

2021 北京通州高三一模

数 学

2021 年 4 月

本试卷共 4 页，150 分。考试时长 120 分钟。考生务必将答案答在答题纸上，在试卷上作答无效。考试结束后，将本试卷和答题纸一并交回。

第一部分（选择题 共 40 分）

一、选择题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

(1) 已知集合 $A = \{-2, -1, 0, 1\}$ ， $B = \{x | x > -1\}$ ，则 $A \cap B =$

- (A) $\{-2, -1\}$ (B) $\{0, 1\}$ (C) $\{-1, 0, 1\}$ (D) $\{-2, -1, 0, 1\}$

(2) 已知 $(2+x)^5 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4 + a_5x^5$ ，则 $a_3 =$

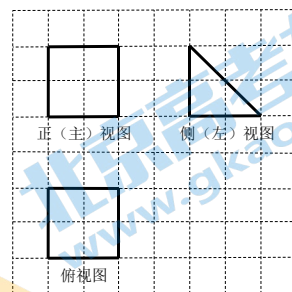
- (A) 10 (B) 20 (C) 40 (D) 80

(3) 下列函数中，是偶函数且值域为 $[0, +\infty)$ 的是

- (A) $f(x) = x^2 - 1$ (B) $f(x) = x^{\frac{1}{2}}$ (C) $f(x) = \log_2 x$ (D) $f(x) = |x|$

(4) 某三棱柱的三视图如图所示，已知网格纸上小正方形的边长为 1，则该三棱柱的体积为

- (A) $\frac{4}{3}$
(B) $\frac{8}{3}$
(C) 4
(D) 8



(5) 已知等比数列 $\{a_n\}$ 的公比 $q = -2$ ，前 6 项和 $S_6 = 21$ ，则 $a_6 =$

- (A) -32 (B) -16 (C) 16 (D) 32

(6) 已知在圆 $(x-1)^2 + y^2 = r^2$ 上到直线 $x - y + 3 = 0$ 的距离为 $\sqrt{2}$ 的点恰有一个，则 $r =$

- (A) $\sqrt{2}$ (B) $\sqrt{3}$ (C) 2 (D) $2\sqrt{2}$

(7) 已知 $a, b, c \in \mathbf{R}$ ，则“ $a > b$ ”的一个充分而不必要条件是

- (A) $a^2 > b^2$ (B) $a^3 > b^3$ (C) $2^a > 2^b$ (D) $ac^2 > bc^2$

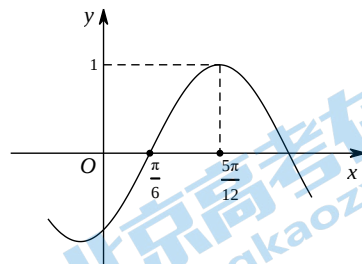
(8) 已知函数 $f(x) = \sin(\omega x + \varphi)$ ($\omega > 0$ ， $|\varphi| < \frac{\pi}{2}$) 的图象如图所示，则

(A) 函数 $f(x)$ 的最小正周期是 2π

(B) 函数 $f(x)$ 在区间 $(\frac{\pi}{2}, \pi)$ 上单调递减

(C) 函数 $f(x)$ 在区间 $[\frac{3\pi}{4}, \frac{4\pi}{3}]$ 上的最小值是 -1

(D) 曲线 $y = f(x + \frac{\pi}{12})$ 关于直线 $x = -\frac{\pi}{2}$ 对称



(9) 已知点 P 是抛物线 $y^2 = 2px (p > 0)$ 上一点, 且点 P 到点 $A(0, -2)$ 的距离与到 y 轴的距离之和的最小值为 $2\sqrt{3} - 2\sqrt{2}$, 则 $p =$

