，获取更多试题资料及排名分析信息。