(A) $2\sqrt{2}$

(B) 4

(C) $3\sqrt{2}$

(D) $4\sqrt{2}$

(10) 著名数学家、物理学家牛顿曾提出: 物体在空气中冷却, 如果物体的初始温度为 $\theta_1^\circ\text{C}$, 空气温度为 $\theta_0^\circ\text{C}$, 则 t min 后物体的温度 θ (单位: $^\circ\text{C}$) 满足: $\theta = \theta_0 + (\theta_1 - \theta_0)e^{-kt}$ (其中 k 为常数, $e = 2.71828\cdots$). 现有某物体放在 20°C 的空气中冷却, 2 min 后测得物体的温度为 52°C , 再经过 6 min 后物体的温度冷却到 24°C , 则该物体初始温度是

(A) 80°C

(B) 82°C

(C) 84°C

(D) 86°C

第二部分 (非选择题 共 110 分)

二、填空题共 5 小题, 每小题 5 分, 共 25 分.

(11) 已知复数 $z = \frac{2i}{1+i}$, 则 $z^2 =$ _____.

(12) 已知 F_1, F_2 分别为双曲线 $C: x^2 - \frac{y^2}{3} = 1$ 的左、右焦点, 过点 F_2 作 x 轴的垂线交双曲线 C 于 P, Q 两点, 则双曲线 C 的渐近线方程为_____; $\triangle PF_1Q$ 的面积为_____.

(13) 设向量 $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2$ 是两个不共线的向量, 已知 $\overrightarrow{AB} = 2\mathbf{e}_1 - \mathbf{e}_2$, $\overrightarrow{AC} = \mathbf{e}_1 + 3\mathbf{e}_2$, $\overrightarrow{BD} = 2\mathbf{e}_1 - k\mathbf{e}_2$, 且 B, C, D 三点共线, 则 $\overrightarrow{BC} =$ _____ (用 $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2$ 表示); 实数 $k =$ _____.

(14) 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x, & x \leq t, \\ \ln x, & x > t \end{cases}$ ($t > 0$) 有 2 个零点, 且过点 $(e, 1)$, 则常数 t 的一个取值为_____.

(15) 已知函数 $f(x) = \frac{1}{x}$, 设曲线 $y = f(x)$ 在第一象限内的部分为 E , 过 O 点作斜率为 1 的直线交 E 于 B_1 , 过 B_1 点作斜率为 -1 的直线交 x 轴于 A_1 , 再过 A_1 点作斜率为 1 的直线交 E 于 B_2 , 过 B_2 点作斜率为 -1 的直线交 x 轴于 A_2 , $\cdots$, 依这样的规律继续下去, 得到一系列等腰直角三角形, 如图所示. 给出下列四个结论:

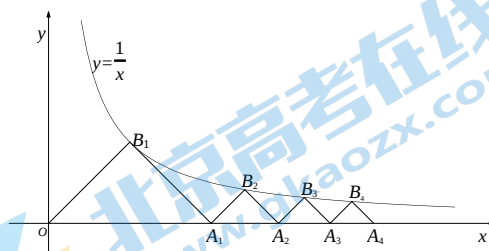
① A_1B_2 的长为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$;

② 点 A_3 的坐标为 $(2\sqrt{3}, 0)$;

③ $\triangle A_2B_3A_3$ 与 $\triangle A_3B_4A_4$ 的面积之比是 $(\sqrt{3}-\sqrt{2}):(2-\sqrt{3})$;

④ 在直线 $x=5$ 与 y 轴之间有 6 个三角形.

其中, 正确结论的序号是_____.



三、解答题共 6 小题, 共 85 分。解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程。

(16) (本题 13 分)

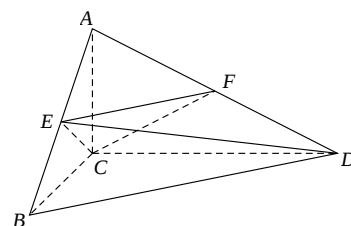
如图, 三棱锥 $A-BCD$ 中, $CD \perp$ 平面 ABC , $AC = CB = \frac{1}{2}CD$, $\angle ACB = 90^\circ$, 点 E , F 分别是 AB ,

AD 的

中点.

(I) 求证: $AC \perp$ 平面 BCD ;

(II) 求直线 AD 与平面 CEF 所成角的正弦值.



(17) (本题 13 分)

在 $\triangle ABC$ 中, 角 A , B , C 的对边分别为 a , b , c , 已知 $b-c=1$, $\cos A = \frac{7}{8}$, 再从条件①、条件②这两个条件中选择一个作为已知.

(I) 求 a 的值;

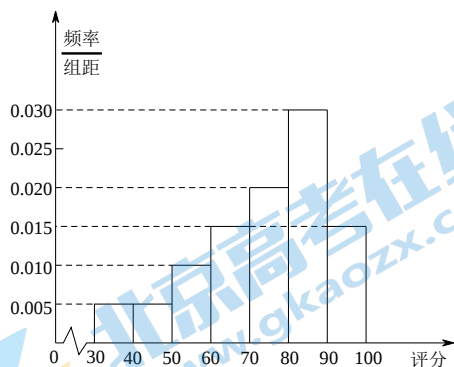
(II) 求 $\tan B$ 的值.

条件①: $3\sin B = 4\sin C$; 条件②: $\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{3\sqrt{15}}{4}$.

注: 如果选择不同条件分别解答, 按第一个解答计分.

(18) (本题 14 分)

我国探月工程嫦娥五号探测器于 2020 年 12 月 1 日 23 时 11 分降落在月球表面预选着陆区，在顺利完成月面自动采样之后，成功将携带样品的上升器送入到预定环月轨道，这是我国首次实现月球无人采样和地外天体起飞，对我国航天事业具有重大而深远的影响. 某校为了解高中生的航空航天知识情况，设计了一份调查问卷，从该校高中生中随机抽取部分学生参加测试，记录了他们的分数，将收集到的学生测试的评分数据按照 $[30,40)$ ， $[40,50)$ ， $[50,60)$ ， $[60,70)$ ， $[70,80)$ ， $[80,90)$ ， $[90,100]$ 分组，绘制成评分频率分布直方图，如下：



(I) 从该校高中生中随机抽取的学生的测试评分不低于 80 分的学生有 9 人，求此次抽取的学生人数；

(II) 在测试评分不低于 80 分的 9 名学生中随机选取 3 人作为航空航天知识宣传大使，记这 3 名学生中测试评分不低于 90 分的人数为 X ，求 X 的分布列和数学期望；

(III) 观察频率分布直方图，判断该校高中生测试评分的均值 a 和评分的中位数 b 的大小关系. (直接写出结论)

(19) (本题 15 分)

已知函数 $f(x) = x^2 e^x - 1$ ， $g(x) = e^x - ax$ ， $a \in \mathbf{R}$.

(I) 求曲线 $y = f(x)$ 在点 $(0, f(0))$ 处的切线方程；

(II) 求 $g(x)$ 的单调区间；

(III) 设函数 $F(x) = f(x) - g(x)$ ，当 $a \geq 1$ 时，求 $F(x)$ 在区间 $[0, +\infty)$ 上的最小值.



(20) (本题 15 分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的短轴长为 2，离心率为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

(I) 求椭圆 C 的方程;

(II) 点 P 是椭圆 C 上一点，且在第一象限内，过 P 作直线与 y 轴正半轴于 A 点，交 x 轴负半轴于 B 点，与椭圆 C 的另一个交点为 E ，且 $PA = AB$ ，点 Q 是 P 关于 x 轴的对称点，直线 QA 与椭圆 C 的另一个交点为 F .

(i) 证明：直线 AQ ， AP 的斜率之比为定值;

(ii) 求直线 EF 的斜率的最小值.

(21) (本题 15 分)

已知有限数列 $A: a_1, a_2, \dots, a_m$ 为单调递增数列. 若存在等差数列 $B: b_1, b_2, \dots, b_{m+1}$ ，对于 A 中任意一项 a_i ，都有 $b_i \leq a_i < b_{i+1}$ ，则称数列 A 是长为 m 的 Ω 数列.

(I) 判断下列数列是否为 Ω 数列 (直接写出结果):

① 数列 1, 4, 5, 8; ② 数列 2, 4, 8, 16.

(II) 若 $a < b < c$ ($a, b, c \in \mathbf{R}$)，证明：数列 a, b, c 为 Ω 数列;

(III) 设 M 是集合 $\{x \in \mathbf{N} | 0 \leq x \leq 63\}$ 的子集，且至少有 28 个元素，证明： M 中的元素可以构成一个长为 4 的 Ω 数列.

2021 北京通州高三一模数学

参考答案

一、选择题（共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分）

- (1) B (2) C (3) D (4) C (5) D
(6) A (7) D (8) C (9) D (10) C

二、填空题（共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分）

- (11) $2i$ (12) $y = \pm\sqrt{3}x$; 12 (13) $-\mathbf{e}_1 + 4\mathbf{e}_2$; 8 (14) 2（不唯一） (15) ②④

三、解答题（共 6 小题，共 85 分）

(16)（共 13 分）

解：(I) 因为 $DC \perp$ 平面 ABC ， $AC \subset$ 平面 ABC ，

所以 $AC \perp CD$ 。

因为 $\angle ACB = 90^\circ$ ，

所以 $AC \perp CB$ 。

因为 $CD \cap CB = C$ ，

所以 $AC \perp$ 平面 BCD 。

..... 5 分

(II) 因为 $CD \perp$ 平面 ABC ，

所以 $CB \perp CD$ 。

..... 6 分

以点 C 为坐标原点，分别以直线 CB ， CD ， CA 为 x ， y ， z 轴建立空间直角坐标系 $C-xyz$ 。

设 $AC = BC = 2$ ，则 $DC = 4$ 。

因为点 E ， F 分别是 AB ， AD 的中点，

所以 $A(0,0,2)$ ， $B(2,0,0)$ ， $C(0,0,0)$ ， $D(0,4,0)$ ， $E(1,0,1)$ ， $F(0,2,1)$ 。

所以 $\overrightarrow{AD} = (0,4,-2)$ ， $\overrightarrow{CE} = (1,0,1)$ ， $\overrightarrow{CF} = (0,2,1)$ 。

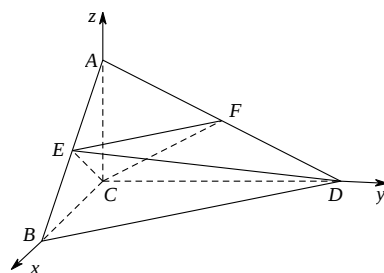
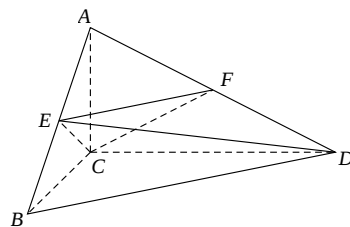
设平面 CEF 的法向量为 $\mathbf{n} = (x, y, z)$ ，

$$\text{则 } \begin{cases} \mathbf{n} \cdot \overrightarrow{CE} = 0, \\ \mathbf{n} \cdot \overrightarrow{CF} = 0, \end{cases} \text{ 即 } \begin{cases} x + z = 0, \\ 2y + z = 0. \end{cases}$$

令 $y = 1$ ，则 $z = -2$ ， $x = 2$ 。

所以 $\mathbf{n} = (2, 1, -2)$ 。

设直线 AD 与平面 CEF 所成角为 θ 。



所以 $\sin \theta = \left| \cos \langle \vec{n}, \overrightarrow{AD} \rangle \right| = \frac{|\vec{n} \cdot \overrightarrow{AD}|}{|\vec{n}| |\overrightarrow{AD}|} = \frac{8}{3 \times 2\sqrt{5}} = \frac{4\sqrt{5}}{15}$.

所以直线 AD 与平面 CEF 所成角的正弦值 $\frac{4\sqrt{5}}{15}$ 13 分

(17) (共 13 分)

解: (I) 选条件①: $3\sin B = 4\sin C$.

因为 $3\sin B = 4\sin C$, 由正弦定理, 得 $3b = 4c$ 3 分

因为 $b - c = 1$, 解方程组, 得 $b = 4$, $c = 3$ 4 分

由余弦定理, 得 $a^2 = 9 + 16 - 2 \times 3 \times 4 \times \frac{7}{8}$,

所以 $a = 2$ 8 分

选条件②: $\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{3\sqrt{15}}{4}$.

因为 $\cos A = \frac{7}{8}$, 所以 $\sin A = \sqrt{1 - \cos^2 A} = \frac{\sqrt{15}}{8}$ 2 分

因为 $\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{3\sqrt{15}}{4}$, 所以 $\frac{1}{2} \cdot bc \times \frac{\sqrt{15}}{8} = \frac{3\sqrt{15}}{4}$.

所以 $bc = 12$ 4 分

因为 $b - c = 1$, 解方程组, 得 $b = 4$, $c = 3$ 5 分

由余弦定理, 得 $a^2 = 9 + 16 - 2 \times 3 \times 4 \times \frac{7}{8}$,

所以 $a = 2$ 8 分

(II) 由余弦定理, 得 $\cos B = \frac{4 + 9 - 16}{2 \times 2 \times 3} = -\frac{1}{4}$ 10 分

所以 $\sin B = \sqrt{1 - \cos^2 B} = \frac{\sqrt{15}}{4}$ 11 分

所以 $\tan B = \frac{\sin B}{\cos B} = -\sqrt{15}$ 13 分

(18) (共 14 分)

解: (I) 由图知, 学生的测试评分不低于 80 分的频率 $(0.030 + 0.015) \times 10 = 0.45$.

设抽取的学生人数为 n ,

所以 $0.45n = 9$. 解得 $n = 20$.

所以此次抽取的学生人数为 20. 3 分

(II) 由

在

[90,100]

所以

$$20 \times 0.15 = 3.$$

..... 4 分

所以学生的测试评分不低于 80 分的 9 名学生中, 评分在 [80,90) 的有 6 人, 在 [90,100] 的有 3 人,

所以 X 的可能取值为 0, 1, 2, 3.

..... 5 分

$$P(X=0) = \frac{C_6^3}{C_9^3} = \frac{5}{21}; \quad P(X=1) = \frac{C_6^2 C_3^1}{C_9^3} = \frac{15}{28};$$

$$P(X=2) = \frac{C_6^1 C_3^2}{C_9^3} = \frac{3}{14}; \quad P(X=3) = \frac{C_3^3}{C_9^3} = \frac{1}{84}.$$

..... 9 分

所以 X 的分布列为

X	0	1	2	3
P	$\frac{5}{21}$	$\frac{15}{28}$	$\frac{3}{14}$	$\frac{1}{84}$

..... 10 分

$$\text{所以 } X \text{ 的数学期望 } EX = 0 \times \frac{5}{21} + 1 \times \frac{15}{28} + 2 \times \frac{3}{14} + 3 \times \frac{1}{84} = 1.$$

..... 11 分

(III) $a < b$.

..... 14 分

(19) (共 15 分)

解: (I) 因为 $f(x) = x^2 e^x - 1$, 所以 $f'(x) = (2x + x^2)e^x$.

所以 $f(0) = -1$, $f'(0) = 0$.

所以曲线 $y = f(x)$ 在点 $(0, f(0))$ 处的切线方程为 $y + 1 = 0$.

..... 3 分

(II) 因为 $g(x) = e^x - ax$, 定义域为 $\mathbf{R}$,

所以 $g'(x) = e^x - a$.

..... 4 分

①当 $a \leq 0$ 时, $g'(x) > 0$.

所以 $g(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递增.

..... 6 分

②当 $a > 0$ 时, 令 $g'(x) = 0$, 得 $x = \ln a$,

所以当 $a > 0$ 时, $g(x)$ 与 $g'(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上的变化情况如下:

图知, 学生的测试评分

[80,90) 的频率

$$0.030 \times 10 = 0.30, \text{ 在}$$

的频率 $0.015 \times 10 = 0.15$

$$20 \times 0.30 = 6,$$

所以 $g(x)$ 在 $(-\infty, \ln a)$ 内单调递减, 在 $(\ln a, +\infty)$ 内单调递增. 7 分

由①②可知, 当 $a \leq 0$ 时, $g(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递增.

当 $a > 0$ 时, $g(x)$ 在 $(-\infty, \ln a)$ 内单调递减, 在 $(\ln a, +\infty)$ 内单调递增

(III) 因为 $F(x) = f(x) - g(x)$,

所以 $F(x) = (x^2 - 1)e^x + ax - 1$,

所以 $F'(x) = (x^2 + 2x - 1)e^x + a$.

令 $h(x) = F'(x)$, 所以 $h'(x) = (x^2 + 4x + 1)e^x > 0$ 9 分

所以 $h(x)$ 在区间 $[0, +\infty)$ 上单调递增, 即 $F'(x)$ 在区间 $[0, +\infty)$ 上单调递增.

..... 10 分

所以 $F'(x) \geq F'(0) = -1 + a$ 12 分

因为 $a \geq 1$, 所以 $F'(x) \geq 0$ 13 分

所以 $F(x)$ 在区间 $[0, +\infty)$ 上单调递增. 14 分

所以 $F(x) \geq F(0) = -2$ 15 分

所以当 $a \geq 1$ 时, $F(x)$ 在区间 $[0, +\infty)$ 上的最小值是 -2 .

(20) (共 15 分)

解: (I) 由题意得
$$\begin{cases} 2b = 2, \\ \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{2}}{2}, \\ a^2 = b^2 + c^2. \end{cases} \quad \text{解得} \begin{cases} a = \sqrt{2}, \\ b = 1. \end{cases}$$

所以椭圆 C 的方程为 $\frac{x^2}{2} + y^2 = 1$ 3 分

(II) (i) 设 P 点的坐标为 (x_0, y_0) ,

因为点 Q 是 $P(x_0, y_0)$ 关于 x 轴的对称点, $PA = AB$,

所以 $Q(x_0, -y_0)$, $A(0, \frac{1}{2}y_0)$.

所以直线 QA 的斜率为 $k_{QA} = \frac{-y_0 - \frac{1}{2}y_0}{x_0} = \frac{-3y_0}{2x_0}$, PA 的斜率为 $k_{PA} = \frac{y_0 - \frac{1}{2}y_0}{x_0} = \frac{y_0}{2x_0}$.

所以 $\frac{k_{QA}}{k_{PA}} = -3$ 7 分

所以直线 AQ , AP 的斜率之比为定值.

(ii) 设直线 PA 的方程为 $y = kx + m$.

联立方程组 $\begin{cases} y = kx + m, \\ x^2 + 2y^2 = 2, \end{cases}$ 化简得 $(1 + 2k^2)x^2 + 4kmx + 2m^2 - 2 = 0$.

设 E 点的坐标是 (x_1, y_1) ,

所以 $x_0 x_1 = \frac{2m^2 - 2}{1 + 2k^2}$. 所以 $x_1 = \frac{2m^2 - 2}{(1 + 2k^2)x_0}$.

所以 $y_1 = \frac{2k(m^2 - 1)}{(1 + 2k^2)x_0} + m$.

所以 E 点的坐标是 $(\frac{2m^2 - 2}{(1 + 2k^2)x_0}, \frac{2k(m^2 - 1)}{(1 + 2k^2)x_0} + m)$ 10 分

由 (II) 可知, 直线 QA 的方程是 $y = -3kx + m$.

所以 F 点的坐标是 $(\frac{2m^2 - 2}{(1 + 18k^2)x_0}, \frac{-6k(m^2 - 1)}{(1 + 18k^2)x_0} + m)$ 12 分

所以直线 EF 的斜率 $k_{EF} = \frac{\frac{-6k(m^2 - 1)}{(1 + 18k^2)x_0} + m - \frac{2k(m^2 - 1)}{(1 + 2k^2)x_0} - m}{\frac{2m^2 - 2}{(1 + 18k^2)x_0} - \frac{2m^2 - 2}{(1 + 2k^2)x_0}} = \frac{6k^2 + 1}{4k}$ 13 分

因为 $k > 0$, 所以 $k_{EF} = \frac{6k^2 + 1}{4k} = \frac{1}{4}(6k + \frac{1}{k}) \geq \frac{1}{4} \times 2\sqrt{6k \cdot \frac{1}{k}} = \frac{\sqrt{6}}{2}$.

当且仅当 $6k = \frac{1}{k}$, 即 $k = \frac{\sqrt{6}}{6}$ 时, k_{EF} 有最小值 $\frac{\sqrt{6}}{2}$.

所以直线 EF 的斜率的最小值是 $\frac{\sqrt{6}}{2}$ 15 分

(21) (共 15 分)

解: (I) 数列 1, 4, 5, 8 是 Ω 数列; 数列 2, 4, 8, 16 是 Ω 数列. 3 分

(II) 证明: ①当 $b - a = c - b$ 时, 令 $b_1 = a$, $b_2 = b$, $b_3 = c$, $b_4 = 2c - b$,

所以数列 b_1, b_2, b_3, b_4 为等差数列, 且 $b_1 \leq a < b_2 \leq b < b_3 \leq c < b_4$,

所以数列 a, b, c 为 Ω 数列.

②当 $b-a < c-b$ 时, 令 $b_1 = 2b-c, b_2 = b, b_3 = c, b_4 = 2c-b$,

所以数列 b_1, b_2, b_3, b_4 为等差数列, 且 $b_1 \leq a < b_2 \leq b < b_3 \leq c < b_4$.

所以数列 a, b, c 为 Ω 数列.

③当 $b-a > c-b$ 时, 令 $b_1 = a, b_2 = \frac{a+c}{2}, b_3 = c, b_4 = \frac{3c-a}{2}$,

所以数列 b_1, b_2, b_3, b_4 为等差数列, 且 $b_1 \leq a < b_2 \leq b < b_3 \leq c < b_4$.

所以数列 a, b, c 为 Ω 数列.

综上, 若 $a < b < c$, 数列 a, b, c 为 Ω 数列. 7 分

(III) 假设 M 中没有长为 4 的 Ω 数列,

考虑集合 $M_k = \{16k, 16k+1, \dots, 16k+15\}, k=0, 1, 2, 3$.

因为数列 $0, 16, 32, 48, 64$ 是一个共有 5 项的等差数列,

所以存在一个 k , 使得 M_k 中没有一个元素属于 M .

对于其余的 k ,

再考虑集合 $M_{k,j} = \{16k+4j, 16k+4j+1, 16k+4j+2, 16k+4j+3\}, j=0, 1, 2, 3$.

因为 $16k+4j, 16k+4j+4, 16k+4j+8, 16k+4j+12, 16k+4j+16$ 是一个共有 5 项的等差数列,

所以存在一个 j , 使得 $M_{k,j}$ 中没有一个元素属于 M .

因为 $M_{k,j}$ 中 4 个数成等差数列,

所以每个 $M_{k,j}$ 中至少有一个元素不属于 M .

所以集合 $\{x \in \mathbb{N} | 0 \leq x \leq 63\}$ 中至少有 $16+4 \times 3+1 \times 9=37$ 个元素不属于集合 M .

所以集合 M 中至多有 $64-37=27$ 个元素, 这与 M 中至少有 28 个元素矛盾.

所以假设不成立.

所以 M 中的元素必能构成长为 4 的 Ω 数列. 15 分

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承“精益求精、专业严谨”的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